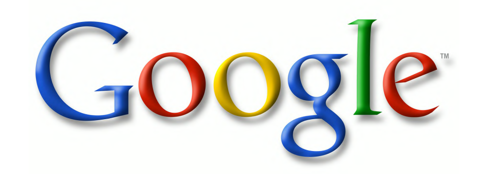
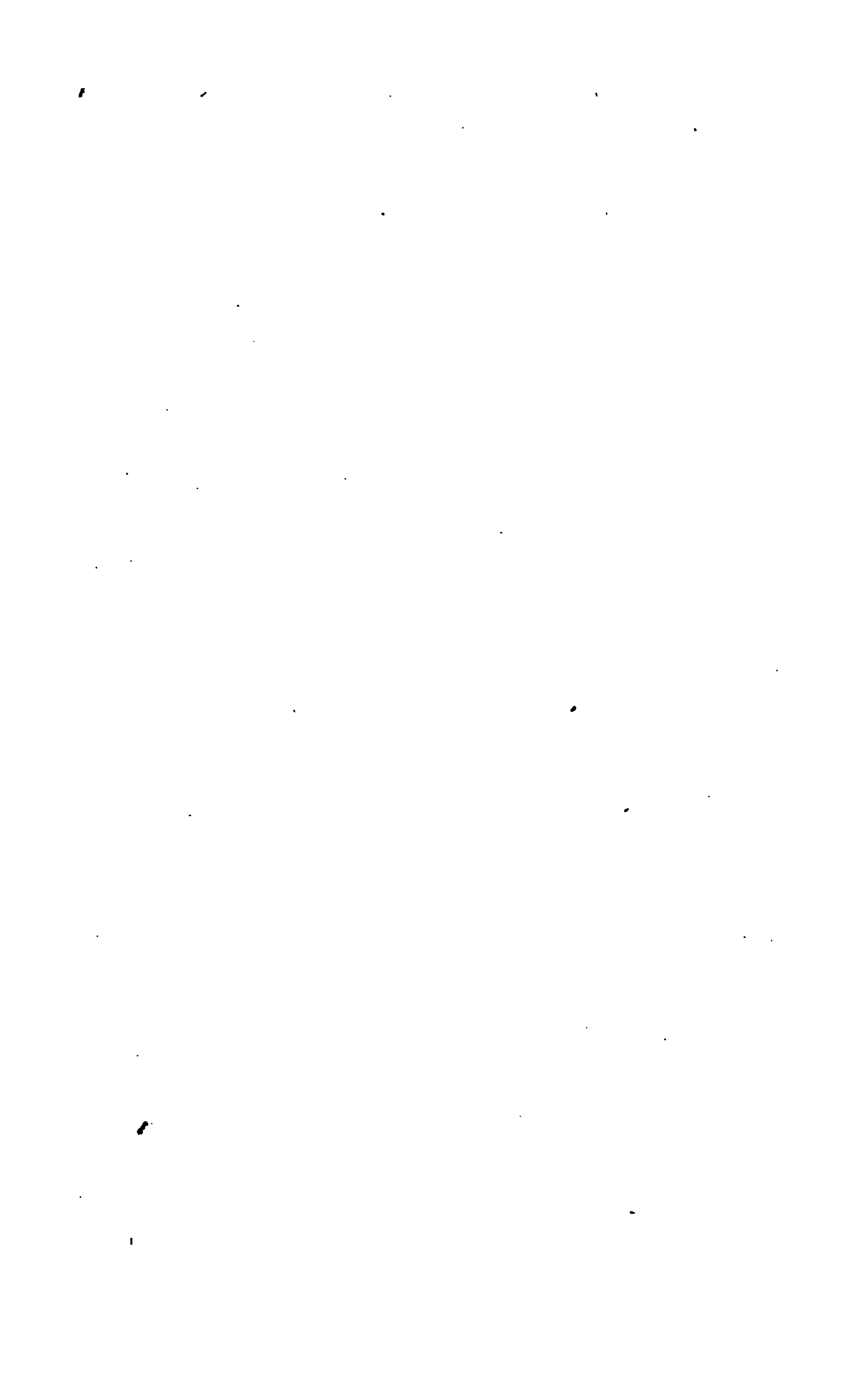








ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

BAND XXX.

ERGÄNZUNGSBAND.

ANNALEN

DER

PHYSIK

UND

CHEMIE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

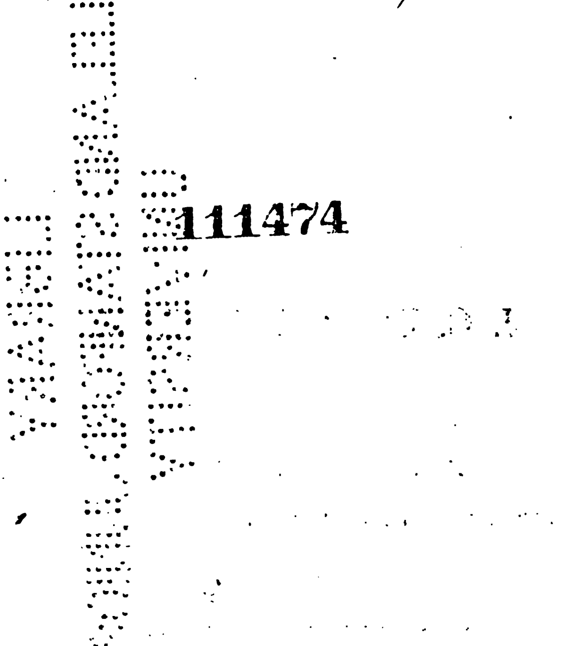
DREISSIGSTER BAND.

DER GANZEN FOLGE HUNDERT UND SECHSTER.

NEBST ZWEI KUPFERTAFELN.

LEIPZIG, 1836.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.



Inhalt.

Seite.

Register zu den Annalen der Physik und Chemie Bd. I bis XXX.

ANNALEN
DER PHYSIK UND CHEMIE.

JAHRGANG 1833, ERGÄNZUNGSHEFT.

I. *Combinatorische Entwicklung der Krystallgestalten;*

von J. G. Grafsmann.

Wenn man drei sich gegenseitig halbirende Linien im Raume annimmt, und zwischen ihren Schenkeln combinirt, so gelangt man auf eine höchst einfache Weise zu einem Aggregat von Complexionen, welche unter gewissen Bedingungen alle in der Natur vorkommenden Krystallgestalten darstellen können. Die Verknüpfung und Zerlegung dieser Complexionen giebt über alle Verhältnisse der Gestalten als solcher genügende Auskunft, und es entspringt daraus eine eigenthümliche Art von schematischer Darstellung oder Rechnung, welche von allen bestimmten Gröfsenverhältnissen der Elemente unabhängig ist, und blofs die Art der Gestalt (ob sie z. B. ein Prisma, ein Rhomboëder, eine gleichschenklige oder ungleichschenklige 4, 6 oder mehrseitige Pyramide ist etc.) und die Verhältnisse der Ableitung und des Zusammenhanges verschiedener Gestalten betrifft.

Die grofse Leichtigkeit, mit welcher nach dieser Methode die sämmtlichen Krystallgestalten erfolgen, erweckt der Krystallographie und der Combinationslehre vielleicht neue Freunde, und der systematische Ueberblick, welchen

sie über den Zusammenhang derselben aus einem neuen Gesichtspunkte gewährt, läſst mich hoffen, daſs auch die der Krystallographie kundigen Leser dieser Annalen eine kurze Darstellung dieser Methode hier nicht ungern finden werden *).

Ich will hier zuerst die Complexionen entwickeln, und dann zu ihrer Bildung übergehen. Es mögen demnach *BB'*, *CC*, *DD'* (Fig. 1. Taf. II.) drei nicht in Einer Ebene liegende, sich gegenseitig halbirende Linien seyn. Um eine für die Combinationen bequeme kurze Bezeichnung zu erhalten, nennen wir die beiden Hälften der ersten *b* und *b'*, die der andern *c* und *c'*, und die der dritten *d* und *d'*, und die erste Dimension die Höhe, die andere die Breite, die dritte die Tiefe, sie mögen nun senkrecht auf einander seyn oder nicht. Dieſs sind nun die Elemente für unsere Combination. Wir setzen sogleich fest, daſs zwischen zwei gleichnamigen, sich auf dieselbe Linie beziehenden Elementen keine Combination statt finden dürfe, und wenn im Laufe der Entwicklung zwei solche gleichnamige Elemente doch zusammentreffen sollten, das eine in Beziehung auf das andere als negativ betrachtet werde.

Bei den Complexionen kann nun entweder die Wiederholung der Elemente gestattet seyn, oder nicht. Im letztern Falle erhält man:

1) die Unionen, d. h. die 6 Elemente selbst;
2) die Binionen, wenn man jedes Element vor die spätern setzt;
3) die Ternionen, deren jede alle drei ungleichnamigen Elemente enthält.

Auf beigefügter Formentafel (Taf. I.) sind diese Complexionen unter *Fβ*, *Fββ*, *Fβββ* dargestellt. Da ihre Entwickelung ohne alle Vorbereitung mit der gröſsten Leichtigkeit erfolgt, so wollen wir nur bemerken, daſs die Ternio-

*) Ausführlicher habe ich diesen Gegenstand in einer kleinen Schrift „Zur physischen Krystallonomie und geometrischen Combinationslehre, Stettin 1829," behandelt.

nen, als jedesmal alle drei ungleichnamigen Elemente enthaltend, schon durch die bloſse Stelle der Accente dargestellt werden, wie solches neben $F\beta\beta\beta$ geschehen ist, wo der Punkt die Stelle eines nicht accentuirten (positiven) Elements bezeichnet.

Die Complexionen mit Wiederholungen benennen wir nur nach der Zahl der darin enthaltenen *wirklich verschiedenen* Elemente. So ist *bbb* oder b^3 (lies *b* in der Wiederholung 3) uns nicht eine Combination der dritten, sondern der ersten Classe, eine *singuläre* oder eine *Union*; *bbbcc* oder b^3c^2 eine *binäre* oder *Binion*; *bbbccdd* oder $b^3c^2d^2$ eine *ternäre* oder *Ternion*. Die an die Buchstaben gesetzten Zahlen heiſsen Wiederholungsexponenten (wofür zur Abkürzung Wpten). Zur Bezeichnung unbestimmter Wiederholungsexponenten bedienen wir uns der griechischen Buchstaben.

Sind die Wpten der Elemente alle gleich ($=\beta$), so unterscheiden sich die so erhaltenen Complexionen mit Wiederholungen von denen ohne Wiederholungen in nichts Wesentlichem, bedürfen daher keiner neuen Entwicklung. Sind sie aber nicht gleich, so kann man zwar abermals die Complexionen ohne Wiederholung zum Grunde legen, muſs dann aber jede so oft, als eine Vertauschung möglich ist, mit den jedesmal verwechselten Wpten setzen. Hiernach hat die Entwicklung der Binionen, wie sie $F\beta\gamma$ darstellt, aus $F\beta\beta$ nicht die mindeste Schwierigkeit.

Da bei den Ternionen die Elemente *bcd* stets in derselben Folge zu Grunde gelegt sind, so könnten sie gänzlich weggelassen, und die Accente an die Wpten gesetzt werden. Es bedeutet also $\gamma\beta'\delta'$ eigentlich: $b^{\gamma}c'^{\beta}d'^{\delta}$. Man kann dieſs auch so ansehen, als ob statt der Ternionen der Form $\beta\beta\beta$ nur die daneben gesetzten Accente den Wpten untergelegt wären. Sind 2 Wpten gleich, so sind die beiden Fälle zu unterscheiden, wenn der dritte ungleiche Wpte kleiner und wenn er gröſser ist, als jeder der beiden gleichen. Der erste ist $F\beta\beta\gamma$, der andere

$F\beta\gamma\gamma$ dargestellt, indem stets $\beta > \gamma > \delta$ vorausgesetzt ist. Da 3 Dinge, wenn alle verschieden sind, $1.2.3 = 6$, wenn davon 2 gleich sind $\frac{1.2.3}{1.2} = 3$ verschiedene Anordnungen oder Vertauschungen gestatten, so hat die Entwicklung der drei letzten Formen der Tafel eben so wenig Schwierigkeiten, als die vorhergehenden. Man legt die Ternionen der $F\beta\beta\beta$ zum Grunde, und versetzt die Wpten an jeder so oft als es angeht.

Statt der unbestimmten Wpten β, γ, δ, können beliebige Zahlen gesetzt, und die Complexionen unmittelbar damit bezeichnet werden. Wenn keine der Wpten grösser als 9 ist, so lese man sie wie gewöhnliche Zahlen; z. B. 213 will sagen $b^2 c^1 d^3$. Eben diese Bezeichnung kann auch auf die Binionen und Unionen angewandt werden; z. B. 302 bezeichnet $b^3 d^2$; 030 bezeichnet c^3 etc.

Eine Complexion wird mit einer andern zusammengesetzt oder combinirt, wenn man jede in ihre Elemente zerlegt, und die gleichnamigen dann zusammenstellt, wobei die negativen Elemente als solche behandelt werden müssen. Daraus ergiebt sich leicht, wie man eine Complexion in zwei andere zerlegen kann, von denen die eine gegeben ist. Da diese Operation der arithmetischen Addition und Subtraction völlig analog ist, so können wir von dieser die Zeichen borgen, und sie in Beziehung auf den hier davon gemachten Gebrauch mit einem Häkchen versehen. So ist $b^3 c^2 d \,\hat{+}\, b^2 c^4 d^6 \,\hat{=}\, b^5 c^6 d^7$; $b^3 c'^2 d'^4 \,\hat{+}\, b'^5 c'^3 d^5 \,\hat{=}\, b'^2 c'^5 d$; $b^4 c'^3 d^2 \,\hat{-}\, b^2 c'^4 d'^3 \,\hat{=}\, b^2 c d^5$. Um das Zeichen $\hat{-}$ in $\hat{+}$ zu verwandeln, darf man nur die Accentuirung des Subtrahendus, wie bei der arithmetischen Subtraction, umkehren. Mit Weglassung der Elemente ist $352' \,\hat{-}\, 4'2'5' \,\hat{=}\, 352' \,\hat{+}\, 425 \,\hat{=}\, 773$. Das allgemeine Zeichen ist $b^\beta c^\gamma d'^\delta \,\hat{+}\, b^\pi c'^\varkappa d^\tau \,\hat{=}\, b^{\beta+\pi} c^{\gamma-\varkappa} d^{\tau-\delta}$ etc. Auf diesen auf den ersten Blick klaren Verhältnissen beruht, wie sich später zeigen wird, die ganze Ableitung. Man übersieht leicht, dafs das $\hat{+}$ Zeichen auch zwischen den

Elementen einer Complexion gesetzt werden darf, und dafs $b^2 cd \cong bb \dotplus c \dotplus d$, da dieses Zeichen ja eben nur eine Combination andeutet.

Aus diesen Complexionen geht nun der ganze Inbegriff aller Krystallgestalten hervor. Die einfachen Gestalten der 4 Hauptsysteme, des regelmäfsigen, prismatischen (zwei- und zweigliedrigen), pyramidalen (vier- und zweigliedrigen) und rhomboëdrischen, sind für gewisse Werthe der Wpten um und neben die Complexionen der Formentafel gezeichnet, und auch die der übrigen Krystallsysteme lassen sich leicht daraus evolviren. Sie hängen aber so mit denselben zusammen, dafs jede einzelne Complexion sich auf eine Fläche der dabei stehenden Gestalt bezieht, diese also jedesmal so viel Flächen hat, als verschiedene Complexionen dabei stehen.

Dafs diese Gestalten aber aus den Combinationen wirklich erfolgen, und dafs die erwähnten combinatorischen Rechnungsarten über alle Verhältnisse der Gestalten als solche, hinreichende Auskunft geben, bleibt nun noch nachzuweisen; letzteres kann aber, der Kürze wegen, nur an einigen Beispielen geschehen.

Von jenen Linien, auf denen wir die Elemente unsrer Combinationen annehmen, ist uns nun eine jede Träger (*radius constructor*) zweier darauf senkrechter, mithin paralleler Ebenen; diese Ebenen denken wir uns vom Mittelpunkte der Gestalt auf ihren Trägern nach je zwei entgegengesetzten Richtungen vorrückend, und betrachten die von der Gesammtheit jener Ebene construirte und umschlossene Gestalt. Unsre Elemente stellen also Richtungen und Maafse von Bewegung vor; diese können sich zusammensetzen oder combiniren, und so neue Bewegungen hervorbringen, deren Richtung und Maafs durch die Diagonale des Parallelogramms oder Parallelepipedums der Bewegung (der Kräfte) bestimmt wird, und eine solche Zusammensetzung nennen wir eine Combination der Bewegungen. Solche durch Combination zweier oder dreier

Bewegungen entstandene Linien sind nun nicht nur selbst Träger von Ebenen, sondern können unter sich und mit den Elementarträgern wieder in Combination treten, und so Complexionen von allen Formen hervorbringen. So ist aus $b \hat{+} c \hat{=} bc$; $bc \hat{+} b \hat{=} b^2 c$; $b^2 c \hat{+} b{\cdot}c \hat{=} b^3 c^2$ etc.

Die sämmtlichen Complexionen von gleicher Form (d. h. diejenigen, bei welchen die Wpten gleiche Zahlwerthe haben) *bringen nun jedesmal eine einfache, von lauter congruenten Flächen umschlossene Gestalt hervor, wenn sie zugleich gleichwerthig, d. h. von gleicher Gröſse sind.* Die Richtigkeit dieses Satzes läſst sich für alle einzelne Fälle durch die Congruenz der Träger und getragenen Flächen darthun, wenn man sie nach einander in verschiedene Lagen bringt, ergiebt sich aber noch leichter aus dem die Congruenz bedingenden Grundsatze: Was mit einem andern vollkommen gleich bestimmt, und durch diese Bestimmung zugleich vollständig gegeben ist, muſs ihm gleich seyn.

Nach diesen Vorbereitungen können wir sogleich an die Entwicklung der Gestalten gehen. Das *Krystallsystem*, welchem sie angehören, hängt davon ab, ob die Winkel der Träger rechte oder schiefe, und ob die Träger selbst, so wie die schiefen Winkel, welche sie etwa bilden, gleich oder ungleich sind. Die *Reihe* aber, welcher die so entstehenden Krystallgestalten angehören, wird durch die Zahlwerthe jenes Verhältnisses, und die Gröſse der schiefen Winkel bestimmt.

Regelmäſsiges System.

Sind alle Träger gleich, und jeder auf den beiden übrigen senkrecht, so gehören die Gestalten, welche sich aus den Combinationen derselben ergeben, dem regelmäſsigen Systeme an. Unter diesen Bedingungen sind *alle Complexionen von gleicher Form auch gleichwerthig*, und ihre Gesammtheit giebt daher jedesmal eine einfache Gestalt. Nach Ausweis der Formentafel (Taf. I.) giebt es daher nicht

mehr und nicht weniger als *sieben vollzählige*, der Art nach verschiedene Gestalten im regelmäfsigen Systeme.

Nehmen wir zuerst die Unionen, d. h. die Elemente selbst, geben einer jeden seine Ebene, und bringen die sämmtlichen getragenen Ebenen auf gleiche Entfernung vom Mittelpunkte, so erhalten wir den Würfel ($S\beta$ 100) *). Dieser ist hier in eine solche Stellung gebracht, dafs der eine Träger vertical, der andere nach rechts und links, der dritte nach vorwärts und rückwärts gerichtet ist. Alle übrigen Gestalten, die sich über den entwickelten Complexionen befinden, sind aus dem Würfel in dieser Stellung abgeleitet.

Jede Binion aus den einfachen Elementen, als die rechtwinklige Zusammensetzung zweier gleichen Bewegungen, giebt einen gegen die Mitte der Würfelkante gerichteten combinirten Träger. Giebt man diesem in seinem Endpunkte die darauf senkrechte Ebene, so liegt sie durch die Würfelkante, unter 45° gegen die beiden angrenzenden Würfelflächen geneigt. Complexionen dieser Form, die in $F\beta\beta$ entwickelt sind, giebt es 12, und man findet leicht, dafs die zwölf getragenen Ebenen, so weit sie sich gegenseitig begrenzen, das Rhombendodekaëder geben (F. 110.).

Jede Ternion aus den einfachen Elementen, wie bcd,

*) Mit dem Zeichen Einer Fläche bezeichne ich, dem Gebrauche der Krystallographie folgend, zugleich den Inbegriff der gleichwerthigen Flächen, d. h. die einfache Gestalt. Welche von den Flächen hierzu gewählt wird, ist zwar ganz beliebig, indefs habe ich, um die Mühe des Aufsuchens in der Formentafel zu erleichtern, in der Regel die erste hierzu gewählt. Die Wpten vertreten die Stelle der Coëfficienten nach der Weifs'schen Methode, die Elemente konnten aber weggelassen werden, da sie stets in derselben Folge untergelegt sind. Das Zeichen 100 ist also analog mit $[b : oc : od]$. Eben so ist 110 analog mit $[b : c : od]$; 321 analog $[3b : 2c' : d]$ u. s. w., bezieht sich bei mir aber auf die Coordinaten des Trägers einer Fläche, und wird so auch zur Bezeichnung der ganzen Gestalt angewandt.

als die rechtwinklige Zusammensetzung dreier gleichen Bewegungen, giebt einen gegen die Würfelecke gerichteten Träger. Solcher Complexionen giebt es 8, die in $F\beta\beta\beta$ entwickelt sind. Giebt man jedem dieser 8 Träger in seinem Endpunkte seine darauf senkrechte Ebene, welche durch die Würfelecke geht, und gegen die in derselben zusammenstoſsenden Flächen gleich geneigt ist, so erhält man das regelmäſsige Octaëder (F. 111.).

Dieſs sind nun die vollkommen bestimmten Gestalten, deren jede in ihrer Art nur einmal vorhanden ist, und ihre Träger bilden die 3 Systeme der Axen, welche man nach der Art, wie sie hier erhalten sind, die singulären (aus den Unionen oder den Elementen selbst), die binären (aus den Binionen) und die ternären (aus den Ternionen) nennen kann. Letztere werden auch die rhomboëdrischen Axen genannt.

Wie nun die Complexionen ohne Wiederholung die Grundlage für die mit Wiederholung sind, so sind auch die aus ihnen folgenden und so eben entwickelten Gestalten die Grundlage aller übrigen einfachen Gestalten des regelmäſsigen Systems. Diese enthalten aber der Art nach alle einfachen Gestalten der übrigen Systeme, welche sich aus ihnen, wenn man sie in die gehörige Stellung bringt, ohne die mindesten Schwierigkeiten entwickeln lassen. — Wenn hierbei für die Wpten verschiedene Zahlwerthe angenommen werden, so erhält man zwar Gestalten von andern Abmessungen, aber keineswegs der Art nach verschiedene Gestalten; man kann daher füglich auf diejenigen Complexionen, welche unter dasselbe allgemeine Schema passen, ohne für die Wpten gleiche Zahlwerthe zu enthalten, gleichartige, oder von *gleichartiger* Form nennen, während diejenigen, bei denen die Wpten auch gleiche Zahlwerthe haben, Complexionen von *gleicher* Form heiſsen.

Die Complexionen von gleicher Form, welche unter

das Schema $b^\beta c^\gamma$ passen oder damit gleichartig sind, geben einen von 24 Flächen umschlossenen Körper, welchen $210\, F\beta\gamma$ für den Fall darstellt, dafs $\beta=2$, $\gamma=1$ ist.

Da hier die Bedeutung des Wpten sich zuerst geltend macht, so mufs bestimmt werden, in welchem Sinne derselbe zu nehmen sey. Ein combinatorischer Ausdruck, wie $b^2 c$, will weiter nichts sagen, als dafs die Complexion bc mit b combinatorisch verbunden werden soll. Ob diese Verbindung aber eine Multiplication oder Addition, oder was sonst, bedeute, mufs jedesmal, ehe man davon einen arithmetischen Gebrauch macht, untersucht werden. Wenn nun auch ein solcher Gebrauch hier nicht erforderlich ist, indem die Lage des zusammengesetzten Trägers auch so ohne Zweideutigkeit gegeben ist, so kann es doch den Ausdruck erleichtern und der Vorstellungskraft zu Hülfe kommen, wenn eine solche Bestimmung vorhergeht. — Es sey demnach (Fig. 2. Taf. II.) $MP=b$, $MR=c$, so ist, wenn man das Parallelogramm vollendet, MS das Ergebnifs der Combination bc. Nun soll bc wieder mit b, d. h. MS mit MP combinirt werden, um $b^2 c$ zu erhalten. Hier ist $MSTP$ das Parallelogramm der Bewegung, mithin MT der aus der Complexion $b^2 c$ entspringende Träger. Zieht man TQ parallel MR, so ist auch $MRTQ$ ein Parallelogramm und $PQ=MP$, weshalb MT auch als diejenige mittlere Bewegung angesehen werden kann, welche aus der Combination von $MQ=2b$, und $MR=c$ entsprungen ist. Da sich dasselbe auch für andere Wpten und für 3 Elemente auf dieselbe Weise zeigen läfst, so schliefsen wir hieraus überhaupt, dafs die Wpten als Coëfficienten der Elemente, bei welchen sie stehen, angesehen werden können, und dafs $b^\beta c^\gamma d^\delta$ diejenige mittlere Bewegung ist, deren Seitenbewegungen βb, γc und δd sind. Beiläufig will ich noch darauf aufmerksam machen, dafs ein zusammengesetzter Träger, mithin auch die getragene Fläche, immer näher nach demjenigen

Elemente hingezogen wird, welches den gröfsten Wpten trägt. — Sind beide gleich, so hat sie auch gegen beide gleiche Lage.

Wir kehren nun zu der zu entwickelnden Gestalt zurück. Die Binionen ohne Wiederholung oder mit gleichen Wpten gaben uns das Rhombendodekaëder. Werden nun die Wpten ungleich, so wird jede Binion, wie bc, in zwei andere, $b^\beta c^\gamma$ und $b^\gamma c^\beta$, mithin auch die getragene Fläche in zwei andere zerfallen. Jeder Rhombus wird in seiner kurzen Diagonale, der Würfelkante, gebrochen, und zerfällt in zwei sich der darunterliegenden Würfelfläche zuneigende, und demgemäfs in ihrem gegenseitigen Durchschnitte sich verkürzende Dreiecke. Giebt man nun den Wpten bestimmte Werthe, so erhält man aus dem Inbegriff der Complexionen von gleicher Form jedesmal einen völlig bestimmten Körper, welcher ein Pyramidenwürfel genannt wird. Fig. 210 (Taf. I.) stellt ihn für den Fall dar, dafs $\beta=2$, $\gamma=1$ ist.

Sind drei Wpten vorhanden, die Complexion mithin ternär, so mufs das Octaëder untergelegt werden. Jede Ternion, wie bcd, zerfällt in 3 oder 6 verschiedene Complexionen, die Octaëderfläche mithin auch in oder 6 verschiedene Flächen, je nachdem von den Wpten 2 gleich, oder alle 3 ungleich sind.

Die Complexionen der Form $\beta\beta\gamma$ geben, da in ihnen die beiden gröfsern Wpten gleich sind, Flächen, die von 2 Hauptaxen, oder von einer Kante des Octaëders, ausgehen, und sich gegen die dritte hin über die Octaëderfläche erheben. Indem diefs von allen Kanten jeder Octaëderfläche zugleich geschieht, erhält man eine stumpfe Pyramide über derselben. Die Fig. zu $S\beta\beta\gamma$ stellt das Pyramidenoctaëder 221 dar.

Die Complexionen der Form $\beta\gamma\gamma$ geben Flächen, die von Einer Axe ausgehen, und sich gegen die gegenüberstehende Kante hin über die Octaëderfläche erheben. Die Figur zu $\beta\gamma\gamma$ stellt die Leucitgestalt 211 dar.

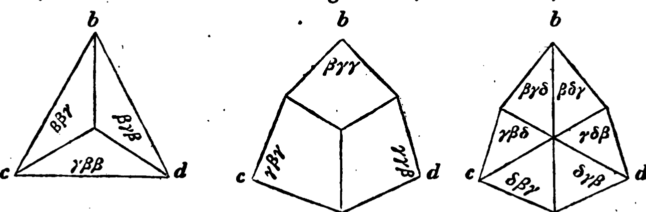
Die Complexionen geben ein ganz einfaches Mittel an die Hand, sich hierüber sogleich und ohne alle Hülfsmittel zu orientiren. Schreibt man irgend drei Elemente nämlich so hin, wie ihre Endpunkte am Körper liegen,

b

also hier in einem gleichseitigen Dreieck, so

c *d*

kann man die Complexionen mit Leichtigkeit dazwischentragen, indem man sie zunächst an dasjenige Element schreibt, welches den gröfsten Wpten trägt, und dieselben sodann mehr gegen das Element, welches den kleinen Wpten hat, hinzieht. Trennt man sodann die eingetragenen Complexionen durch dazwischen gezogene Striche, so erhält man, ungeachtet der hier herrschenden Willkühr, ein hinreichend deutliches Bild von der Lage der Flächen in dem einen Octaëder. Es versteht sich, dafs, wenn die beiden gröfsern Wpten gleich sind, die Fläche von den Elementen, welche sie tragen, zugleich ausgeht; dafs sie dagegen, wenn die beiden kleinen gleich sind, von dem dritten Elemente, welches den gröfsern Wpten trägt, ausgeht, und sich den beiden übrigen gleichmäfsig zuwendet. Hiernach sind die hier folgenden Flächen, die einem Octanten angehören, entworfen,



von denen die letzte sich auf das 48 eder, als diejenige Gestalt bezieht, welche aus den Complexionen der Form $\beta\gamma\delta$ entspringt. Auf der Formentafel ist sie für $\beta=3$, $\gamma=2$, $\delta=1$, d. h. nach unserer Bezeichnungsart, die Gestalt 321 dargestellt. Man erhält sie am leichtesten aus der Leucitgestalt, wenn man überlegt, dafs dadurch, dafs die beiden in jener gleichen Wpten in dieser ungleich werden, jedes der symmetrischen Vierecke in zwei congruente Dreiecke zerfallen mufs.

Diefs sind nun die vollzähligen Gestalten des regelmäfsigen Systems vollständig, und es ist leicht zu übersehen, dafs es keine andern geben könne. Aus diesen dürfen aber die Gestalten der übrigen Systeme blofs herausgehoben werden.

Prismatisches System (2 und 2gliedrig).

Sind *sämmtliche* sich gegenseitig halbirende Träger *ungleich*, aber noch *rechtwinklig* auf einander, so folgt sogleich, *dafs die Complexionen von gleicher Form nur dann gleichwerthig sind* (d. h. eine Diagonale von gleicher Gröfse und gleicher Lage gegen das Axensystem geben), *wenn sie sich durch nichts, als durch die Accente unterscheiden.* Sollte nämlich irgend ein Element mit einem ungleichnamigen, oder die Wpten zweier ungleichnamigen Elemente vertauscht seyn, so würde das Parallelogramm oder das Parallelepipedum, durch welches die Diagonale, als der Werth der Complexion, bestimmt wird, ein ganz anderes sein, und die Gestalt würde nicht mehr eine einfache bleiben. Es ist also zwar bc gleichwerthig mit $b'c$ oder bc' oder $b'c'$, aber nicht mit bd oder bd'. Eben so wenig ist $b^\beta c^\gamma$ gleichwerthig mit $b^\gamma c^\beta$ etc.

Hiernach kann man die gleichnamigen Complexionen so wie die einfachen Gestalten, sogleich aus denen des regelmäfsigen Systems ablesen. Erstere sind durch die senkrechten Linien von einander abgesondert und mit P bezeichnet, letztere stehen unter den so erhaltenen Columnen.

Die Gestalten des regelmäfsigen Systems bildeten nur Eine Reihe, da das Verhältnifs der Träger durch die Gleichheit völlig bestimmt war. Hier aber ist dieses Verhältnifs ein willkührliches oder durch eine vorliegende Gestalt gegebenes. Aus einem jeden solchen Verhältnifs entspringt nun eine andere Reihe von Gestalten, die aber nicht der Art, sondern nur den Abmessungen nach verschieden ist. Sollen diese Abmessungen berücksichtigt wer-

den, so ist es nothwendig, das Verhältnifs $b:c:d$ genau zu kennen. Hier aber, wo es nur blofs auf die Art der Gestalt ankommt, ist diese Rücksicht völlig überflüssig, und es konnte daher das Verhältnifs der Gleichheit beibehalten werden, wie überall, mit einigen wenigen Ausnahmen, geschehen ist, um die Uebersicht des Zusammenhanges mit den Gestalten des regelmäfsigen Systems zu erleichtern.

Die Elementargestalt (wenn man jedem Träger seine Ebene giebt) ist ein rectanguläres Prisma, und mithin keine einfache. Sie zerfällt aber in 3 einfache Gestalten (P1 bis 3 bei $F\beta$), deren jede aus zwei parallelen unbegrenzten Ebenen besteht. Die erste ist eine horizontale Schicht. Man kann sich vorstellen, sie sei durch unbegrenzte Erweiterung der obern und untern Endfläche des Würfels entstanden. Eben so die zweite durch Erweiterung der rechten und linken, die dritte durch Erweiterung der vordern und hintern Seitenfläche des Würfels. Da eine solche unbegrenzte Schicht sich nicht füglich zeichnen läfst, so ist die Schichtung blofs durch eine gerade Linie angedeutet, und durch die punktirte Axe, welche zugleich ihr Träger ist, näher bestimmt.

Die Binionen ohne Wiederholung geben 3 unbegrenzte Prismen (P1 bis 3 bei $F\beta\beta$), welche man aus dem Rhombendodekaëder ablesen kann, indem man sich vorstellt, dafs sich je 4 zu einer Zone gehörige Flächen unbegrenzt erweitern. Das erste Prisma (110) entsteht durch Erweiterung der rechten und linken Endflächen, das andere (101) auf gleiche Weise aus den vordern und hintern Endflächen, das dritte (011) durch Erweiterung der Mittelflächen. Das erste kann ein Tiefenprisma, das andere ein Breitenprisma, das dritte ein Höhenprisma genannt werden. Prismen dieser Art giebt es, sofern man über die Elemente einig ist, in jeder Reihe nur Eins. Von dieser, so wie von den folgenden Prismen sind hier nur Durchschnitte gezeichnet.

Die Ternionen ohne Wiederholung geben ein Octaëder mit rhombischer Basis (Mohs's Grundgestalt). Es unterscheidet sich von dem regelmäfsigen Octaëder nur durch seine Abmessungen, ist daher nicht besonders gezeichnet. Seine Axen sind die reziproken Werthe unserer Elemente.

Die Complexionen der Form $\beta\gamma$ geben 6 verschiedene Prismen, von denen je 2 sich nur durch ihre Abmessungen, und die übrigen auch durch die Lage, in welcher sie erhalten worden, unterscheiden. Die hier gleichwerthigen Complexionen sind durch die verticalen Striche zu den Gruppen *P*1 bis *P*6 abgesondert. Die mit diesen zu bezeichnenden Flächen des darüberstehenden Pyramidenwürfels bis zu ihrem Durchschnitt erweitert, bilden jedesmal die darunterstehende im Durchschnitt gezeichnete prismatische Gestalt. So entsteht das Tiefenprisma *P*1 durch Erweiterung der rechten und linken obern Endfläche, und der diesen parallelen etc. Prismen dieser Art, giebt es in jeder Reihe eine unbestimmte Menge. Hier sind die Prismen 210, 201, 021, 012, 120, 102 gezeichnet, der Absicht gemäfs aus dem Würfel abgeleitet, und aus dem Pyramidenwürfel herausgehoben. Man darf die sich rechtwinklig kreuzenden Axen des Durchschnitts nur im umgekehrten Verhältnifs der Elemente verlängern, um diese Prismen in denjenigen Abmessungen zu erhalten, wie sie die gegebenen Elemente erfordern. Sämmtliche Prismen dieses Systems werden durch die Ableitung in eine diagonale Stellung gebracht. Die horizontalen liegen auf einer Kante, die verticalen kehren eine Kante dem Beobachter zu. — Man übersieht leicht, dafs von der Wahl der aufrechten, als der Hauptaxe, und von der Stellung, welche man den beiden übrigen in dem Systeme der Elemente giebt, die Lage der Axe des abgeleiteten Prisma abhängt.

Für die Complexionen der Formen $\beta\beta\gamma$ und $\beta\gamma\gamma$

sind keine prismatischen Gestalten gezeichnet, da die Gleichheit der Wpten bei Ungleichheit der Träger alle Bedeutung verliert.

Die Gestalten der Form $\beta\gamma\delta$ sind lauter Doppelpyramiden mit rhombischer Basis. Sie werden mit gleicher Leichtigkeit aus den gehörig geordneten Complexionen, wie aus dem 48 ëder erhalten. Letzteres geschieht durch die Erweiterung je zweier Flächenpaare, die an einer und derselben singulären Axe einander gegenüber liegen, bis zu ihrem Zusammentreffen mit den ihnen parallelen Flächen. Pyramiden dieser Art giebt es in jeder Reihe eine unbestimmte Menge. Die hier gezeichneten, aus dem 48 ëder herausgehobenen, sind der Ordnung nach 321, 312, 213, 231, 132, 123.

Der Raum hat es nicht gestattet, den Gestalten dieses Systems diejenige Gröſse zu geben, welche sie erhalten haben würden, wenn man die Kanten und Diagonalen der darüberstehenden Gestalten des regelmäſsigen Systems bis zu ihrem Durchschnitt ausgezogen hätte, was allerdings das leichteste und anschaulichste gewesen wäre.

Die Complexionen stehen nun bei diesem und den folgenden Systemen mit den darunter oder daneben gezeichneten Gestalten in einer solchen Verbindung, daſs die mit jenen zu bezeichnenden Flächen der darüber stehenden Gestalt des regelmäſsigen Systems, bis zu ihrem Durchschnitt erweitert, die gesuchte Gestalt geben. Die Aussonderung derselben ist daher eigentlich ganz dasselbe, als die Aussonderung der gleichwerthigen Complexionen, und die Stellung immer diejenige, wie sie aus der angenommenen Lage der Elemente erfolgt.

Pyramidalsystem (4- und 2gliedriges).

Von den rechtwinkligen Trägern sind 2 gleich, der 3te ungleich. Man bringt das System der Elementarträger in diejenige Stellung, daſs der ungleiche aufrecht,

die beiden übrigen nach den horizontalen Hauptrichtungen gehen. Ersterer ist hier wieder mit *b*, letztere sind mit *c* und *d* bezeichnet.

Aufser den Complexionen, welche sich nur durch die Accente unterscheiden, erscheinen hier *auch noch diejenigen als gleichwerthige, bei welchen die gleichen Träger* (*c* und *d*) *gegen einander vertauscht sind.* Die Complexionen sind nun in der Formtafel so geordnet, dafs hiernach die Gruppen der gleichwerthigen neben einander stehen, deren jede mit *II* bezeichnet ist.

Hiernach übersieht man leicht, dafs die Elementargestalt in 2 einfache, eine horizontale Schicht, und ein aufrechtes, unbegrenztes quadratisches Prisma (100 u. 010 ≙ 001) zerfällt, welches in rechter Stellung erscheint *).

Die Binionen ohne Wiederholung geben eine Doppelpyramide mit quadratischer Basis (Quadrat in rechter Stellung) und ein unbegrenztes Höhenprisma, dessen Durchschnitt ein Quadrat in diagonaler Stellung ist (110 ≙ 101 und 011). Erstere entsteht aus der Erweiterung der sämmtlichen Endflächen, letztere, wie im prismatischen Systeme, durch Erweiterung der Mittelfläche des Rhombendodekaëders.

Die Ternionen geben auch eine Doppelpyramide mit quadratischer Basis (Quadrat in diagonaler Stellung) deren Zeichen 111.

Die Complexionen der Form $\beta\gamma$ geben 2 Doppelpyramiden mit quadratischer Basis (Quadrat in rechter Stellung) *II*1 (≙ 210) und *II*3 (≙ 120), von denen die erste stumpfer ist, als die andere. Dagegen giebt *II*2 (≙ 021) eine achtseitige unbegränzte Säule, deren Querschnitte

*) Die Stellung, welche hier die rechte genannt ist, und nach dem Sinne der ganzen Entwickelung so genannt werden mufs, wird von denjenigen Krystallographen, welche aus dem Octaëder oder der 4seitigen Doppelpyramide ableiten, als die Diagonale betrachtet, und umgekehrt unsere Diagonale als ihre rechte Stellung.

schnitt ein Achteck mit gleichen Seiten und abwechselnd gleichen Winkeln ist. Aus dem Pyramidenwürfel erfolgt *II*1 durch Erweiterung der obern und untern Endflächen, *II*3 durch Erweiterung derjenigen Flächen, welche mit diesen durch eine Kante zusammenhängen, und *II*2 durch Erweiterung der Mittelflächen.

Die Complexionen der Form $\beta\beta\gamma$ geben eine achtseitige Doppelpyramide, deren Basis ein Achteck mit gleichen Seiten und abwechselnd gleichen Winkeln ist, und eine vierseitige Doppelpyramide mit quadratischer Basis (Quadrat in diagonaler Stellung). Die hier gezeichneten sind 221 und 122, wie sie aus dem Pyramidenoctaëder, erstere durch Erweiterung sämmtlicher Endflächen in gleicher Gröfse, letztere durch Erweiterung der Mittelflächen verkleinert erfolgt. Auf ähnliche Weise verhält es sich mit den Gestalten der Form $\beta\gamma\gamma$, die aus der Leucitgestalt einestheils durch Erweiterung der Endflächen, anderntheils durch Erweiterung der Mittelflächen (beide verkleinert) hergeleitet sind (211 und 121).

Die Complexionen der Form $\beta\gamma\delta$ geben 3 achtseitige Doppelpyramiden. Die erste ist aus dem 48éder durch Erweiterung der sämmtlichen Endflächen, die zweite durch Erweiterung derjenigen Flächen, welche mit den erstern in einer Kante zusammenhängen, die dritte durch Erweiterung der Mittelflächen entstanden. Die beiden ersten haben die Gröfse behalten, welche ihnen die Ableitung gegeben hat, die dritte ist aus Mangel an Raum verkleinert. Die hier gezeichneten Gestalten sind *II*321, 213, 132.

Sämmtliche achtseitige Doppelpyramiden sind von ungleichschenkligen Dreiecken als Seitenflächen begrenzt; ihre gemeinschaftliche Basis aber ist ein gleichseitiges Achteck, mit abwechselnd gleichen Winkeln.

Rhomboëdrisches System.

Wenn die Elementarträger nicht mehr rechtwinklig

sind, wie in dem vorigen Systeme, so ist der einfachste Fall derjenige, *daſs sie unter gleichen Winkeln gegen einander geneigt sind, während ihr Verhältniſs das der Gleichheit ist.* Die Gestalten, welche unter diesen Bedingungen aus der Combination der Elementarträger entspringen, machen das *rhomboëdrische System* aus.

In diesem Falle wird die Combination eines und desselben Radius constructor mit den beiden entgegengesetzten Radien eines andern Trägers einen ganz verschiedenen Werth haben. Das eine ist die Diagonale zwischen den beiden spitzen, das andere zwischen den beiden stumpfen Winkeln einer und derselben schiefwinkligen Raute. — Bezeichnet man nun diejenigen Radien, welche gleiche Winkel mit einander bilden, einerseits mit den unaccentuirten, andrerseits mit den accentuirten Buchstaben, so übersieht man leicht, daſs unter dieser Voraussetzung nur diejenigen Complexionen von gleicher Form gleichwerthige sind, in welchen entweder die gleichnamigen Wpten auch gleichbezeichnete sind, oder in welchen die sämmtlichen Wpten ihre Vorzeichen (Accente) vertauscht haben. *Die gleichen Elemente können beliebig verwechselt werden, aber die Accente haften unveränderlich an den Wpten, und können nur im Ganzen, nicht im Einzelnen, vertauscht werden.*

Vergleichen wir nun die Bedingungen, unter welchen in den verschiedenen Systemen Complexionen von gleicher Form auch gleichwerthige sind und eine einfache Gestalt geben, so finden wir, daſs es folgende sind.

Im regelmäſsigen Systeme sind alle Complexionen von gleicher Form (wozu der gleiche Zahlwerth der Wpten gehört) auch gleichwerthige, und geben eine einfache Gestalt. Diese kann daher mit einer ganz beliebigen Complexion, die unter dieser Form enthalten ist, ohne allen weitern Zusatz bezeichnet werden. Ob man also sagt, Gestalt 321, oder 231, oder 312 etc., ist ganz gleichgültig, da jeder dieser Ausdrücke ganz dasselbe bestimmte

48eder, während der Ausdruck $\beta\gamma\delta$ oder $\gamma\beta'\delta$ etc. nur ein 48eder überhaupt bezeichnet.

Im prismatischen Systeme waren die Elemente verschieden; es konnten daher nur die Accente vertauscht werden, wenn die Complexionen gleicher Form gleichwerthige bleiben sollten, während im pyramidalen auch noch eine Vertauschung der beiden gleichen Elemente stattfinden konnte. Es muſs daher durch irgend ein Zeichen angedeutet werden, welcher Inbegriff von Complexion hier zu einer einfachen Gestalt gehöre, und dazu sind hier die Zeichen P und Π gewählt. P321, 32'1, 3'2'1 etc. sind daher gleichbedeutend, und eben so Π321, 312, 3'1'2 etc., wenn man nicht eine bestimmte Fläche, sondern nur eine Gestalt andeuten will. Dieses Zeichen (P, Π) soll nicht die Beschaffenheit der Gestalt, ob sie z. B. eine Pyramide oder eine Säule ist, sondern nur das System andeuten, welchem sie angehört *). Es wäre daher auch völlig überflüssig, dieses Zeichen jedesmal zu wiederholen, da es bei allen Gestalten derselben Reihe dasselbe ist.

Zur Bezeichnung der gleichwerthigen Complexionen und der dadurch hervorgebrachten einfachen Gestalten des rhomboëdrischen Systems, ist hier das Zeichen R gewählt, und es sind dieselben auf der Formentafel durch die horizontalen Striche von einander abgesondert. R321, 312, 231, 1'2'3' etc. sind daher, sofern dadurch die Gestalt, nicht die einzelne Fläche angedeutet werden soll, völlig gleichbedeutend, und wenn hier, wie bei den vorigen Systemen, das Zeichen aus der ersten Columne genommen ist, so ist es bloſs geschehen, um das Aufsuchen zu erleichtern.

Das System der Elementarträger bringt man hier am

*) In der Formentafel ist das Zeichen Π da nicht gesetzt, wo die nämlichen Complexionen, welche eine Gestalt des prismatischen Systems bedingen, auch eine einfache Gestalt des pyramidalen geben; es muſs dann also mit verstanden werden.

besten in eine solche Stellung, dafs sie gegen eine und dieselbe horizontale Ebene gleich geneigt sind, wodurch die Complexion aus je 3 gleichbezeichneten Elementen vertical wird *). Sie heifst die rhomboëdrische Axe. Denkt man sich um das ganze System eine Kugel beschrieben, so ist sogleich klar, was unter der rhomboëdrischen Axe, (AA' Fig. 3 Taf. II.), dem rhomboëdrischen Aequator (EQ) zu verstehen sei, und was man sich unter rhomboëdrischen Polen, Meridianen und Parallelkreisen zu denken habe. Wir bringen das System der Elementarträger in diejenige Stellung, dafs die unaccentuirten Elemente in der obern Halbkugel liegen, und drehen es um die rhomboëdrische Axe so weit, bis der mit d und d' bezeichnete Träger in einer Ebene liegt, welche durch die Axe geht, und auf der Projectionsebene senkrecht ist. — Alle Gestalten sind in diejenige Stellung gebracht, wie sie aus dem so gestellten Systeme der Elementarträger erfolgen.

Die einander gleichen Winkel der Elementarträger können jede mögliche Gröfse haben; sie können spitz und stumpf sein. Nur bei der Rechtwinklichkeit würde das System in das Regelmäfsige übergehen. Diefs hindert indefs nicht, hier, wo es blofs auf die Art, nicht auf die Abmessungen der Gestalten ankommt, diese Winkel als Rechte zum Grunde zu legen, aber nur diejenigen Flächen beizubehalten, welche nach dem Vorstehenden zu einer einfachen Gestalt des rhomboëdrischen Systems gehören. Wir verlieren dadurch für unsern Zweck nichts, indem die Gestalten als solche von den Winkeln völlig unabhängig sind, erlangen aber den Vortheil, die rhomboëdrischen Gestalten aus denen des regelmäfsigen Sy-

*) Da auf der Formentafel neben den beiden Zeichnungen des 48ëders noch Raum war, so habe ich neben der ersten das Axensystem in der für die rechtwinkligen Systeme gebrauchten, zwischen beiden aber dasselbe in der von mir gebrauchten rhomboëdrischen Stellung gezeichnet, wodurch das Aufsuchen einer Fläche aus ihren combinatorischen Zeichen sehr erleichtert wird.

stems durch Verlängerung der Kanten und Diagonalen evolviren zu können. Damit dieses mit Leichtigkeit geschehen könne, hat man nur nöthig, die 7 einfachen Gestalten des regelmäfsigen Systems in rhomboëdrische Stellung zu bringen, so dafs eine ternäre Axe aufrecht steht. Man vergleiche hierüber die Formentafel, wo die zweite obere Figur die danebenstehende regelmäfsige Gestalt mit gleichen Dimensionen in rhomboëdrischer Stellung zeigt. Hebt man nun die mit den gleichwerthigen Complexionen bezeichneten Flächen heraus, oder, was dasselbe ist, erweitert man diejenigen Flächen, welche eine gleiche Lage gegen die rhomboëdrischen Pole haben, bis zu ihrem Durchschnitt, so erhält man die darunterstehenden einfachen Gestalten des rhomboëdrischen Systems. Die Evolution derselben wird dadurch nicht eben schwieriger, als die der gleichwerthigen Complexionen.

Nur die Complexionen der Form β geben insgesammt eine einfache Gestalt, welche hier durch den in rhomboëdrischer Stellung gebrachten Würfel also schon dargestellt ist.

Die Binionen ($F\beta\beta$) ohne Wiederholungen zerfallen in 2 Abtheilungen gleichwerthiger Complexionen, je nachdem die beiden Elemente gleich oder ungleich bezeichnet sind. Die erste ist ein stumpferes Rhomboëder, die andere ein unbegrenztes Prisma, dessen Querschnitt ein regelmäfsiges Sechseck ist. Die erste ist hier durch Erweiterung der Endflächen, letztere durch Erweiterung der Mittelflächen aus dem darüberstehenden Rhombendodekaëder in der sich dadurch ergebenden Gröfse evolvirt. Die erste ist dieselbe, welche sich aus der Elementargestalt ergiebt, wenn man durch ihre Endkanten, die zweite, wenn man durch ihre Mittelkanten berührende Ebenen legt, wie sich durch Betrachtung der Combination sogleich ergiebt. Die einfache Combination aus zweien zu verschiedenen Polen gehörigen Elementen, giebt nämlich einen zusammengesetzten Träger, der im rhomboëdri-

schen Aequator liegt, dessen getragene Fläche mithin der Axe parallel ist. Wenn beide Gestalten durch eine höhere Combination mit einander in Verbindung treten, so geben sie die regelmäſsige sechsseitige Säule, mit dreiflächig abgestumpften Enden, wie beim Kalkspath, und man könnte diese als ein entstelltes Rhombendodekaëder betrachten.

Die Ternionen ohne Wiederholungen ($F\beta\beta\beta$) zerfallen in 2 ungleiche Abtheilungen, von denen die erste nur 2, aus den gleichbezeichneten Elementen bestehende, letztere dagegen 6 gleichwerthige Complexionen enthält, deren jede aus einem Elemente, welches zu dem Einen, und zwei Elemente, welche zum andern Pol gehören, besteht. Die erste giebt eine unbegrenzte horizontale Schicht, die andere ein Rhomboëder (111'). Beide Gestalten sind hier aus dem darüberstehenden, in rhomboëdrische Stellung gebrachten Octaëder, die erste durch Erweiterung der Endflächen, die letztere durch Erweiterung der Seitenflächen entwickelt.

Die Binionen mit Wiederholungen ($F\beta\gamma$) zerfallen in 2 gleiche Abtheilungen, geben daher für jedes Verhältniſs von $\beta : \gamma$ zwei einfache Gestalten, von denen jede durch 12 Flächen begrenzt ist. Beide sind Skalenoëder, und nur in dem einen hier gezeichneten Falle wird die erste eine gleichschenklige Doppelpyramide, wenn $\beta : \gamma = 2 : 1$, d. h. die Gestalt 210 wird. Beide sind hier aus dem in rhomboëdrische Stellung gebrachten Pyramidenwürfel 210 gezeichnet, erstere durch Erweiterung der obern und untern Endflächen, letztere durch Erweiterung der Mittelflächen, beide aus Mangel an Raum etwas verkleinert. Die Lateralkanten der letztern Gestalt gehören dem ursprünglichen Rhomboëder an.

Die Complexionen der beiden Formen $\beta\beta\gamma$ und $\beta\gamma\gamma$ zerfallen für jede in 3 Abtheilungen gleichwerthiger Complexionen, von denen 2 gleich sind. Jede der beiden ersten Abtheilungen giebt für jedes Verhältniſs von

β zu γ eine von 6, die letzte eine von 12 Flächen umschlossene einfache Gestalt.

Die beiden ersten Gestalten, welche aus den Complexionen der Form $\beta\beta\gamma$ entspringen, sind Rhomboëder, die letzte ein Skalenoëder. Die hier gezeichneten sind die Rhomboëder 221 und 221′ und der Skalenoëder 221, dessen Lateralkanten dem Rhomboëder 111′ angehören. Sie sind sämmtlich aus dem Pyramidenoctaëder 221, die erstere durch Erweiterung der Endflächen, die andere durch Erweiterung der mit diesen in einer Kante zusammenhängenden, die dritte durch Erweiterung der übrigen Flächen gezeichnet.

Etwas anders verhält es sich mit den Gestalten aus den Complexionen der Form $\beta\gamma\gamma$. Von diesen ist nämlich die 2te eine regelmäfsige sechsseitige Säule, jedoch nur in dem Falle, wenn die Summe der positiven und negativen Wpten gleich, d. h. wenn die Gestalt von der Form 21′1′ ist. Sie sind auch hier aus der darüberstehenden in rhomboëdrische Stellung gebrachten Leucitgestalt 211, erstere durch Erweiterung der Endflächen, die andere durch Erweiterung der Mittelflächen, die dritte durch Erweiterung der übrigen Flächen bis zum Durchschnitt construirt. Die Lateralkanten des Skalenoëders 211′ gehören dem Rhomboëder 110 an. Ist $\beta = 3$, $\gamma = 1$, so verwandelt sich das Skalenoëder in eine Doppelpyramide.

Die Complexionen der Form $\beta\gamma\delta$ zerfallen, wenn man nach der obigen Regel die gleichwerthigen absondert, in 4 gleiche Abtheilungen, und geben daher 4 verschiedene Gestalten, welche an dem in rhomboëdrische Stellung gebrachten 48ëder, in den 4, von jedem rhomboëdrischen Pole gegen den Aequator herabsteigenden geographischen Zonen *) liegen, und durch Erweiterung

*) Da man unter einer krystallographischen Zone einen Complex von Flächen versteht, die unter sich parallele Kanten haben, und daher auf einer und derselben Ebene senkrecht sind, so

der Flächen je zweier von den entgegengesetzten Polen in gleichen Abständen liegender geographischer Zonen bis zum gegenseitigen Durchschnitt erhalten werden. Der Raum hat hier erlaubt, sie aus dem 48ëder 321 in derjenigen Gröfse zu zeichnen, in welcher sie durch Erweiterung der Flächen der darüberstehenden Gestalt erfolgen. Alle 4 sind eigentlich Skalenoëder. Es kann jedoch jeder der 3 rechten sich in eine gleichschenklige, sechsseitige Doppelpyramide verwandeln, wenn die Wpten, mit Rücksicht auf ihre positive oder negative Beschaffenheit, in stetiger arithmetischer Proportion stehen, d. h. wenn ihre Unterschiede gleich sind. Dieser Fall tritt hier für das erste aus 321 ein. Für die Wpten 521 würde das zweite, für 421 das dritte, eine gleichschenklige Doppelpyramide geben. Eben dieses Gesetz findet auch auf die übrigen Skalenoëder Anwendung, namentlich für $210 F\beta\gamma$ und $311' F\beta\gamma\gamma$, wo die Wpten in stetiger Proportion stehen. Dagegen kann, vermöge der Bedingung, dafs $\beta > \gamma > \delta$, das 4te Skalenoëder nie eine gleichschenklige Pyramide werden, wohl aber eine zwölfseitige Säule, für den hier der Zeichnung zum Grunde gelegten Fall, dafs $\beta = \gamma + \delta$.

Der Raum erlaubte es noch, eine Projection des 48ëders 321 auf den rhomboëdrischen Aequator in der Formentafel anzubringen, auf dessen Flächen indefs zur Orientirung, die unbestimmten Wpten eingetragen sind. Sein Umfang ist der Durchschnitt des 12seitigen Prisma 321. — Von den Flächen $\beta\gamma\delta$, $\beta\gamma\delta'$, $\beta\delta\gamma'$ etc. kann man sagen, sie liegen in derselben rhomboëdrischen Section, d. h. zwischen denselben durch die Elemente gelegten rhomboëdrischen Hauptmeridianen. Auf der untern Hälfte der Gestalt liegen die Flächen $\delta'\gamma'\beta'$, $\delta\gamma'\beta'$, $\gamma\delta'\beta'$ in derselben Section, und sind denen auf der obern Hälfte in der Scheitelsection liegenden Flächen $\delta\gamma\beta$ etc. parallel.

habe ich den aufser der Krystallographie üblichen Gebrauch des Wortes Zone näher bezeichnen zu müssen geglaubt.

Die Flächen $\beta\delta'\gamma'$ und $\gamma\delta\beta'$ liegen zwar auch in dieser Section, aber sie reichen nur zur Hälfte hinüber.

Da die übrigen Krystallsysteme keine einfachen vollständig begrenzten Gestalten geben, so mufsten diese auf der Tafel in der Zeichnung übergangen werden. Es hat indefs gar keine Schwierigkeiten, den Inbegriff derjenigen Complexionen, welche nach der Beschaffenheit des Systems gleichwerthige sind, auf der Formentafel auszusondern, und die dadurch bedingten unbegrenzten Gestalten aus den daneben gezeichneten herauszuheben, wobei man die beiden Formen $\beta\beta\gamma\gamma$ und $\beta\gamma\gamma\gamma$ aus den beim prismatischen System angegebenen Gründen übergeht. — So findet man für das zwei- und eingliedrige System (Mohs's hemiprismatisches, Naumann's monoklinoëdrisches) die gleichwerthigen Complexionen in den Durchschnitten von *R* und *II*, und auf den daneben und darunter gezeichneten rhomboëdrischen und pyramidalen Gestalten, wenn man die mit jenen Complexionen zu bezeichnenden Flächen bis zum Verschwinden der übrigen erweitert, und von dem rhombischen Prisma als Elementargestalt ausgeht. Hiervon giebt es nur Eine Ausnahme in $F\beta\beta\beta$, wo nur die 4 ersten Flächen von *R*2 zu einer einfachen Gestalt gehören. Für das unregelmäfsige System giebt es überall keine gleichwerthigen Flächen, als die einander parallelen. Sie finden sich daher auf der Formentafel in den Durchschnitten von *R* und *P*. Andere Krystallsysteme, wie das von Mitscherlich am unterschwefligsauren Kalk entdeckte, so wie das von mir am Adular vermuthete Vier- nnd Eingliedrige System, übergehe ich hier, der Kürze wegen.

Die hier aufgestellte Ableitung der Krystallgestalten schliefst sich, wiewohl von ganz entgegengesetzten Principien ausgehend und rein speculativ, doch zunächst der Haüy'schen an. Setzt man sowohl für die Abmessun-

gen seiner subtractiven Molecüle, als auch für die Coëfficienten seiner Decrescenzreihen, ihre reciproken Werthe, so gelangt man unmittelbar zu unserer Bezeichnung. In den rectangulären Systemen verhält es sich mit den Ableitungen von Weiſs und Naumann eben so; dagegen weichen sie in dem rhomboëdrischen Systeme dadurch ab, daſs sie statt der von uns als einfach angesehenen Träger der Rhomboëderflächen die Proportionen auf die rhomboëdrische Axe und den rhomboëdrischen Aequator, oder eine Combination aus den letztern, als einfache Elemente ansehn. Hierdurch werden viele Gestalten von ihnen als halbzählige (hemiëdrische) betrachtet, welche hier als vollzählige erscheinen, und umgekehrt.

Mit welcher groſsen Leichtigkeit, Sicherheit und Bestimmtheit jede Art der Hemiëdrie aus den Formen der Complexionen hergeleitet, beurtheilt, und auf's unzweideutigste bezeichnet werden kann, ist in dem angeführten Hefte zur physischen Krystallonomie gezeigt. — Daſs bei den übrigen Krystallographen nur 2 Ableitungscoëfficienten gebraucht werden, während hier stets 3 Wiederholungsexponenten als solche auftreten, davon liegt der Grund darin, daſs hier jede Bruchform derselben ausgeschlossen ist, wie sich bei einer combinatorischen Entwicklung eigentlich von selbst versteht, da durch fortgesetzte Combinationen nie gebrochene Wpten entstehen können. Eben dieser Umstand scheint aber für die Naturgemäſsheit dieser Darstellung zu sprechen, sofern sie ein rationales Verhältniſs jener Coëfficienten, welches die Natur in den Gestalten eine Reihe ohne Ausnahme giebt, ihrerseits als nothwendig fordert. Wenn man dagegen jene Coëfficienten durch arithmetische Operationen sucht, setzt man für die Verhältnisse $\beta : \gamma ; \delta$ allerdings bequemer $\frac{\beta}{\delta} : \frac{\gamma}{\delta} : 1 = \mu : \nu : 1$, um die beiden zu suchenden Verhältniſsfactoren an einfache Schemata zu knüpfen.

Es bleibt noch übrig einige Proben der Ableitung, der Entwicklung und der Darstellung des Zusammenhanges der Gestalten zu geben. Diese beruhen, der Hauptsache nach, auf dem Satze: *wenn 2 Bewegungen (Kräfte) von einem Puncte ausgehen, so muſs jede aus denselben zusammengesetzte mit ihnen in derselben Ebene liegen, und umgekehrt, wenn sie in derselben Ebene liegt, muſs sie sich als aus ihnen zusammengesetzt betrachten lassen.* — Es scheint kaum glaublich, daſs ein so einfacher und evidenter Satz miſsverstanden, oder in Zweifel gezogen werden könne.

Wenn in einer beliebig zusammengesetzten Gestalt irgend eines Systems eine zu bestimmende Fläche s zwischen zwei bekannten, f und g, mit parallelen Combinationskanten tritt, so daſs f, s, g in einer Krystallzone sind, so müssen die Träger dieser Flächen in einer Ebene liegen. Es muſs sich also der Träger von s durch eine Combination der Träger von f und g darstellen lassen, und es ist $s \triangleq f^x g^y$, oder, wenn $\frac{x}{y} = m$ gesetzt wird, $s \triangleq f^m g$. Dieſs ist nun eine *völlig allgemeine Combinationsgleichung*, in welcher sich m durch eine, wenn auch nur oberflächliche Messung des Winkels f zu s oder g zu s bestimmen läſst, wenn die Elemente der Reihe feststehn. Sollte die nämliche Fläche s aber noch zwischen 2 andern bekannten, k und l, mit parallelen Combinationskanten liegen, so würde auch $s \triangleq k^n l$, mithin $f^m g \triangleq k^n l$ sein müssen. Drückt man nun die bekannten Flächen f, g, k, l, aus ihren Elementen (auf der Formentafel b, c, d genannt) aus, so lassen sich m und n, mithin s auf doppelte Weise, ohne alle Messung bestimmen, da man für die beiden Unbekannten m und n zwei Gleichungen erhält.

Um von der Methode der Entwicklung ein Beispiel zu geben, wähle ich, da ich zu eigenen Beobachtungen

keine Gelegenheit habe, die Abbildung des Axinits, womit Hr. Prof. Neumann seine treffliche Abhandlung im 80sten Bande dieser Annalen (S. 63 sq.) begleitet, und verstehe unter den zur Bezeichnung der Flächen gebrauchten Buchstaben zugleich die Träger der Flächen. In der Darstellung auf der Kugelfläche (wo die den Krystall begrenzenden Flächen als Tangentialflächen zu denken sind) von welcher ich hier den Lesern, welche jenen Band nicht zur Hand haben, in Fig. 4. Taf. II. eine verkleinerte Abbildung gebe, stehen die Buchstaben wirklich in den Trägern. Da hier zwischen den entgegengesetzten Trägern gleichnamiger Flächen unterschieden werden mufs, habe ich, um mit Hrn. Prof. Neumann in Uebereinstimmung zu kommen, diejenigen Flächen (ihre Träger) als positiv angenommen, welche von ihm in seiner Entwicklung (daselbst S. 76 und 77) als solche angegeben sind, und darnach die Accente gesetzt. So hat z. B. x und alle im obern Theile der Zeichnung liegende Flächen den Accent erhalten, weil das von N. angegebene x die in der Zeichnung nicht erscheinende Gegenfläche von x' ist. Um Zweideutigkeit zu vermeiden, ist (r') mit ϱ vertauscht.

Ich wähle nun die ganz beliebigen Flächen, wie u, P, r, von denen Hr. Prof. Neumann sagt, dafs sie in den ihm vorliegenden Krystallen einen vorherrschenden Antheil an der Begrenzung nehmen. Die Träger derselben sind durch diese Wahl als die Elemente der Combinationen (d. i. Stellvertreter von b, c, d im Obigen) gesetzt, und die Wpten beziehen sich in der genannten Ordnung auf dieselben, dergestalt, dafs 100 den Träger der Fläche u, 010 den Träger P, 001 den Träger r, 101 den combinirten Träger ur bezeichnet. Hiedurch ist nun die Lage der Elementarträger fixirt. Da aber ihr Verhältnifs noch unbestimmt ist, so kann ich, abermals willkührlich, entweder für 2 binäre, mit je 2 Elementarträgern in derselben Zone liegende, und aus ihnen binär zusammengesetzte, oder eine ternäre, in Ansehung der

Accente gehörig orientirte Fläche beliebige Ausdrücke annehmen, mittelst deren nun auch jenes Verhältnifs vorläufig fixirt ist. Es sei demnach, indem wir uns der erstern Methode, als der leichtern, bedienen, in der Zone uP der binäre Träger der Fläche $o \hat{=} u\ P \hat{=} 110$, und in der Zone $Pr\ M \hat{=} P'r \hat{=} 01'1$ *).

Bis hierher ist nun alles völlig willkührlich gewesen, aber wir haben jetzt auch die zur Entwicklung der Gestalt erforderlichen Haltpunkte vollständig vor uns, und können das Verhältnifs jeder der übrigen Flächen bestimmen. So liegt z. B. x' zwischen o und r', könnte daher $or' \hat{=} 110 \hat{+} 001' \hat{=} 111'$ seyn. Es liegt aber auch x' zwischen u und M', könnte daher $uM' \hat{=} 100 \hat{+} 011' \hat{=} 111'$ seyn.

Da beide Ausdrücke dieselben sind, so ist hiedurch das Verhältnifs von x' zur übrigen Gestalt ganz entschieden bestimmt, nämlich $x' \hat{=} uPr'$ oder $x \hat{=} u'P'r$, und man kann nun sogleich x wieder zur Bestimmung solcher Flächen gebrauchen, welche in einer durch x gehenden Zone liegen. — Auf ähnliche Weise geht die Entwicklung bei allen übrigen Flächen vor sich, wie die nachfolgende Zusammenstellung zeigt, bei welcher, um die grofse Leichtigkeit der Entwicklung vor Augen zu legen, keine Ziffer weggelassen ist, von welcher bei der Bestimmung wirklich Gebrauch gemacht wäre.

*) Hätte man etwa, nach der 2ten Methode, die ternäre Fläche $x' \hat{=} uPr' \hat{=} 111'$ gesetzt, so hätte man o aus $u\ P$ und $x'r$ übereinstimmig $\hat{=} 110$, und M aus $P'r$ und $u'x'$ übereinstimmig $\hat{=} 01'1$ gefunden. — Die bestimmte Lage einer ternären Fläche kann übrigens nur durch 2 Messungen ausgemittelt werden, so dafs doch auch hierbei 5 Messungen zur Berechnung erforderlich sind.

Elemente.

$u,\ P,\ r$

$v \triangleq uP \triangleq 110$

$M \triangleq P'r \triangleq 01'1$

x' aus vr'	$\triangleq 110 \overset{\frown}{+} 001' \triangleq 111'$	stimmt.
- uM'	$\triangleq 100 \overset{\frown}{+} 011' \triangleq 111'$	
y' aus vM'	$\triangleq 110 \overset{\frown}{+} 011' \triangleq 121'$	st.
- Px'	$\triangleq 010 \overset{\frown}{+} 111' \triangleq 121'$	
s' aus ur'	$\triangleq 100 \overset{\frown}{+} 001' \triangleq 101'$	st.
- $P'x'$	$\triangleq 01'0 \overset{\frown}{+} 111' \triangleq 101'$	
l aus uP'	$\triangleq \ldots\ldots\ 11'0$	st.
- Ms'	$\triangleq 01'1 \overset{\frown}{+} 101' \triangleq 11'0$	
σ' aus $P's'$	$\triangleq 01'0 \overset{\frown}{+} 101' \triangleq 11'1'$	st.
- $r'l$	$\triangleq 001' \overset{\frown}{+} 11'0 \triangleq 11'1'$	
ϱ aus $P'M'$	$\triangleq 01'0 \overset{\frown}{+} 01'1 \triangleq 02'1$	st.
- uy	$\triangleq 100 \overset{\frown}{+} 1'2'1 \triangleq 02'1$	
w aus uP	$\triangleq \ldots\ldots\ 110$	stimmt, wenn man w
- ry'	$\triangleq 001 \overset{\frown}{+} 121' \triangleq 120$	$= uP^2$ setzt.
n aus rv	$\triangleq 001 \overset{\frown}{+} 110 \triangleq 111$	st.
- Mw	$= 01'1 \overset{\frown}{+} 120 = 111$	
o' aus $M'w$	$\triangleq 01'1' \overset{\frown}{+} 120 \triangleq 131'$	stimmt, wenn man o'
- $\varrho'y'$	$\triangleq 021' \overset{\frown}{+} 121' \triangleq 142'$	$= M'^2 w$ setzt.
c' aus wo'	$\triangleq 120 \overset{\frown}{+} 142' \triangleq 262' \triangleq 131'$	st., auch ohne c'
- Py'	$\triangleq 010 \overset{\frown}{+} 121' \triangleq 131'$	$= P^2 y'^2$ zu s.
m aus vc'	$\triangleq 110 \overset{\frown}{+} 131' \triangleq 241'$	stimmt.
- wy'	$\triangleq 120 \overset{\frown}{+} 121' \triangleq 241'$	
z aus $P'r$	$\triangleq \ldots\ldots\ 01'1$	st., wenn man $z = P'r^2$
- ny	$\triangleq 111 \overset{\frown}{+} 1'2'1 = 01'2$	setzt.

Zusammenstellug der Resultate.

Elemente: $u,\ P,\ r\ ;\ v \triangleq uP\ ;\ M = P'r$

100, 010, 001 110 01'1.

Abgeleitete Flächen;

$x\ ;\ y\ ;\ s\ ;\ l\ ;\ \sigma\ ;\ \varrho\ ;\ w\ ;\ n\ ;\ o\ ;\ c\ ;\ m\ ;\ z$

1'1'1, 1'2'1, 1'01, 11'0, 1'11, 02'1, 120, 111, 1'4'2, 1'3'1 241' 01'2

Die ganze Entwicklung erfordert, wenn die zur Bestimmung erforderliche Menge von Flächen vorhanden, und der Parallelismus der Kanten aus der Zeichnung deutlich zu erkennen ist, nicht eben mehr Zeit, als zum Niederschreiben erfordert wird. Sie hat gar keine Schwierigkeit, wenn, wie in der gedachten Abhandlung, alles Zonenweise vorliegt. — Die Wpten sind hier so einfach ausgefallen, dafs sie kaum etwas zu wünschen übrig lassen, und man könnte daher füglich bei diesen Elementen stehen bleiben. Indefs kann man aus ihnen mit der gröfsten Leichtigkeit und ohne alle Rücksicht auf eine Figur, die Wpten für beliebige andere Elemente herleiten, Diefs ist zugleich eine vollständige *Auflösung des Problems der Coordinatenveränderung innerhalb der Grenzen einer Reihe* *), sobald man für die in Zahlen gegebenen Wpten allgemeine Zeichen setzt. — Zu diesem Zweck drückt man die bisherigen alten Elemente durch die neuen aus, und substituirt die auf diesem Wege erhaltenen Ausdrücke durch die neuen Elemente für die alten. Gesetzt, man wollte die Elemente v, w, M in dieser Ordnung der Entwicklung zum Grunde legen, so ist:

Ausdrücke der neuen Elemente durch die alten:

$$v \triangleq uP \; ; \; w \triangleq uP^2 \; ; \; M \triangleq P'r.$$

Hieraus folgen nun die Ausdrücke der alten Elemente durch die neuen:

*) Die Elementarträger, wie hier u, P, r; sind nämlich nichts anders, als die Coordinataxen für die abgeleiteten Träger. Indem ich also 3 Flächen wähle, erhalte ich in ihren Trägern die Coordinatenaxen ihrer Lage nach. Es hat aber jede dieser Axen ihren eigenthümlichen relativen Maafsstab, zu dessen Bestimmung die Mittelflächen gebraucht werden. Durch diesen, und durch die Wpten als Coëfficienten, wird dann die Lage und relative Gröfse der abgeleiteten Träger bestimmt. — Diese relativen Gröfsen sind aber blofs Rechnungs- und Constructionsmomente, und haben auf den Abstand der getragenen Flächen vom Mittelpunkte der Gestalt keine weitere Beziehung.

$u \mathrel{\hat{=}} v^2 \varpi'$, dann $v^2 \overset{\circ}{+} \varpi' \mathrel{\hat{=}} 220 \overset{\circ}{+} 1'2'0 \mathrel{\hat{=}} 100 \mathrel{\hat{=}} U$
$P \mathrel{\hat{=}} v'\varpi$, dann $v' \overset{\circ}{+} \varpi' \mathrel{\hat{=}} 1'1'0 \overset{\circ}{+} 120 \mathrel{\hat{=}} 010 \mathrel{\hat{=}} P$
$r \mathrel{\hat{=}} v'\varpi M$ dann $v' \overset{\circ}{+} \varpi + M \doteq 1'1'0 \overset{\circ}{+} 120 \overset{\circ}{+} 01'1 \mathrel{\hat{=}} 001 = u$.

Bezieht man nun die Zahlausdrücke der Wpten auf die neuen Elemente v, ϖ, M in dieser Ordnung, so sind jene Ausdrücke

$$u \mathrel{\hat{=}} 21'0\ ;\ P \mathrel{\hat{=}} 1'10\ ;\ r \mathrel{\hat{=}} 1'11.$$

Diese Werthe substituirt man nun für die alten Elemente. So ist z. B. die Fläche $o \mathrel{\hat{=}} 1'4'2$ nach der alten Bezeichnung, d. h. $o = u'P'^4r^2$. Es ist aber nach der neuen: . . . . $u' \mathrel{\hat{=}} 2'10$

$P' \mathrel{\hat{=}} 11'0$ mithin $P'^4 \mathrel{\hat{=}} 44'0$
$r \mathrel{\hat{=}} 1'10$ - - $r^2 \mathrel{\hat{=}} 2'22$

Daher ist nun $o \doteq u'P'^4r^2 = 01'2 \mathrel{\hat{=}} \varpi' M^2$.

So verfährt man nun in allen Fällen, und hiernach ist die beigefügte Tabelle berechnet, welche noch beliebig erweitert werden kann.

Benennung der Flächen.	Elemente.								
	uPr	uPM	vPM	vPx	vux	vyx	vuy	$vr\varrho$	$yr\varrho$
u	100	100	11'0	11'0	010	111'	010	21'1	1'01
P	010	010	010	010	11'0	01'1	11'0	011'	011'
r	001	011	011	101	101	101	21'1	010	010
M	01'1	001	001	11'1	011	110	101	011	011
v	111	110	100	100	100	100	100	100	2'11
x	1'1'1	1'01	1'11	001	001	001	11'1	1'10	211'
y	12'1	1'1'1	1'01	01'1	1'11	010	001	2'11	100
s	1'01	1'11	1'21	011	11'1	01'2	22'1	2'31'	111'
l	11'0	11'0	12'0	12'0	1'20	122'	1'20	11'1	2'1'3
σ	1'11	1'21	1'31	021	22'1	02'3	33'1	1'21	233'
ϱ	02'1	01'1	01'1	12'1	1'21	121'	011	001	001
ϖ	120	120	110	110	21'0	11'1	21'0	211'	1'10
n	111	121	111	201	201	201	31'1	110	2'31
o	1'4'2	1'2'2	11'2	13'2	2'32	131'	012	2'13	101
c	1'3'1	1'2'1	1'1'1	021	2'21	021'	11'1'	1'01	21'1
m	2'4'1	2'3'1	2'1'1	1'2'1	3'21	1'21'	2'11	2'01	21'0
z	01'2	012	012	21'2	112	211	31'2	031	031

Hier

Hier ist absichtlich ein etwas zusammengesetztes Beispiel gewählt. Die Entwicklung geht noch bei weitem rascher von Statten, als die aus der über jeder Columne gesetzten Elementen abgeleitete, unmittelbare Entwicklung an der Figur. Verändert man bloſs Ein Element, so kann man eine Columne aus der andern ohne Weiteres abschreiben. Da z. B. $\grave{M}$ aus den Elementen der ersten Columne $\triangleq 01'1 \triangleq P'r$, so ist $r \triangleq PM \triangleq 011$ aus den Elementen der zweiten Columne, und diesen Werth von r hat man für r überall zu substituiren, um aus den Wpten der ersten Columne die der zweiten zu erhalten. Nach derselben Methode sind aus den Elementen der zweiten die der dritten, aus diesen die der vierten etc. hergeleitet *). Will man sich der relativen Gröſse der Träger zur Berechnung einer Zone bedienen, so muſs noch bemerkt werden, daſs die unterstrichenen Ausdrücke den Träger, für welchen sie gelten, in doppelter Gröſse geben. So ist aus den Elementen $y\ \grave{r}\ \varrho$ der Ausdruck für $v \triangleq \underline{2'11}$ d. h. $v^2 \triangleq y'^2 r\varrho$.

Die meisten Krystallographen nehmen zur Bestimmung der Flächen ein Axensystem im Raume an, und geben dieselben durch die Entfernung derjenigen Punkte, in welchen sie die Axen durchschneiden, vom Mittelpunkte des Axensystems, d. h. durch ihre Apotomen, an. Jene Axen fallen mit unsern Elementen nun keineswegs zusammen, sondern sind den Kanten unserer Elementargestalt parallel. Wenn indeſs jene Axen auf einander senk-

*) Die Ausdrücke der dritten Columne, aus den von Haüy zum Grunde gelegten Elementen, geben unter allen die kleinsten Wpten, und eben dadurch ist der Willkühr der wenigste Raum gestattet. — So kommen alle einfachen Combinationen aus den Elementarträgern bis auf eine vor. Ergänzt man diese, welche in der Zone vM und ru liegt, und von mir mit k bezeichnet ist, so würde der Complex der Flächen w, k, r, u, y, ϱ ein verzogenes Rhombendodekaëder, und eben so n, c, x, h (letzteres hypothetisch) ein verzogenes Octaëder (Mohs's Grundgestalt seines tetartoprismatischen Systems) geben.

recht angenommen werden, wie diefs von dem Hrn. Prof. Weifs und seiner Schule bei den Gestalten, die nicht zum rhomboëdrischen Systeme gehören, stets geschieht, so sind die Elemente den Kanten selbst parallel, und fallen in die Richtung jener Axen, sind aber die reciproken Werthe derselben. Hiernach wird es nun sehr leicht, die Bezeichnung nach der Weifs'schen Methode in die nach der unsrigen umzuwandeln, wovon ich hier aus der gedachten Abhandlung ein Beispiel geben will. Es mögen die Elemente, von denen hier zwei keine vorhandenen Flächen tragen, mit f, p, g bezeichnet werden, dergestalt, dafs:

$$f : p : g = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c}$$

wenn a, b, c die von Neumann gebrauchten Axenwerthe sind. — Hier können auch f und g als die Träger zweier Flächen angesehen werden, von denen die erste in der Zone vP, die andere in der Zone fM liegen würde, während p der Träger der Fläche P ist.

Man nehme nun drei beliebige Flächen an, wie v, P, M, welche der dritten Columne der Tafel zum Grunde liegen, und drücke sie vermittelst der in der gedachten Abhandlung gegebenen Flächenausdrücke durch unsere Elemente jedoch so aus, dafs irgend ein Paar Mittelflächen als solche erscheinen.

Nun ist nach der Angabe des Hrn. Professor Neumann:

v aus $[\frac{1}{9}a : \frac{1}{2}b' : \infty c]$. Diefs giebt $v \triangleq \frac{1}{\frac{1}{9}a} \hat{+} \frac{1}{\frac{1}{2}b'} \triangleq 9\frac{1}{a} \hat{+} 2\frac{1}{b}$

d. h. $v \triangleq f^9 p'^2$. — Ferner ist:

P aus $[b : \infty a : \infty c]$; woraus $P \triangleq \frac{1}{b} \triangleq p$. — Endlich ist:

M aus $[a : c : \infty b]$, woraus $M \triangleq \frac{1}{a} \hat{+} \frac{1}{c} \triangleq fg$.

Es soll aber r nach der Tafel die Mittelfläche zwischen M und P, d. h. $r \triangleq MP$ seyn. Setzen wir $r = fg \hat{+} p^x$,

indem wir es noch unbestimmt lassen, ob M und P nach ihren, von Neumann angenommenen, Werthen, durch ihre Axen (Apotomen) den von uns zum Grunde gelegten Elementhenwerthen entsprechen, so haben wir $r \widehat{=} fp^x g$. Neumann giebt aber r aus $[a : \frac{1}{7}b : c]$, woraus $r \widehat{=} \frac{1}{a} \widehat{+} \frac{1}{\frac{1}{7}b} \widehat{+} \frac{1}{c}$, also $r \widehat{=} fp^7 g$. Diefs wird richtig seyn, wenn auch eine Mittelfläche, wie $u \widehat{=} vP'$, dem Neumann'schen Ausdrucke entspricht. Es ist aber nach den bereits ermittelten Werthen von v und P, $u \widehat{=} f^9 p'^2 \widehat{+} p'^7 \widehat{=} f^9 p'^9 \widehat{=} fp'$, d. h. u aus $[a : b : \infty c]$, wodurch wir in Uebereinstimmung sind.

Jetzt können nun die Ausdrücke aller übrigen Flächen mit Leichtigkeit gefunden werden, indem wir für v, P, M in der dritten Columne unserer Tafel die gefundenen Werthe durch f, p, g substituiren. Die Rechnung ist folgende:

$$\text{Elemente:} \begin{cases} v \widehat{=} f^9 p'^2 \\ P \widehat{=} p^7 \\ M \widehat{=} fg. \end{cases}$$

Abgeleitete Flächen.

$r \widehat{=} MP$	$\widehat{=} fg$	$\widehat{+} p^7$	$\widehat{=} fp^7 g,$		d. h. $r \widehat{=} 171$	durch	fpg
$u \widehat{=} vP'$	$\widehat{=} f^9 p'^2$	$\widehat{+} p'^7$	$\widehat{=} f^9 p'^9$	$\widehat{=} fp',$	d. h. $u \widehat{=} 11'0$	-	-
$x \widehat{=} v'PM$	$\widehat{=} f'^9 p^2 \widehat{+} p^7$	$\widehat{+} fg$	$\widehat{=} f^{18} p^9 g$		- - $x \widehat{=} 8'91$	-	-
$s \widehat{=} v'P^2M$	$\widehat{=} f'^9 p^2 \widehat{+} p^{14}$	$\widehat{+} fg$	$\widehat{=} f'^8 p^{16} g$		- - $s \widehat{=} 8'.16.1$	-	-
$y \widehat{=} v'M$	$\widehat{=} f'^9 p^2$	$\widehat{+} fg$	$\widehat{=} f'^8 p^2 g$		- - $y \widehat{=} 8'21$	-	-
$l \widehat{=} v'P'^2$	$\widehat{=} f^9 p'^2$	$\widehat{+} p'^{14}$	$\widehat{=} f^9 p'^{16}$		- - $l \widehat{=} 9.16'.0$	-	-
$\sigma \widehat{=} v'P^3M$	$\widehat{=} f'^9 p^2 \widehat{+} p^{21}$	$\widehat{+} fg$	$\widehat{=} f'^8 p^{23} g$		- - $\sigma \widehat{=} 8'.23.1$	-	-
$\varrho \widehat{=} P'M$	$\widehat{=} p'^7$	$\widehat{+} fg$	$\widehat{=} fp'^7 g$		- - $\varrho \widehat{=} 17'1$	-	-
$w \widehat{=} vP$	$\widehat{=} f^9 p'^2$	$\widehat{+} p^7$	$\widehat{=} f^9 p^5$		- - $w \widehat{=} 950$	-	-
$n \widehat{=} vPM$	$\widehat{=} f^9 p'^2 \widehat{+} p^7$	$\widehat{+} fg$	$\widehat{=} f^{10} p^5 g$		- - $n \widehat{=} 10.5.1$	-	-
$o \widehat{=} v'P'M^2$	$\widehat{=} f'^9 p^2 \widehat{+} p'^7$	$\widehat{+} f^2 g^2$	$\widehat{=} f'^7 p'^5 g^2$		- - $o \widehat{=} 7'5'2$	-	-
$c \widehat{=} v'P'M$	$\widehat{=} f'^9 p^2 \widehat{+} p'^7$	$\widehat{+} fg$	$\widehat{=} f'^8 p'^5 g$		- - $c \widehat{=} 8'5'1$	-	-
$m \widehat{=} v'^2 P'M$	$\widehat{=} f'^{18} p^4 \widehat{+} p'^7$	$\widehat{+} fg$	$\widehat{=} f'^{17} p'^3 g$		- - $m \widehat{=} 17'.3'.1$	-	-
$z \widehat{=} PM^2$	$\widehat{=} p^7$	$\widehat{+} f^2 g^2$	$\widehat{=} f^2 p^7 g^2$		- - $z \widehat{=} 272$	-	-

Es ist bei der Entwicklung der Gestalten des rhomboëdrischen Systems jedesmal erwähnt worden, welchem Rhomboëder die Lateralkanten eines gegebenen Skalenoëders angehören, und für welche Werthe der Wpten die Skalenoëder in sechsseitige Doppelpyramiden übergehen. Auch kann es auffallend erscheinen, dafs die zwölfseitige Doppelpyramide als einfache Gestalt gar nicht erschienen ist. Eine kurze Entwicklung dieser Verhältnisse möge daher die Abhandlung beschliefsen.

Im rhomboëdrischen Systeme (bei der gewählten Stellung und Bezeichnung) liegt jeder Träger, der aus einem positiven und negativen (accentuirten) Elemente zusammengesetzt ist, im rhomboëdrischen Aequator. Der blofse Hinblick auf Fig. 3. Taf. II. genügt, um sich hiervon zu überzeugen. Denkt man sich nämlich durch irgend 2 Träger, wie BB' und CC', eine Ebene gelegt, so wird der Winkel $B'MC$ von der Ebene des Aequators EQ halbirt, da sie (vermöge der Stellung des Systems) gleiche Neigung gegen den rhomboëdrischen Pol, mithin auch gegen den Aequator haben. Aber das Parallelogramm der Kräfte ist, da MB' und MC (hier b' und c genannt), vermöge der Bestimmung des rhomboëdrischen Systems, gleich sind, ein Rhombus, und seine Diagonale, als die geforderte Combination $b'c$, halbirt gleichfalls den Winkel $B'MC$, liegt mithin im Aequator. Hieraus folgt, dafs auch jeder andere Träger, dessen combinatorischer Ausdruck eben so viel positive als negative Elemente enthält, im Aequator liegen müsse. So ist $b^5 c'^3 d'^2 \hat{=} b^3 c'^3 \overset{\frown}{+} b^2 d'^2$, überhaupt $b^{\gamma+\delta} c'^{\gamma} d'^{\delta} \hat{=} b^{\gamma} c'^{\gamma} \overset{\frown}{+} b^{\delta} d'^{\delta}$. Jede dieser letztern Complexionen liegt im rhomboëdrischen Aequator, mithin auch ihre Combination, welches eben die gegebene Complexion ist. Die getragene Fläche ist dann auf dem Aequator senkrecht, und der Axe parallel. Eine einfache Gestalt des rhomboëdrischen Systems ist daher stets ein unbegrenztes Prisma, wenn der

combinatorische Ausdruck eines Trägers eben soviel positive als negative Elemente enthält.

Da je zwei Flächen eines Skalenoëders, welche mit einander eine Lateralkante bilden, in derselben rhomboëdrischen Section (S. 25) liegen, so zeigt eine ganze einfache Betrachtung, dafs die Träger dieser Lateralkanten stets die Form bc^{+} haben müssen, mithin im Aequator liegen. Da die Lateralkanten der Rhomboëder dieselben sind, so haben sämmtliche Lateralkanten aller einfachen Gestalten des rhomboëdrischen Systems die nämlichen 6 Träger. Sie können daher so angesehen werden, als gingen sie in allen Gestalten durch die nämlichen 6 Punkte, und lägen in den nämlichen 6 auf den Trägern senkrechten Ebenen. Sind diese Kanten horizontal, so ist die Gestalt eine gleichschenklige Pyramide, sind sie vertical, ein Prisma, haben sie eine mittlere Lage, so ist die Gestalt ein Rhomboëder oder Skalenoëder.

Um nun zu finden, welchem Rhomboëder die Lateralkanten eines gegebenen Skalenoëders angehören, genügt die Bemerkung, dafs die Rhomboëderfläche, welche durch 2 Lateralkanten gelegt ist, mit jedem der beiden Flächenpaare des Skalenoëders, welche die eine oder die andere dieser Kanten bilden, in derselben durch die Kante gegebenen Zone liegen mufs, so dafs man sich die Skalenoëderflächen als Zuschärfungen der Rhomboëderkanten vorstellen kann. Bezeichnet man nun die Rhomboëderfläche mit r, so liegen 2 benachbarte Skalenoëderflächen zwischen r und den beiden Lateralkanten in derselben Zone. Es sey nun das Skalenoëder $b^{\beta} c^{\gamma} d^{\delta}$ gegeben, so sind 2 Lateralkanten bd' und cd', in welchen die Flächen $\beta\gamma\delta$ und $\gamma\beta\delta$ endigen. Es ist also:

$r \hat{+} (bd')^{x} \triangleq b^{\beta} c^{\gamma} d^{\delta}$, mithin $r \triangleq b^{\beta} c^{\gamma} d^{\delta} \hat{+} b'^{x} d^{x} \triangleq b^{\beta - x} c^{\gamma} d^{\delta + x}$

$r \hat{+} (cd')^{x} \triangleq b^{\gamma} c^{\beta} d^{\delta}$, mithin $r \triangleq b^{\gamma} c^{\beta} d^{\delta} \hat{+} c'^{x} d^{x} \triangleq b^{\gamma} c^{\beta - x} d^{\delta + x}$,

und da beide Werthe von r gleich seyn müssen, $\beta - x = \gamma$, woraus sich ergiebt: $r \triangleq b^{\gamma} c^{\gamma} d^{\beta - \gamma + \delta}$. Das Rhomboëder

ist also $Rl.F\beta\beta\gamma$ oder $Rl.F\beta\gamma\gamma$, je nachdem $\gamma \gtrless \beta - \gamma + \delta$. So hat der Skalenoëder 421 mit dem Rhomboëder 322, Skal. 521 mit 422 $\hat{=}$ 211 gleiche Lateralkanten. Da man in dem Ausdruck für $r \hat{=} b^{\beta-\gamma+\delta} c^{\gamma} d^{\gamma}$ den Wpten des letzten Elements auch negativ einführen, und gleich 0 setzen kann, so umfaſst derselbe alle Fälle. Die Lateralkanten der Skalenoëder 421′; 412′; 521′; 512′ gehören nach der Reihe den Rhomboëdern 122; 111; 222 $\hat{=}$ 111; 112 an. Hier finden sich schon 2 Fälle, wo die rhomboëdrische Gestalt der Form bcd ($Rl.F\beta\beta\beta$) angehört. Diese hat aber nur 2 Flächen, welche mit dem Aequator parallel sind, oder, wenn man sie als ein Rhomboëder betrachten will, in den Aequator selbst fallen. In diesen fallen mithin auch die Lateralkanten, und statt des Skalenoëders erhält man eine Doppelpyramide. Ueberhaupt wird das Skalenoëder $b^{\beta} c^{\gamma} d^{\delta}$ zu einer Doppelpyramide, wenn $r \hat{=} b^{\gamma} c^{\gamma} d^{\beta-\gamma+\delta} \hat{=} bcd$ wird, welches der Fall ist, wenn $\beta - \gamma + \delta = \gamma$, mithin $\beta - \gamma = \gamma - \delta$, d. h. wenn die Wpten in arithmetischer Progression stehen. — Betrachtet man auf der, der Formentafel angefügten horizontalen Projection des 48flächners, 3 in derselben geographischen Zone liegende, mithin zu einer einfachen rhomboëdrischen Gestalt gehörige, zusammenstoſsende Flächen, wie $\beta\gamma\delta$, $\gamma\beta\delta$, $\delta\beta\gamma$, so findet von der ersten zur zweiten zweimal ein Uebergang von β zu γ, von der zweiten zur dritten dagegen von γ zu δ statt. Sollte nun $\beta - \gamma = \gamma - \delta$ seyn, so würden dergleichen Veränderungen der Wpten gleiche Ablenkungen der Träger, und diesen gleiche Winkel der getragenen Flächen entsprechen müssen; die Axenkanten würden also gleich, und die Gestalt abermals eine gleichschenklige Doppelpyramide seyn müssen.

Zu demselben Resultate gelangt man auf einem fast noch einfachern Wege, wenn man aus dem 6seitigen Prisma ($R^2 F\beta\beta$) ausgeht, und die Träger seiner Seiten-

flächen mit den beiden entgegengesetzten Hälften der Hauptaxe combinirt. Werden diese a und a' genannt, so ist $a \hat{=} bcd$, $a' \hat{=} b'c'd'$; die beiden, aus demselben Träger des Prisma und den beiden Halbaxen entstandenen abgeleiteten Träger, liegen in demselben rhomboëdrischen Meridiane, und die getragenen Flächen geben eine horizontale, im rhomboëdrischen Aequator liegende Kante, gehören mithin einer gleichschenkligen Pyramide an, deren man unzählige aus diesem Prisma herleiten kann, wenn man sowohl dem Träger seine Seitenfläche, als der Halbaxe beliebige Wpten giebt. Nennen wir den letztern α, den erstern ε, so wird, wenn wir von bc' ausgehn,

$$a^{\alpha} \hat{+} (bc')^{\varepsilon} \hat{=} b^{\alpha} c^{\alpha} d^{\alpha} \hat{+} b^{\varepsilon} c'^{\varepsilon} \hat{=} b^{\alpha+\varepsilon} c^{\alpha-\varepsilon} d^{\alpha}$$

$$a'^{\alpha} \hat{+} (bc')^{\varepsilon} \hat{=} b'^{\alpha} c'^{\alpha} d'^{\alpha} \hat{+} b^{\varepsilon} c'^{\varepsilon} \hat{=} b'^{\alpha-\varepsilon} c'^{\alpha+\varepsilon} d'^{\alpha}.$$

Man sieht hier sogleich, daſs die Wpten in arithmetischer Progression stehen. Daſs die Gestalt eine einfache sey, ist zwar für sich klar, ergiebt sich aus den dafür gefundenen beiden Ausdrücken aber auch leicht dadurch, daſs die Wpten dieselben sind, und die Elemente im Ganzen ihre Zeichen vertauscht haben. Setzt man hier $\alpha = \varepsilon$, so erhält man $b^2 d$ und $c'^2 d$ ($R1F\beta\gamma$).

Ist $\alpha > \varepsilon$, so werden alle Wpten positiv und ungleich, die Gestalt ist daher von der Form $\beta\gamma\delta$ ($R1F\beta\gamma\delta$).

Ist $\alpha < \varepsilon$, so wird $\alpha - \varepsilon$ negativ. Ist nun überdieſs $\alpha > \varepsilon - \alpha$, mithin der negative Wpten der kleinste, so erhält man aus dem Ausdrucke $b^{\alpha+\varepsilon} c^{\alpha-\varepsilon} d^{\alpha}$ eine Complexion von der Form $b^{\beta} c'^{\delta} d^{\gamma}$, welche der einfachen Gestalt $R2F\beta\gamma\delta$ angehört. Wenn dagegen $\alpha < \varepsilon - \alpha$, der negative Wpt. also der mittlere ist, so gehört sie der Form $b^{\beta} c'^{\gamma} d^{\delta} \hat{=} \beta\gamma'\delta$ ($R3F\beta\gamma\delta$) an. Die beiden letztern erscheinen auf der Formentafel nicht als gleichschenklige Doppelpyramiden, weil die dort gewählten Werthe der Wpten (321) der Bedingung nicht genügen, daſs sie

mit Rücksicht auf die Vorzeichen, in arithmetischer Progression stehen müssen.

Es ist uns aber bei der Entwicklung der Gestalten des rhomboëdrischen Systems noch ein zweites sechsseitiges Prisma ($R2F\beta\gamma\gamma$) vorgekommen. Da jeder Träger im Aequator liegt, mithin soviel negative als positive Elemente enthalten muſs, so ist $\beta = 2\gamma$, und die Gestalt von der Form 21'1', d. h. $b'^2 c'^1 d'^1$, wie oben bemerkt ist. Nehmen wir nun einen dieser Träger in beliebiger Wiederholung, und combiniren ihn nach einander mit jeder der beiden Halbaxen, gleichfalls in beliebiger, jedoch für beide gleicher Wiederholung, so wird aus dem oben angeführten Grunde, eine von 12 congruenten gleichschenkligen Dreiecken begrenzte Gestalt hervorgehen müssen. Es ist aber, wenn α und ε wieder die Wpten der Halbaxen und des Trägers der Säulenfläche bezeichnen:

$$a^{\alpha} \hat{+} (b^2 c' d')^{\varepsilon} \triangleq b^{\alpha} c^{\alpha} d^{\alpha} \hat{+} b^{2\varepsilon} c'^{\varepsilon} d'^{\varepsilon} \triangleq b^{\alpha+2\varepsilon} c^{\alpha-\varepsilon} d^{\alpha-\varepsilon}$$
$$a'^{\alpha} \hat{+} (b^2 c' d')^{\varepsilon} \triangleq b'^{\alpha} c'^{\alpha} d'^{\alpha} \hat{+} b^{2\varepsilon} c'^{\varepsilon} d'^{\varepsilon} \triangleq b'^{\alpha-2\varepsilon} c'^{\alpha+\varepsilon} d'^{\alpha+\varepsilon}.$$

Beide Complexionen gehören nicht derselben Form an. Bei der ersten sind die beiden kleinern, bei der letztern die beiden gröſsern Wpten gleich; die erstere gehört daher zur Form $\beta\gamma\gamma$, die letztere zur Form $\beta\beta\gamma$. — Beide sind Rhomboëder, und die Gestalt muſs daher, ungeachtet sie als eine einfache erscheint, von unserm Standpunkte doch als eine Combination zweier Rhomboëder betrachtet werden. Setzt man die Wpten des zweiten, um sie von jenen zu unterscheiden $\pi\pi\varkappa$, während jene $\beta\gamma\gamma$ bleiben, so erhält man, da $\beta = \alpha + 2\varepsilon$, $\gamma = \alpha - \varepsilon$

$$\alpha = \frac{\beta + 2\gamma}{3}\ ;\ \varepsilon = \frac{\beta - \gamma}{3},$$

und da

$$\pi = \alpha + \varepsilon,\ \varkappa = \alpha - 2\varepsilon,\ \text{mithin}\ \alpha = \frac{2\pi + \varkappa}{3}\ ;\ \varepsilon = \frac{\pi - \varkappa}{3}$$

$$(a)\quad \pi=\frac{2\beta+\gamma}{3}\ ;\ \varkappa=\frac{4\gamma-\beta}{3}$$

$$(b)\quad \beta=\frac{4\pi-\varkappa}{3}\ ;\ \gamma=\frac{\pi+2\varkappa}{3}.$$

Durch diese Gleichungen, und da man den 2ten Wpten auch $=0$, oder dem gröfsern gleichsetzen kann, erhält man aus jedem beliebigen Rhomboëder das dazu gehörige, welches mit ihm eine gleichschenklige, sechsseitige Doppelpyramide bildet. So bildet die Elementargestalt ($\beta=1, \gamma=0$) mit 221′ (beide kommen in der Formentafel vor) — 110 ($\pi=1, \varkappa=0$) mit 411 — 111′ mit 61′1′ eine gleichschenklige, sechsseitige Doppelpyramide. — Die Flächen des einen Rhomboëders gehen von den Polen des andern aus, und heben die Kanten desselben durch divergirende Schnitte hinweg, so dafs überall nur Combinationskanten bleiben. Die Träger der horizontalen Kanten gehen unverändert durch die Punkte 21′1′, wie es auch nicht anders seyn kann, da die Ableitung aus dem Prisma 21′1′ geschehen ist.

Eine ganz ähnliche Bewandtnifs hat es mit den 12seitigen Doppelpyramiden, welche man aus der 12seitigen Säule $\beta\gamma'\delta'$ ($R4F\beta\gamma\delta$) herleiten kann. Auch sie müssen hier als Combinationen zweier Skalenoëder angesehen werden, ungeachtet ihre sämmtliche Seitenflächen congruente Dreiecke sind. Der Kürze wegen, und um die Methode der Entwicklung etwas zu verändern, wollen wir hier von der bisher strenge festgehaltenen Forderung, dafs alle Wpten ganze Zahlen seyn sollen, abgehen, und in dem Zeichen der 12seitigen Säule $\frac{\gamma}{\delta}=\nu$ setzen. Da nun $\beta=\gamma+\delta$ ist, weil der Träger der Säule im Aequator liegt, so ist dann der Ausdruck für dieselbe:

$$b^{\nu+1}\, c'^{\nu}\, d'^{1}$$

wo ν auch eine gebrochene Zahl seyn kann, jedoch gröfser als 1 ist. Combinirt man nun diesen Träger mit

jeder der beiden entgegengesetzten Halbaxen entweder einfach, oder mit einem beliebigen Multiplum oder Submultiplum (μ), so erhält man in jedem dieser Fälle eine 12seitige Doppelpyramide, welche, wie leicht zu übersehen ist, als eine einfache Gestalt erscheint, ungeachtet sie aus Complexionen von verschiedener Form entstanden ist. Es wird nämlich:

$$a^{\mu} \hat{+} b^{\nu+1} c'^{\nu} d^{1} \triangleq b^{\mu+\nu+1} c^{\mu-\nu} d^{\mu-1}$$

Dagegen:

$$a'^{\mu} \hat{+} b^{\nu-1} c'^{\nu} d^{1} \triangleq b'^{\mu-\nu-1} c'^{\mu+\nu} d^{\mu+1}$$

$$\text{v. d. F. } b^{\mu+\nu} c^{\mu+1} d^{\mu-\nu-1}.$$

Bringt man nun die Wpten eines beliebigen Skalenoëders auf eine dieser Formen, indem man μ und ν daraus bestimmt, so kann man aus der andern dasjenige Skalenoëder entnehmen, welches mit ihm in Combination die 12seitige Doppelpyramide giebt. — Ist dagegen eine 12seitige Säule gegeben, so hat man durch ihre Wpten $\nu = \frac{\gamma}{\delta}$ und kann für μ jede ganze und gebrochene Zahl setzen. Es ergiebt sich daraus zugleich, dafs es, über derselben Basis unbestimmbar, viele 12seitige Doppelpyramiden geben kann, deren jede aus 2 Skalenoëdern besteht.

Es darf übrigens keinesweges befremden, Gestalten mit lauter gleichen Flächen dennoch als Combinationen auftreten zu sehen, da dieses in andern Systemen nicht anders ist, und dort von allen Krystallographen anerkannt wird, wie ja schon das 8seitige Prisma mit regelmäfsig 8seitiger Basis als eine Combination zweier einfachen Gestalten angesehen werden mufs.

Diese wenigen, aus dem Zusammenhange herausgerissenen Beispiele, werden genügen, von der Geschmeidigkeit der auf diesem Wege gefundenen Ausdrücke und Verfahrungsarten einen Begriff zu geben. In der nächstens erscheinenden Fortsetzung meiner Schrift, zur physischen Krystallonomie und geometrischen Combinations-

lehre, wird sich Gelegenheit finden, den Gegenstand weiter auszuführen.

Die schematische Darstellung, nach dieser Methode, unterscheidet sich dadurch von der der analytischen Geometrie, dafs man hier stets im allernächsten Zusammenhange mit der Construction bleibt, und dafs dieser in keinem Augenblicke aufgehoben erscheint. Sie ist eigentlich immer nur ein kürzerer Ausdruck für geometrische Operationen, und eben hierin besteht, sobald man sich die Hauptidee nur erst angeeignet hat, die grofse Leichtigkeit und Sicherheit in den Entwicklungen der Verhältnisse der Gestalten.

II. *Ergebnisse einer Reihe hygrometrischer Beobachtungen auf dem Rigi und dem Faulhorn. Schreiben an Herrn Leopold von Buch, von L. W. Kämtz* *).

Halle im April 1833.

Es hat mich sehr gefreut, dafs Sie es der Mühe für werth gehalten haben, die Ihnen mitgetheilten Resultate in Poggendorff's Annalen (Bd. 27. S. 345.) bekannt zu machen; es ist mir dieses ein Beweis, dafs Sie meine Bemühungen nicht für ganz fruchtlos halten. Ich erlaube mir, Ihnen gegenwärtig die Thatsachen mitzutheilen, welche sich auf das hygrometrische Verhalten der Atmosphäre beziehen, Verhältnisse, welche ich noch nicht so habe durchdenken können, als die früheren, da theils die ganze Untersuchung gegenwärtig noch in ihrer Kindheit ist, theils meine eigenen Rechnungen erst vor wenig Stunden vol-

*) Unvorhergesehene Umstände und der Reichthum an Gegenständen, die einer schleunigeren Bekanntmachung bedurften, veranlafsten mich nothgedrungen, diesen Aufsatz so lange zurückzuschieben. P.

lendet sind. Aber auch diese wenigen Resultate zeigen uns, dafs selbst in diesem so complicirten Phänomene bestimmte Gesetze regieren, und zwar dafs hier wieder der Weltgeist Temperatur, wie Sie letztere in ihrem Schreiben nennen, die Hauptrolle spiele. Ich habe bis jetzt nur die Beobachtungen von Zürich berechnet; die des Haarhygrometers in Bern liegen ebenso, wie die Beobachtungen der übrigen Instrumente, daselbst noch unbenutzt; in Genf konnte Hr. Prof. Gautier kein solches beobachten, da ich es ihm zu spät anzeigte, dafs ich auch Aufzeichnungen damit wünschte. Ich habe mich bei Berechnung der Psychrometerbeobachtungen, die mit völlig übereinstimmenden Instrumenten von J. G. Greiner jun. angestellt wurden, der Formel bedient, welche ich Bd. I. S. 318 meiner Meteorologie mitgetheilt habe. Wird die abgekürzte Formel, welche ich daselbst gegeben habe, auf Grade der Reaumur'schen Säule reducirt, so verwandelt sie sich in

$$E = E_{,} - 0{,}001004475(t - t_{,})b$$

während das nasse Thermometer über 0° steht, und in

$$E = E_{,} - 0{,}0009375(t - t_{,})b,$$

während das nasse Thermometer mit einer Eisrinde überzogen ist. Es bezeichnet hier t die Temperatur des trocknen, $t_{,}$ die des nassen Thermometers; $E_{,}$ die zu $t_{,}$ gehörige Expansivkraft des Dampfes, und b den gleichzeitig beobachteten Barometerstand. Ganz den vom Hrn. August angegebenen Weg verfolgend, hatte ich diese Function aus den bekannten Thatsachen über das Wärmeverhalten und das Gewicht des Dampfes hergeleitet. Die Messungen von August, Bohnenberger und Bürg, so wie meine eigenen Vergleichungen zwischen dem Instrumente Daniell's und dem Psychrometer, stimmten damit sehr nahe überein. Da ich jedoch allen meinen Untersuchungen das Psychrometer zum Grunde legen wollte, so war es mir von grofser Wichtigkeit, den Gang beider Instrumente, bei sehr verschiedenem Barometer-

stände, zu vergleichen. Messungen in Zürich, bei trocknem Wetter im Julius, gaben sehr nahe den theoretisch bestimmten Coëfficienten; eben dies gilt von den Beobachtungen auf dem Rigi, doch lege ich auf diese ein geringeres Gewicht, da im Allgemeinen die Atmosphäre feucht war, und kleine Fehler im Ablesen bei der geringen Psychometerdifferenz einen grofsen Einflufs auf das Endresultat haben. Bei weitem wichtiger sind die Aufzeichnungen auf dem Faulhorne; die Luft war dort Tage lang so trocken, dafs ich, aller Mühe ungeachtet, bei einem Instrumente, nach der ursprünglichen Einrichtung Daniell's, keinen Niederschlag erhielt. Die bei grofser Trockenheit angestellten Beobachtungen aber gaben sehr nahe den obigen Coëfficienten. Ich werde Ihnen nachher einige dieser Vergleichungen mittheilen.

Der obige Ausdruck giebt die absolute Dampfmenge an, ausgedrückt durch die Länge der Quecksilbersäule, welche mit der Dampfatmosphäre im Gleichgewichte steht. Um die relative Dampfmenge, also das Verhältnifs zwischen dem Dampfe, welcher sich in der Luft befindet, und demjenigen, welchen sie bei der vorhandenen Temperatur im Zustande der Sättigung enthalten könnte, zu finden, wird die gefundene Zahl mit 100 multiplicirt und durch die zu t gehörige Expansivkraft dividirt. Da ich jedoch diese Berechnungen erst vorgenommen habe, nachdem die barometrischen Verhältnisse jedes Standpunktes bereits bestimmt waren, so habe ich für jeden Ort den mittleren Barometerstand genommen, da die geringen Aenderungen im Drucke meistens nur einen Einflufs auf die dritte Decimalstelle haben, und ohnehin der auf diese Art begangene Fehler von einem weit bedeutenderen übertroffen wird, demjenigen nämlich, dafs das Thermometer nicht weiter als bis auf Zehntel-Grade beobachtet wurde.

Ich gehe jetzt zu den Resultaten über.

Beobachtungen des Dampfes vom 28sten Mai bis 24sten Junius 1832.

Stunde.	Rigi-Culm. Absolut.	Rigi-Culm. Relativ.	Zürich. Absolut. Beobacht.	Zürich. Absolut. Berechnet.	Zürich. Absolut. Unterschied.	Zürich. Rel.
0	2''',839	79,7	4''',176	4''',190	+0''',014	56,9
1	2 ,837	78,9	4 ,205	4 ,146	−0 ,059	57,8
2	2 ,850	79,4	4 ,179	4 ,125	−0 ,054	57,3
3	2 ,813	80,0	4 ,071	4 ,132	+0 ,061	57,4
4	2 ,761	79,4	4 ,174	4 ,161	−0 ,013	58,8
5	2 ,657	80,0	4 ,240	4 ,202	−0 ,038	61,5
6	2 ,656	82,9	4 ,225	4 ,242	+0 ,017	63,2
7	2 ,603	84,6	4 ,260	4 ,273	+o ,013	69,2
8	2 ,505	84,5	4 ,320	4 ,291	−0 ,029	74,9
9	2 ,499	85,7	4 ,331	4 ,298	−0 ,033	78,4
10	2 ,480	86,0	4 ,279	4 ,292	+0 ,013	80,5
*11	2 ,462	86,2	4 ,256	4 ,275	+0 ,019	82,9
*12	2 ,456	86,4	4 ,233	4 ,246	+0 ,013	84,2
*13	2 ,452	86,8	4 ,210	4 ,210	0,000	85,2
*14	2 ,445	87,5	4 ,187	4 ,174	−0 ,013	86,7
*15	2 ,434	88,0	4 ,164	4 ,148	−0 ,016	88,5
*16	2 ,425	87,9	4 ,141	4 ,144	+0 ,003	89,9
17	2 ,432	87,4	4 ,116	4 ,166	+0 ,050	89,7
18	2 ,469	85,4	4 ,174	4 ,209	+0 ,035	86,5
19	2 ,495	84,5	4 ,247	4 ,259	+0 ,012	82,1
20	2 ,533	81,3	4 ,362	4 ,297	−0 ,065	76,5
21	2 ,640	80,3	4 ,290	4 ,310	+0, 020	68,0
22	2 ,781	80,7	4 ,282	4 ,290	+0 ,008	63,4
23	2 ,819	80,1	4 ,201	4 ,245	+0 ,044	59,3

Bezeichnen wir die absolute und relative Dampfmenge zur $n$ten Stunde respective mit E_n und H_n, so lassen sich die auf dem Rigi gefundenen Gröfsen ausdrücken durch die Gleichung:

$$E_n = 2''',5974 + 0''',2088 \sin(n.15^\circ + 66^\circ 6') + 0''',0600 \sin(n.30^\circ + 69^\circ 54') + 0''',0116 \sin(n.45^\circ + 146^\circ 15')$$

$$H_n = 83,49 + 4,336 \sin(n.15^\circ + 250^\circ 17') + 0,472 \sin(n.30^\circ + 289^\circ 19') + 0,782 \sin(n.45^\circ + 76^\circ 14').$$

In Zürich wurde das Psychrometer von zwei Beobachtern aufgezeichnet, dem Hrn. Hofrath Horner und seinem Neffen J. Horner. Zu den Stunden, wo beide gleichzeitig beobachtet hatten, suchte ich die Differenz beider Instrumente auf, und indem ich das des Hrn. Hofrath Horner als das normale ansah, brachte ich an den Beobachtungen des Hrn. J. Horner die erforderliche Correction an. Dadurch habe ich für Zürich das Mittel von zwei Aufzeichnungen erhalten, was bei den hygrometrischen Bestimmungen um so wünschenswerther ist, da bei der *einzelnen* Aufzeichnung nicht bloſs kleine locale Verschiedenheiten in der Temperatur, sondern auch im Dampfgehalte einen Einfluſs äuſsern. Da es wahrscheinlich ist, daſs sich auf diese Art auch das Endresultat der Natur mehr nähern wird, so müſsten wir in Zürich den täglichen Gang im Drucke der Dampfatmosphäre sehr genau durch die obigen Untersuchungen kennen lernen. Ob dieses der Fall sey, muſs ich unentschieden lassen, da es noch zu sehr an Beobachtungen dieser Art mangelt, um eine genügende Vergleichung anzustellen. Die mitgetheilten Messungen gaben die Gleichungen:

$$E_n = 4''',2218 + 0''',0150 \sin(n.15^\circ + 283^\circ 4') + 0''',0820 \sin(n.30^\circ + 182^\circ 28') + 0''',0188 \sin(n.45^\circ + 224^\circ 37')$$

$$H_n = 73,28 + 16,712 \sin(n.15^\circ + 235^\circ 36') + 2,458 \sin(n.30^\circ + 266^\circ 20') + 1,947 \sin(n.42^\circ + 13^\circ 38').$$

Ich habe in der obigen Tafel die berechneten Drucke der Dampfatmosphäre beigesetzt; demnach würden wir zwei Maxima (um 9^h und 21^h) und zwei Minima (um 2^h und 16^h) haben. Dieses Resultat scheint wenig naturgemäſs, auch sind die Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten Werthen sehr bedeutend. Der wahrscheinliche Fehler beträgt $0''',0222$; hätten wir angenommen, der Druck wäre am ganzen Tage gleich dem arithmetischen Mittel aus allen Beobachtungen gewesen,

so hätte der wahrscheinliche Fehler nur nahe die doppelte Gröfse 0''',0459 erreicht. Dafs hier eine Anomalie in dem Resultate vorhanden sey, wird auch hiedurch wahrscheinlich, dafs die Luft die gröfste Trockenheit um etwa 2^h, einige Zeit vor der gröfsten Tageswärme hat, während aus der Untersuchung Saussure's zu folgen scheint, dafs jener Moment in den Ebenen später eintritt, was auch durch meine hiesigen, freilich nur im Winter angestellten Beobachtungen bewiesen wird. Der Grund dieser Anomalie darf nicht in die Aufzeichnungen selbst gesetzt werden, da beide Beobachter ein hinreichendes Zutrauen verdienen, so dafs von dieser Seite nicht der geringste Zweifel erhoben werden kann, er liegt vielmehr in dem eigenthümlichen Gange der Witterung. Nachdem es gröfstentheils am Morgen trübe gewesen war, schien die Sonne gegen 8^h oder 9^h durch Wolkenlücken, der Dampf stieg schnell aufwärts, die Trockenheit nahm zu, aber nach 12^h erhob sich häufig ein Gewitter, Regen stürzte herab, das Wasser verdunstete, und indem der aufsteigende Luftstrom vermindert wurde, befand sich Zürich in einer localen Dampfatmosphäre.

Schon die obige Tafel giebt zu manchen Betrachtungen Veranlassung. Ich verspare diese bis nachher; zunächst will ich die unter andern Umständen im September gefundenen Thatsachen mittheilen.

Beobachtungen vom 11. September bis 5. October 1832.

Stunde.	Faulhorn.		Zürich.	
	Absolut.	Relativ.	Absolut.	Relativ.
0	1''',752	62,7	3''',965	62,5
1	1 ,830	66,2	3 ,884	57,6
2	1 ,899	67,7	3 ,802	54,7
3	1 ,926	71,3	3 ,782	52,9
4	1 ,830	71,4	3 ,662	53,7
5	1 ,646	70,6	3 ,860	61,2
6	1 ,489	66,6	3 ,880	69,0
7	1 ,441	65,6	3 ,785	74,1
8	1 ,363	62,5	3 ,656	75,8
9	1 ,320	62,2	3 ,578	78,3
10	* 1 ,305	* 61,7	3 ,513	80,2
11	* 1 ,306	* 61,9	* 3 ,426	* 81,3
12	* 1 ,302	* 62,0	* 3 ,361	* 81,8
13	* 1 ,290	* 62,1	* 3 ,302	* 82,8
14	* 1 ,271	* 62,1	* 3 ,233	* 84,6
15	* 1 ,252	* 62,0	* 3 ,155	* 86,6
16	* 1 ,241	* 61,8	* 3 ,072	* 88,3
17	* 1 ,240	* 61,6	* 3 ,026	* 89,0
18	1 ,236	61,8	3 ,082	89,5
19	1 ,258	59,3	3 ,087	87,0
20	1 ,320	58,2	3 ,332	83,1
21	1 ,428	58,4	3 ,651	78,1
22	1 ,524	59,8	3 ,716	69,8
23	1 ,624	59,2	3 ,824	65,2

Die in dieser Tafel enthaltenen Gröfsen lassen sich durch die folgenden Gleichungen ausdrücken:

Faulhorn;

$$E_n = 1''',4626 + 0''',2942 \sin(n \, . \, 15^\circ + 55^\circ \, 17') + 0''',1261 \sin(n \, . \, 30^\circ + 32^\circ \, 58') + 0''',0280 \sin(n \, . \, 45^\circ + 332^\circ \, 33')$$

$$H_n + 63,295 + 4,018 \sin(n \, . \, 15^\circ + 14^\circ \, 53') + 3,259 \sin(n \, . \, 30^\circ + 342^\circ \, 20') + 0,970 \sin(n \, . \, 45^\circ + 307^\circ \, 1')$$

Zürich:

$$E_n = 3''',5271 + 0''',3881 \sin(n.15^\circ + {}^\circ 36\ 58') + 0''',1172 \sin(n.30^\circ + 121^\circ\ 17') + 0''',0740 \sin(n.45^\circ + 153^\circ\ 49')$$

$$H_n = 74,442 + 15,700 \sin(n.15^\circ + 226^\circ\ 17') + 5,299 \sin(n.30^\circ + 217^\circ\ 9') + 0,832 \sin(n.45^\circ + 98^\circ\ 25).$$

Die Anomalie, dafs die absolute Dampfmenge in Zürich in den ersten Stunden des Nachmittags ein wenig sinkt und in der Folge wieder wächst, verschwindet fast ganz in den berechneten Werthen; sie würde sich gar nicht zeigen, wenn die Temperatur nur um einige Zehntel Grad höher gewesen wäre.

Betrachten wir nun zunächst die absolute Dampfmenge, so scheint diese in Zürich im Junius während des Tages nahe constant; dagegen ist sie daselbst im September eben so wie auf dem Rigi und dem Faulhorn am Morgen zur Zeit des Sonnenaufganges am kleinsten, am Nachmittage am gröfsten. Nur in Betreff des Momentes, wo dieses Maximum in der Höhe eintritt, zeigt sich eine Differenz zwischen der Höhe und Tiefe. Auf dem Rigi geben die berechneten Werthe dieses Maximum nahe um 1^h, auf dem Faulhorn nahe um $2\frac{1}{2}^h$. Während der Moment der gröfsten Tageswärme in der Tiefe weiter von der Culmination der Sonne entfernt ist, als auf der Höhe, *scheint* bei dem vorliegenden Phänomene das Gegentheil stattzufinden. Aber es *scheint* hier noch eine andere Differenz stattzufinden, welche eben so wie die vorige durch künftige Beobachtungen näher bestimmt werden mufs. Suchen wir den Unterschied zwischen dem gröfsten und kleinsten Drucke, so beträgt dieser auf dem Rigi 0''',442, auf dem Faulhorne 0''',670, also im Mittel oben 0''',556. In Zürich scheint derselbe im Junius gleich 0 zu seyn, im September 0''',876, also im Mittel 0''',438. Während also alle übrigen Instrumente in ihrem täglichen Gange weit geringere Differenzen zeigen als in der

Tiefe, findet hier vielleicht das Gegentheil statt. Und worin dürfen wir die Ursache dieses Unterschiedes anders suchen, als in Saussure's aufsteigendem Luftstrome? Wie oft habe ich mit Verwunderung gesehen, wie die Wolken am Pilatus, den Schwytzer Mythen, im Verlaufe des Tages höher stiegen! Und dieser Gegensatz zwischen Höhe und Tiefe hat denn auch auf den relativen Feuchtigkeitszustand der Atmosphäre den gröfsten Einflufs, der noch dadurch bedeutend vergröfsert wird, dafs die Temperaturoscillationen in der Höhe kleiner sind. Während des Junius ist die Luft in Zürich am feuchtesten zur Zeit des Sonnenaufganges, sie enthält dann nahe an 90 Procent der Dampfmenge, welche sie im Zustande der Sättigung enthalten könnte. Am trockensten ist sie gegen 2^h, sie enthält nur 57 Procent, der Unterschied zwischen diesen Extremen beträgt 33°. Auf dem Rigi tritt der feuchteste Moment nahe zu derselben Zeit ein, die Atmosphäre enthält dann nahe 88 Procent Wasserdampf, weniger als in dem entsprechenden Moment in Zürich, am trockensten ist sie zwischen 2^h und 3^h, sie enthält dann nur etwa 79 Procent, bei weitem mehr als am Nachmittage in Zürich; der Unterschied zwischen diesen Extremen beträgt 9°, nur etwa $\frac{1}{4}$ der in Zürich gefundenen Gröfse. Wäre die Höhendifferenz bedeutender, so würde die relative Feuchtigkeit am ganzen Tage gleich gewesen seyn, später würde sich eine gänzliche Umkehrung der Aenderungen gezeigt haben. Und dieses bestätigen auf das Schönste nicht blofs ältere Erfahrungen von Saussure, sondern auch meine eigenen Beobachtungen auf dem Faulhorne. Der feuchteste Moment in Zürich tritt im September nahe um 5^h Morgens ein, die Luft enthält dann 89 Procent Wasserdampf; sie wird nun immer trockner und gegen 3^h enthält sie etwas mehr als 53 Procent, der Unterschied beträgt mithin gegen 36 Procent. Ganz anders ist es auf dem Faulhorne. Der trockenste Moment findet dort um etwa 8^h Morgens statt, die Luft ent-

hält dann etwa 58 Procent Wasserdampf; sie wird nun immer feuchter, gegen 4^h enthält sie etwas mehr als 78 Procent, worauf sie die ganze Nacht hindurch trockener wird. Saussure hat die Ursache dieses Phänomens so schön entwickelt (Hygrom. §. 349, Reisen §. 1126, *Journ. de phys. XXXIV p.* 166), daſs ich nicht länger dabei verweilen will.

Dieses ist der Vorgang, der sich im Durchschnitte von 25tägigen Beobachtungen zeigt; aber auf keinem Fall genügt dieser Zeitraum, um alle Anomalien zu entfernen, im Gegentheile glaube ich, daſs im Allgemeinen der trokkenste Moment näher an der Zeit des Sonnenaufgangs liegen wird. Dieses beweisen die Messungen, die ich auf dem Faulhorne an ganz schönen Tagen anstellte; selbst auf dem Rigi deuten hierauf die Beobachtungen an einigen Tagen, die in Zürich zu den ziemlich heiteren gehörten. Aber auf dem Rigi werden an solchen Tagen wahrshheinlich zwei Maxima und Minima vorhanden seyn. Der Vorgang, der mir anfänglich bei mehreren photometrischen Beobachtungen sehr unangenehm war, überraschte mich in der Folge ungemein, als ich fand, daſs er dasjenige bestätigte, was ich über die ungleiche Höhe der Cimuli (Bd. I S. 385) *) zu verschiedenen Tageszeiten vermuthet hatte. Die Sonne ging schön auf, der Himmel völlig heiter, nur über dem Zuger und Vierwaldstädter-See lagen Nebel. Die Zahl derselben nahm zu und dabei zeigte das Hygrometer gröſsere relative Feuchtigkeit. Nach einiger Zeit, gegen 9^h kamen leichte Nebel am Nordabhange des Rigi in die Höhe, verschwanden aber auf der erwärmten Fläche. Das Hygrometer stand gegen 10^h dem Punkte der Sättigung nahe und bald darauf saſs ich im dichten Nebel; gegen 11^h war eine Wolke über mir, welche scheinbar den ganzen Himmel bedeckte (offenbar wegen kleiner Höhe über mir), während der Pilatus und das Stanzer Horn kleine Wolken über sich oder an der

*) Nämlich des Handbuchs der Meteorologie vom Verfasser, worauf sich auch die folgenden Citate beziehen. *P.*

Spitze hatten. Die über mir stehende Wolke wurde kleiner, die Luft trockner, später sank die Wolke, die Nebel umgaben mich auf's Neue und die Nacht war ziemlich heiter. Noch weit bestimmter habe ich dieses auf dem Faulhorne bemerkt, wo an einigen Tagen die Nebel aus Grindelwald in Menge gegen 10^h aufstiegen. Erreichten sie nun freilich auch wegen ihrer Auflösung auf der erwärmten Fläche nicht immer das Wirthshaus auf der Höhe, so nahm doch die relative Feuchtigkeit schnell von 9^h bis 11^h zu.

Noch mufs ich eines Umstandes gedenken, welcher für die Meteorologie von Wichtigkeit ist. Es ist häufig bezweifelt worden, dafs Saussure's Behauptung, das Hygrometer zeige im Nebel völlige Sättigung, richtig sey. Als sich nach den ersten warmen und trocknen Tagen auf dem Rigi Nebel zeigten, fand ich, dafs mein, etwa 8″ von dem hölzernen Hause hängendes Hygrometer nur zwischen 80 und 90 Procent Wasserdampf gab; erst dann wenn der Nebel mehrere Stunden gedauert hatte, erhielt ich völlige Sättigung. Um zu prüfen, ob die Luft wirklich noch trocken sey, hing ich auf die Spitze des Berges ein zweites Instrument, hier war die Sättigung jedesmal vollständig. Nothwhndig müssen wir annehmen, dafs das dunkele, von der Sonne stark erwärmte Haus anfänglich die Dämpfe auflöst; dafs sich diese in das poröse und hygroskopische Holz ziehen; erst später, wenn der Temperaturüberschufs verloren ist, wird die Luft in der Nähe des Hauses ebenfalls gesättigt. Und dürfen wir nicht vermuthen, dafs in vielen anderen Fällen dieser Art ähnliche Localursachen gewirkt haben?

Ich wende mich zu der Vergleichung der hygrometrischen Verhältnisse in der Höhe und Tiefe, da nach den Versuchen von Dalton und Berthollet die Gase und Dämpfe sich gegenseitig durchdringen, so stellte ich Bd. I. S. 342 die Vermuthung auf, dafs eben so wie dieses beim Barometer erwiesen ist, die Höhe in geometrischer Reihe wachsen müfste, wenn der Druck des Dam-

pfes in arithmetischer abnähme, und wenn wir gleich nicht darauf rechnen dürfen, dafs dieses einzelne Beobachtungen bestätigen werden, so wird es doch im Mittel aus vielen der Fall seyn. Ist dann X der Höhenunterschied beider Stationen in Fufsen, E und e die Expansivkraft des Dampfes in der Tiefe und Höhe, T und t die Temperatur nach Celsius, und C ein constanter Coëfficient, so erhalten wir:

$$X = C \log \frac{E}{e}\left[1 + 0{,}00375\,\frac{T+t}{2}\right]$$

oder wenn X bekannt ist:

$$C = \frac{X}{(\log E - \log e)\left[1 + 0{,}00375\,\frac{T+t}{2}\right]}$$

Wenden wir diesen Ausdruck auf die Beobachtungen an, so erhalten wir:

Zürich und Rigi $C = 19257$
Zürich und Faulhorn $C = 17466$.

Das Mittel $C = 18360$ wird sich nicht sehr von dem mittleren Zustande der Atmosphäre entfernen, zumal da der eine bei sehr feuchtem, der andere bei sehr trockenem Wetter bestimmt ist, keine der beiden Beobachtungsreihen aber eine hinreichend lange Zeit umfafst, um alle Anomalien zu entfernen. So bedeutend die Differenz dieser Werthe uns auch scheint, so zeigt sich durch eine nähere Untersuchung, dafs sie nicht so grofs sey. Berechnen wir z. B. vermittelst des Coëfficienten, welchen die Rigi-Beobachtungen geben, den Druck der Atmosphäre auf dem Faulhorn, wenn der in Zürich als bekannt angenommen wird, so erhalten wir $1''',587$. Die directen Beobachtungen geben $1''',463$, und die Differenz so klein, dafs $\frac{1}{2}°$ Temperaturdifferenz dieselbe entfernen würde.

Bedeutender dagegen ist die Abweichung von anderen Bestimmungen, welche ich S. 345 gegeben habe. Uebersehen wir aber hier diejenige, welche aus den Mes-

sungen des Hrn. v. Humboldt in Höhen von mehr als 7500 Höhe folgt, und auf welche ich später kommen werde, so stimmt der Werth $C=16066$ und $C=18052$ nahe mit dem obigen überein. Die Messungen von Sabine sind nicht oft genug wiederholt, um alle Anomalien zu entfernen. Die Vergleichung zwischen Genf und St. Bernhard giebt $C=21826$, und dieses Resultat, als auf einer mehrjährigen Reihe von Beobachtungen beruhend, würde den Vorzug verdienen, wofern es hinreichend frei von allen Einwürfen wäre. Einerseits habe ich die Dampfmenge an jedem Orte nur aus dem mittleren Stande vom Thermometer und Hygrometer berechnet, also diese Gröfse nicht genau bestimmt; sodann aber ist es gewifs nur ein Zufall, wenn die Beobachtungen auf dem Bernhard ein richtiges Resultat geben. So regelmäfsig und pünktlich die Mönche auch beobachten, so viel Zutrauen auch die Aufzeichnungen aller übrigen Instrumente verdienen, so gilt dieses doch nicht von dem Hygrometer, vielmehr sind alle Angaben desselben in der *Bibliothèque universelle* Zahlen ohne Werth. Das Instrument hängt auf einem mit Doppelfenstern versehenen Corridor unmittelbar an der Wand. Soll es nun beobachtet werden, so werden die inneren Fenster geschlossen, in den äufseren eine Scheibe geöffnet und nach einigen Minuten der Stand des Instrumentes abgelesen. Unstreitig ist die Zahl, welche auf diese Art gefunden wird, eine unbekannte Function aus dem hygrometrischen Zustande der Luft und des geheizten Corridors.

Was den relativen Feuchtigkeitszustand der Luft betrifft, so ist ziemlich allgemein angenommen, dafs die Luft in der Höhe trockner sey als in der Tiefe. Ich habe an verschiedenen Stellen meiner Meteorologie Zweifel dagegen erhoben. Saussure's isolirte Beobachtungen führen zu widersprechenden Resultaten; während seines Aufenthaltes auf dem Col du Géant nahm er von den Nebeltagen kein Mittel, an den heiteren dagegen

war die Luft oben allerdings trockener als unten. Handelt es sich aber einmal vom mittleren Zustande der Atmosphäre, so darf kein Zustand des Wetters ausgeschlossen werden. Da das Wetter bei einer Beobachtungsreihe sehr feucht, bei der zweiten sehr trocken war, so können wir das Mittel beider als dem mittleren Zustande der Luft nahe kommend ansehen. Wir finden dann:

Zürich:	Junius	73,28 Proc.	Rigi	83,49 Proc.
	September	74,44 -	Faulhorn	63,29 -

Bei trübem Wetter ist also die Luft in der Höhe weit feuchter als in der Tiefe, bei heiterem Wetter findet das Gegentheil statt. Im Mittel finden wir für Zürich 73,86 Procent, für die Höhe 73,39 Procent, beide Gröfsen also völlig identisch.

Wie ich glaube, so müssen wir uns den ganzen Vorgang bei den Hydrometeoren auf folgende Art vorstellen. Nachdem der Dampf als Regen aus den oberen Schichten herabgefallen ist, wird es heiter, der Boden stark erwärmt, die oberen Schichten nehmen an dieser Wärme Theil und die Luft wird hier sehr trocken. Der Druck der Dampfatmosphäre nimmt jetzt wegen des Widerstandes, welchen der Dampf beim Aufsteigen findet, schneller ab als im Mittel. Nach und nach aber kann der Dampf in die Höhe steigen, es wird oben relativ feuchter als in der Tiefe, es bilden sich Wolken, in denen die Luft gesättigt ist, während sie unten vielleicht kaum mehr als 70 Procent enthält. Aber hier läfst sich nach den wenigen vorhandenen Beobachtungen noch nicht entscheiden, worin diese Aenderung im relativen Feuchtigkeitszustande ihren Grund habe, ob vorzugsweise in der absoluten Dampfmenge oder in der Temperatur. Ich bin fast geneigt, auch hier der letzteren die Hauptrolle anzuweisen. Bei dem trüben Wetter im Junius waren 93ᵗ erforderlich, wenn die Wärme um 1° sinken sollte, die Luft oben feuchter als unten; bei dem heiteren Wetter im September betrug diese Gröfse 140ᵗ, die Luft oben

trockner als unten. So grofs ist aber der Einflufs der Jahreszeiten im Mittel nicht auf die Abnahme der Wärme; höchstens würden wir in Vergleich mit den Rigi-Beobachtungen 110^t finden. Nehmen wir 10°,14 als mittlere Temperatur von Zürich, so würde die des Faulhornes etwa —0°,2 seyn, der Druck des Dampfes im Zustande der Sättigung also nahe 2''' betragen. Dividiren wir damit in die absolute Dampfmenge auf dem Faulhorne, so erhalten wir nahe 73 Procent, eben so wie in Zürich.

Die mitgetheilten Thatsachen sind für die Theorie der Hydrometeore von grofser Wichtigkeit, hätte ich sie bei Bearbeitung meines Lehrbuchs gekannt, so würde der ganze vierte Abschnitt ein anderes Ansehen erhalten haben. Noch mehr ist dieses der Fall in Beziehung auf einen anderen Umstand, welcher zwar nicht zunächst mit meiner Reise im Zusammenhange steht, aber zu innig mit dem eben behandelten Gegenstande verbunden ist, als dafs ich ihn hier mit Stillschweigen übergehen könnte. Wie ist der Druck der Dampfatmosphäre in verschiedenen Breiten beschaffen? Fast nie ist der Gegenstand in der Ausführlichkeit besprochen, welche er verdient; es liegt am Mangel an Beobachtungen, und wenn ich es hier versuche etwas Allgemeines zu geben, so müssen Sie dieses Streben mit Baco's Ausspruche, dafs die Wahrheit leichter aus dem Irrthume als aus der Verwirrung hervorgehe, entschuldigen; ich will hier nur die ersten dürftigen Umrisse einer Skizze geben, welche künftige Beobachtungen zu einem ausgeführten Gemälde vollenden müssen.

Alle unsere Untersuchungen müssen hier mit dem Meere beginnen, weil von diesem die ganze Erde mit Wasser versorgt wird. Glücklicherweise hat hier der Einflufs der Tages- und Jahreszeiten einen geringeren Einflufs als auf dem Lande, so dafs die wenigen vorhandenen Beobachtungen den Gang der Erscheinung einigermafsen erkennen lassen. Messungen dieser Art besitzen

wir von Hrn. v. Humboldt, die sich im zweiten Bande der Reise (Octavausgabe) befinden; die um dieselbe Zeit von Péron angestellten sind, mit Ausnahme weniger Notizen, nicht bekannt gemacht. Andere Thatsachen befinden sich in dem Artikel *Hygrometry* in Brewster's *Edinb. Encycl.* Mit vieler Umsicht behandelte John Davy den Gegenstand auf seiner Reise nach Ceylon. Verschiedene Reisende stellten auf Daniell's Betrieb Messungen an; so Caldcleugh und Sabine auf dem atlantischen Meere, Parry im nördlichen Theile dieses Meeres, Beechey auf seiner Reise um die Welt. Es waren vorzüglich die Beobachtungen des Letzteren, welche mich in den Stand setzten, den Gegenstand zu behandeln, und wenn das Mittel derselben, als gröfstentheils im Sommer beobachtet, vielleicht noch etwas zu grofs ist, so dürfen wir die Resultate doch für andere Breiten als der Wahrheit sehr nahe kommend ansehen.

Für den Druck der Dampfatmosphäre finden wir folgende Gröfsen:

Atlantisches Meer, nördliche Hälfte.

Breite.	Beobachtet.	Berechnet.	Unterschied.
2° 30′	9‴,529	9‴,021	—0‴,508
7 30	9 ,248	8 ,886	—0 ,362
12 30	8 ,421	8 ,620	+0 ,199
17 30	8 ,082	8 ,233	+0 ,151
22 30	7 ,725	7 ,734	+0 ,009
27 30	6 ,792	7 ,140	+0 ,348
32 30	6 ,047	6 ,468	+0 ,421
37 30	5 ,377	5 ,739	+0 ,362
42 50	4 ,838	4 ,975	+0 ,137
47 30	4 ,956	4 ,199	—0 ,757
58	3 ,084	2 ,636	—0 ,448
61	2 ,832	2 ,229	—0 ,603
64	2 ,504*	1 ,847	—0 ,657
67	2 ,103	1 ,496	—0 ,607
70	2 ,223	1 ,178	—0 ,045

Um die Anomalien in dieser Tafel einigermafsen zu entfernen, habe ich sämmtliche Angaben vermittelst der Formel:

$$E_\varphi = 0{,}1370 + 8''',9004 \cos^2 \varphi$$

zu verbinden gesucht, wo E_φ die der Breite φ entsprechende Elasticität des Dampfes bezeichnet. Künftige Beobachtungen müssen die mitgetheilten Gröfsen noch genauer fixiren, und zeigen, ob wir im Stande sind, das Phänomen für das ganze atlantische Meer durch einen einzigen Ausdruck darzustellen. Dafs in höheren Breiten die berechneten Werthe im Allgemeinen kleiner sind als die beobachteten, darf besonders deshalb weniger als Mangel der Gleichung angesehen werden, weil ich zwischen 58° und 70° nur die Messungen von Parry besafs, diese aber gröfstentheils in den Sommermonaten angestellt wurden, wodurch man etwas zu grofse Werthe erhält.

Druck der Dampfatmosphäre auf der nördlichen Hälfte des grofsen Oceans.

Breite.	Beobachtet.	Berechnet.	Unterschied.
2° 30′	10‴,740	10‴,063	—0‴,677
7 30	10 ,673	9 ,869	—0 ,804
12 30	9 ,939	9 ,485	—0 ,454
17 30	8 ,585	8 ,924	+0 ,339
22 30	6 ,627	8 ,204	+1 ,577
27 30	6 ,356	7 ,345	+0 ,989
32 30	6 ,180	6 ,374	+0 ,194
37 30	5 ,914	5 ,321	—0 ,593
42 30	4 ,723	4 ,656	—0 ,067
47 30	3 ,162	4 ,113	+0 ,951
52 30	3 ,115	3 ,578	+0 ,463
57 30	3 ,082	3 ,067	—0 ,015
62 30	2 ,892	2 ,598	—0 ,294
67 30	2 ,492	2 ,182	—0 ,310

Die Messungen auf diesem Meerbecken rühren allein von Beechey her; sie geben für niedere Breiten (bis 37½ N.) die Gleichung:

$$E_\varphi = -2''',776 + 12''',865 \cos^2 \varphi,$$

für die Breiten von $37\frac{1}{2}$ N. erhalten wir:

$$E_\varphi = 1''',270 + 6''',229 \cos^2 \varphi.$$

Auch hier sind wir noch weit von der Wahrheit entfernt, indem es sehr wenig wahrscheinlich wird, dafs durch Beobachtungen auf einer einzigen Reise der Einflufs aller Anomalien entfernt sey.

Ich habe auf eine ähnliche Art die Beobachtungen auf den südlichen Hälften der beiden Meeresbecken berechnet, doch übergehe ich hier die Resultate, da sie mehr Anomalien zeigen als auf einer noch kleineren Zahl von Messungen beruhend.

Vergleichen wir die beiden Tafeln, so zeigt sich eine Verschiedenheit zwischen beiden. Es ist nämlich der Druck der Atmosphäre am Aequator auf dem atlantischen Meere 9''',037, auf dem grofsen Oceane steigt derselbe bis 10'''089, ist also 1''' gröfser. Nach einer so geringen Zahl von Beobachtungen, als wir bis jetzt besitzen, läfst sich nicht entscheiden, ob diese Differenz Naturgesetz sey, oder ob sie von Anomalien herrühre. Sollte ersteres der Fall seyn, was ich fast zu vermuthen geneigt bin, so würde sich diese Thatsache an eine andere anschliefsen, welche ich Bd. II S. 118 meiner Meteorologie erwähnt habe, die nämlich, dafs die Temperatur des Meerwassers in niederen Breiten im atlantischen Meere kleiner ist als im grofsen Ocean; ja es scheinen diese beiden Thatsachen so innig verbunden zu seyn, dafs sich die eine aus der andern ableiten läfst. Die auf S. 118 und 121 gegebenen Thatsachen geben für die Temperatur des Aequatorialwassers im atlantischen Meere 26°,6 C.; der Druck der Dampfatmosphäre im atlantischen Meere ist daselbst 9''',037, welcher zu der Temperatur von 23°,1 C. gehört, es liegt also der Thaupunkt 3°,5 C. tiefer als die Temperatur. Die gedachten Tafeln geben für die Temperatur des Aequatorialwassers im grofsen Oceane 28°,4;

nehmen wir an, der Thaupunkt liege auch hier 3°,5 tiefer, so würde die Dampfatmosphäre den Druck ausüben, welcher zu der Temperatur von 24°,9 gehört. Dieser ist 10‴,02, die obige Rechnung giebt 10‴,09, beide also übereinstimmend.

Dieses Resultat, dafs in der Nähe des Aequators der Thaupunkt auf beiden Meeren etwa 3°,5 unter der Temperatur des Meeres liegt, scheint mir nicht unwichtig. Nehmen wir an, die Luft habe im Mittel eine Temperatur von 27° C., so beträgt die Elasticität des Dampfes von *reinem* Wasser bei dieser Wärme nach meiner Tafel 11‴,33, wofern die Luft gesättigt wäre. Läge aber der Thaupunkt 3°,5 tiefer, also bei 23°,5, so wäre die absolute Dampfmenge 9‴,23 und die Luft enthielte 81 Procent Wasserdampf. Nehmen wir eine andere Temperatur, z. B. 0° für die Luft, und verlegen wir den Thaupunkt nach —3°,5, so würde die Luft 78 Proc. Wasserdampf enthalten. Im Allgemeinen können wir also annehmen, dafs der relative Feuchtigkeitszustand etwa 80 ist, wofern der Thaupunkt 3°,5 C. tiefer liegt als die Wärme der Luft. Suchen wir nun den relativen Feuchtigkeitszustand der Atmosphäre über dem Meere nach den vorhandenen Beobachtungen zu bestimmen, so ist derselbe in allen Breiten nahe gleich, und beträgt etwa 81°; nur in der Region, wo die Passate mit grofser Regelmäfsigkeit wehen, ist die Luft trockner, während sie in der Nähe des Aequators feuchter wird; doch dürfen wir gegenwärtig, wo wir es mit den ersten Umrissen zu einer Theorie dieses Gegenstandes zu thun haben, diese Verschiedenheiten wohl noch übersehen. Wir können daher in irgend einer Breite den Druck der Atmosphäre bestimmen, wenn wir die zugehörige Temperatur berechnen, und dann eine Elasticität nehmen, die zu dem um 3°,5 niedrigeren Thermometerstande gehört; es trifft dieses besonders dann ziemlich nahe ein, wenn wir die Temperatur von der Oberfläche des Meeres nehmen. Nun

siedet das Meerwasser bei 103°,7 (Baumgartner's Naturlehre, Supplementband, S. 1046); wir haben also zwischen den Siedepunkt des destillirten und Meerwassers dieselbe Differenz, die wir zur Bestimmung des Thaupunktes gefunden haben. Nehmen wir ferner an, dafs Dalton's Gesetz für die Elasticität der Dämpfe nahe richtig sey, so ist die Elasticität des *Meerwasserdampfes* bei irgend einer Temperatur gleich der Elasticität, welche der Dampf von *destillirtem Wasser* bei einer um 3°,7 höheren Temperatur hat. Stellen wir die angegebenen Thatsachen mit den hygrometrischen Untersuchungen von Gay-Lussac zusammen, so halte ich es für erlaubt, folgenden Satz aufzustellen:

Die Atmosphäre über den grofsen Meeren ist mit Dämpfen von Meerwasser gesättigt.

Von den Meeren aus verbreitet sich der Dampf in das Innere der Continente, aber erst durch mehrfache Niederschläge und darauf folgende Verdunstungen gelangt er dorthin, um in den Flüssen in das Meer zurückzukehren. Je weiter wir uns von den Küsten entfernen, desto trockner wird im Allgemeinen die Luft, und würden die Orte durch Linien verbunden, auf denen die absolute Dampfmenge gleich ist, so würden sich diese dem Aequator noch mehr nähern, als die Isothermen; ja sie würden wahrscheinlich im Innern der Continente vielfache Verzerrungen zeigen. Bis jetzt ist die Zeichnung solcher Linien noch völlig unmöglich, die Zahl guter Hygrometerbeobachtungen ist klein, noch kleiner die von genau berechneten. Ich bin gegenwärtig damit beschäfftigt, das alte Federkielhygrometer von Retz genauer zu untersuchen, und es scheint, nach den bisher erhaltenen Thatsachen zu urtheilen, als ob es möglich seyn werde, eine Theorie desselben aufzustellen; sollte dieses der Fall seyn, so würden auch über diesen Punkt die Manheimer Ephemeriden eine Reihe schätzbarer Thatsachen liefern. Bis jetzt kann also von den erwähnten Linien kaum

noch die Rede seyn. Folgende Resultate können jedoch eine ungefähre Idee von ihnen geben.

Nach 6jährigen von mir berechneten Beobachtungen (1825 bis 1830) der Königl. Societät beträgt der Druck der Dampfatmosphäre in London 3''',690, die oben mitgetheilte Gleichung giebt für das atlantische Meer in der Breite von 51° 30' den Druck 3''',586.

In Kinfauns Castle im nördlichen England, in 56° 23' N., stellte Gordon i. J. 1815 Beobachtungen mit einem Leslie'schen Hygrometer an, deren Resultate Anderson in der *Edinburgh Encyclopaedia*, Art. Hygrometry (Bd. XI S. 588), mittheilt. Wird daraus vermittelst der von mir gegebenen Tafeln der Druck der Dampfatmosphäre hergeleitet, so erhalten wir 2''',799. Die oben gegebene Gleichung giebt für dieselbe Breite auf dem Meere 2''',865. Stellen wir beide Bestimmungen zusammen, so können wir annehmen, dafs in England der Druck der Dampfatmosphäre noch eben so grofs sey als über dem Meere.

In Stuttgart beobachtet Hr. Prof. Plieninger seit einigen Jahren ein Psychrometer. Werden die Beobachtungen vom Jahre 1830 und der ersten Hälfte von 1831 berechnet, so ist der Druck der Dampfatmosphäre 2''',818 in der Breite von 48° 48' N. und in einer Höhe von 846 Fufs. Die mittlere Temperatur von Stuttgart ist 10°,0 C., sie würde am Niveau des Meeres 11°,5 seyn. Reduciren wir nach der Formel, welche aus den Beobachtungen auf Rigi und Faulhorn folgt, den Druck des Dampfes auf das Niveau des Meeres, so erhalten wir für Stuttgart 3''',121. Auf dem atlantischen Meere finden wir diesen Druck erst in der Breite von 54° 26' N.; in der Breite von Stuttgart würden wir nahe 4''' erhalten. Eine ähnliche Differenz würden die freilich nicht ganz scharf berechneten Beobachtungen zu Genf geben, deren Resultate ich in meiner Meteorologie, Bd. I S. 336 mitgetheilt habe.

In Benares beobachtete James Prinsep vom Januar 1824 bis October 1826 die Verdunstungskälte, und theilte die Mittel davon in den *Philos. Trans.* für 1828, S. 251, mit. Wird daraus der Druck der Dampfatmosphäre für die einzelnen Monate hergeleitet, so zeigt sich auf eine überraschende Art, dafs in diesem Verhältnisse nichts Tropisches hervortritt, sondern dafs der Gang genau derselbe als in Europa ist. Ich übergehe indessen diesen Gegenstand hier ganz, weil ich bei einer späteren Gelegenheit diese Vertheilung näher zu betrachten beabsichtige. Der mittlere Druck der Dampfatmosphäre ist 7‴,159. Die Höhe von Benares beträgt etwa 520′, die mittlere Temperatur etwa 25°,4 C., also am Niveau des Meeres etwa 26°,2 C. Darnach würde der Druck, auf's Niveau des Meeres reducirt, 7‴,598 betragen. Für die Breite von Benares (25° 30′) würden wir auf dem atlantischen Meere 7‴,388, auf dem grofsen Ocean 7‴,704, im Mittel also 7‴,596 erhalten, folglich sehr nahe die oben mitgetheilte Gröfse. Es würden danach die erwähnten Linien in der Nähe des Aequators mit den Breitenkreisen parallel laufen, doch bleibt dabei noch immer die Frage, ob eine Berechnung nicht der monatlichen Mittel, sondern der einzelnen Beobachtungen dasselbe Resultat geben würde, und ob hier, wo die Moussons so einflufsreich sind, nicht andere Verhältnisse vorhanden sind als in Amerika.

Diese wenigen Bemerkungen sind Alles, was ich bis jetzt über den Gegenstand mittheilen kann; Beobachtungen von mehreren Orten habe ich noch nicht berechnen können; wünschenswerth aber ist es im hohen Grade, dafs gute Hygrometer, die wir nun doch besitzen, recht fleifsig beobachtet würden. Für die Hydrometeore ist der Gegenstand von gröfster Wichtigkeit. Theils die Verfolgung dieses Gegenstandes, theils anderweitige Betrachtungen haben mich zu der Ueberzeugung geführt, dafs diese Lehre unter einem ganz anderen Gesichtspunkte

auf-

aufmerksam machen; wir müssen einen völlig verschiedenen Vorgang bei dem Regen im Winter und Sommer annehmen. Im Winter haben wir Regen durch allgemeine Erkaltung, eine einzige Wolkenschicht, tiefe Nebel, meist positive Niederschläge. Im Sommer haben wir meistens Niederschläge durch aufsteigenden Luftstrom, Cirri darunter Cumulostrati, häufig negativ-electrischer Regen. Nirgends tritt dieser Gegensatz so auffallend hervor, als bei den Gewittern im Sommer und Winter. — An den Küsten ist im Winter allgemeine Erkaltung, die Dämpfe gelangen nicht bis in's Innere des Landes, daher fehlen hier die starken Winterregen, der aufsteigende Luftstrom ist hier im Sommer verhältnifsmäfsig wirksamer, daher Sommerregen die vorherrschenden.

Es sey mir erlaubt, noch mit wenigen Worten an die Resultate zu erinnern, welche ich aus den Beobachtungen des Hrn. v. Humboldt abgeleitet habe (Bd. I, 345). Wird, wie es nach dem Gesagten sehr wahrscheinlich ist, der Druck der Dampfatmosphäre bei einerlei Breite desto kleiner, je weiter wir uns von den Küsten entfernen, so sind die unteren Stationen mit den oberen nicht mehr gut vergleichbar, da die höheren weiter vom Meere entfernt sind, und die höchsten Punkte in der westlichen Cordillerenreihe, wegen der Passate, einen grofsen physischen Abstand vom Meere haben. Daher ist der von mir in 1500′ gefundene Druck der Dampfatmosphäre von 7‴,28 vielleicht nicht mehr vergleichbar mit dem in der Station von 10500′ erhaltenen. Nehmen wir z. B. an, der Druck sey in der Höhe des Meeres unter dem letztern Punkte 7‴,28, so würden wir für den Coëfficienten *C* den Werth 14508 erhalten, bei weitem näher an dem Resultate von Rigi und Faulhorn liegend, als die daselbst gegebene Zahl 12485. Ein grofser Gewinn für die Wissenschaft aber würde es seyn, wenn die Beobachtungen, aus denen Hr. v. Humboldt die Mittel gab, nochmals einzeln nach den Tafeln Gay-Lussac's berechnet würden.

Ich erlaube mir jetzt noch, am Schlusse die Beobachtungen hinzuzufügen, welche dazu dienen können, die Theorie des Psychrometers zu begründen. Wenn es möglich war, habe ich auf dem Faulhorne gleichzeitig das Schwefelätherhygrometer und Psychrometer beobachtet; nur am Abende unterliefs ich diese Vergleichung, weil es schwerer hielt, darin den Thaupunkt mit Schärfe zu bestimmen. Aus der grofsen Zahl meiner Beobachtungen wähle ich alle diejenigen aus, bei denen die Differenz der beiden Thermometer mehr als 2° R. betrug, da bei so bedeutenden Differenzen kleine Beobachtungsfehler bei beiden Instrumenten einen geringeren Einflufs erhalten. Ich gebe in der folgenden Tafel unter t die Beobachtungen des trockenen, unter $t_{\prime}$ die des nassen Thermometers. Die letzte Spalte enthält die Gleichung:

$$E = E_{\prime} - ab(t - t_{\prime}),$$

wo E die zum Thaupunkte, $E_{\prime}$ die zur Temperatur des nassen Thermometers gehörige Expansivkraft des Dampfes, und b den Barometerstand in pariser Linie bedeutet.

Beobachtungen auf dem Faulhorne.

Barometer.	Thaupunkt.	t	$t_{\prime}$	Gleichung.
248‴,1	—5°,1	5°,9	1°,9	1‴,286 = 2‴,394 — 992,40.a
248 0	—0 ,9	6 ,3	3 ,4	1 ,876 = 2 ,721 — 719,20.a
247 ,8	1 ,9	6 ,3	3 ,9	2 ,394 = 2 ,838 — 594‘72.a
247 ,8	0 ,1	6 ,3	3 ,1	2 ,048 = 2 ,653 — 792,96.a
247 ,7	0 ,9	6 ,0	3 ,3	2 ,196 = 2 ,698 — 664,79.a
247 ,6	1 ,3	7 ,0	4 ,5	2 ,273 = 2 ,985 — 619,00.a
247 ,4	1 ,0	5 ,9	3 ,5	5 ,225 = 2 ,744 — 593,76.a
246 ,5	—4 ,9	2 ,9	0 ,2	1 ,310 = 2 ,066 — 665,55.a
248 ,1	—3 ,8	3 ,3	0 ,1	1 ,448 = 2 ,048 — 793,92.a
248 ,1	—5 ,1	3 ,8	0 ,7	1 ,286 = 2 ,158 — 769,11.a
248 ,1	—6 ,0	3 ,9	0 ,5	1 ,184 = 2 ,121 — 843,54.a
248 ,1	—5 ,6	3 ,7	0 ,5	1 ,229 = 2 ,121 — 793,92.a
248 ,0	—4 ,9	3 ,7	0 ,9	1 ,310 = 2 ,196 — 793,60.a
249 ,2	—4 ,4	7 ,6	2 ,7	1 ,371 = 2 ,564 — 1227,08.a
249 ,1	—4 ,7	6 ,9	2 ,1	1 ,334 = 2 ,435 — 1195,68.a

Barometer	Thaupunkt.	t	t_1	Gleichung.
248''',4	—8''',9	7°,6	1°,4	0''',903=2''',293 — 1540,08.a
248 ,3	—8 ,0	7 ,7	1 ,7	0 ,983=2 ,353—1489,80.a
248 ,3	—7 ,1	8 ,9	2 ,9	1 ,069=2 ,608—1489,80.a
248 ,3	—8 ,0	8 ,3	2 ,1	0 ,983=2 ,435—1539,46.a
247 ,7	—2 ,2	4 ,3	1 ,7	1 ,672=2 ,353— 644,02.a
247 ,8	—2 ,2	5 ,1	2 ,0	1 ,672=2 ,415— 768,18.a
247 ,9	—3 ,2	2 ,7	0 ,3	1 ,529=2 ,084— 594,96.a
248 ,1	—0 ,9	4 ,7	2 ,5	1 ,876=2 ,520— 545,82.a
248 ,2	—0 ,1	5 ,5	3 ,1	2 ,013=2 ,653— 595,68.a
247 ,0	—1 ,6	4 ,1	1 ,6	1 ,764=2 ,333— 617,50.a
247 ,1	—2 ,1	4 ,9	1 ,5	1 ,687=2 ,313— 840,14.a
245 ,3	—2 ,2	5 ,1	2 ,5	1 ,672=2 ,520— 637,78.a
245 ,2	0 ,4	5 ,9	2 ,3	2 ,103=2 ,477— 888,72.a
245 ,2	—0 ,5	6 ,9	3 ,9	1 ,943=2 ,838— 735,60.a
244 ,9	0 ,0	6 ,1	3 ,6	2 ,030=2 ,767— 611,25.a
245 ,0	—1 ,3	5 ,6	3 ,3	1 ,811=2 ,698— 563,50.a
244 ,8	—0 ,4	5 ,0	2 ,7	1 ,961=2 ,564— 563,04.a
244 ,7	—2 ,7	4 ,7	1 ,9	1 ,599=2 ,394— 685,16.a
244 ,6	—2 ,2	3 ,5	1 ,5	1 ,672=2 ,313— 489,20.a

Die Summe dieser Gleichungen ist:

$$55''',702=83''',673-27899{,}92.a,$$

und daraus ergiebt sich:

$$a=0{,}0010026,$$

nahe eben so, als er theoretisch bestimmt wurde.

Auf dem Rigi war das Wetter dieser Untersuchung nicht sehr günstig; auch beging ich mehrmals den Fehler, dafs ich die beiden Instrumente nicht unmittelbar neben einander hing, sondern an verschiedenen Fenstern, ja öfter an verschiedenen Seiten des Hauses beobachtete, weil die Bewölkung des Himmels mir es häufig nicht gestattete, gegen eine Himmelsgegend die Entstehung des Thauringes mit Schärfe zu beobachten. Leider habe ich es unterlassen, diese Beobachtungen besonders zu bezeichnen, und ich bezweifle auch, dafs dieses auf das Endresultat einen grofsen Einflufs haben werde. Auch hier

gebe ich nur die Aufzeichnungen, wo der Unterschied beider Thermometer etwa 1°,6 betrug.

Beobachtungen auf dem Rigi-Culm.

Barometer.	Thaupunkt.	t.	$t_{\prime}$.	Gleichung.
273‴	2°,7	6°,0	4°,4	2‴,564 = 2‴,960 — 436,8.a
273	3 ,6	6 ,4	5 ,1	2 ,767 = 3 ,139 — 354,9.a
272	3 ,6	6 ,8	5 ,2	2 ,767 = 3 ,165 — 435,2.a
272	2 ,2	7 ,6	5 ,0	2 ,456 = 3 ,113 — 707,2.a
272	3 ,1	9 ,8	6 ,5	2 ,653 = 3 ,526 — 897,6.a
271	—1 ,1	6 ,8	3 ,4	1 ,844 = 2 ,721 — 921,4.a
271	0 ,0	5 ,2	2 ,9	2 ,031 = 2 ,608 — 623,3.a
271	0 ,0	5 ,8	3 ,0	2 ,031 = 2 ,630 — 858,8.a
271	0 ,4	6 ,4	3 ,4	2 ,103 = 2 ,721 — 813,0.a
271	0 ,9	7 ,7	4 ,2	2 ,196 = 2 ,911 — 948,5.a
271	—0 ,9	8 ,4	4 ,6	1 ,893 = 3 ,010 — 1029,8.a
271	0 ,9	9 ,6	5 ,4	2 ,196 = 3 ,219 — 1138,2.a
271	0 ,0	10 ,6	6 ,0	2 ,031 = 3 ,383 — 1246,6.a
271	—1 ,1	7 ,0	3 ,2	1 ,844 = 2 ,675 — 1029,8.a
271	0 ,0	5 ,9	3 ,6	2 ,031 = 2 ,767 — 623,3.a
271	—0 ,9	5 ,6	2 ,8	1 ,893 — 2 ,586 — 758,8.a
270	0 ,0	5 ,8	3 ,0	2 ,031 = 2 ,630 — 756,0.a
271	0 ,0	6 ,0	3 ,2	2 ,031 = 2 ,675 — 756,0.a
270	—1 ,1	6 ,4	3 ,2	1 ,844 = 2 ,675 — 864,0.a
270	—2 ,2	6 ,7	3 ,5	1 ,672 = 2 ,744 — 864,0.a
270	—2 ,2	7 ,2	3 ,6	1 ,672 = 2 ,767 — 972,0.a
270	—0 ,9	7 ,6	3 ,8	1 ,844 = 2 ,814 — 1026,0.a
270	0 ,0	9 ,4	5 ,3	2 ,031 = 3 ,192 — 1107,0.a
270	—1 ,7	9 ,6	5 ,3	1 ,749 = 3 ,192 — 1161,0.a
270	—0 ,3	9 ,8	5 ,8	1 ,978 = 3 ,328 — 1080,0.a
270	—1 ,8	7 ,2	3 7	1 ,733 = 2 ,791 — 945,0.a
270	—2 ,9	7 ,0	3 ,4	1 ,571 = 2 ,721 — 972,0.a
271	0 ,4	4 ,8	3 ,0	2 ,103 = 2 ,630 — 487,8.a
271	0 ,4	5 ,6	3 7	2 ,103 = 2 ,791 — 514,0.a
271	2 ,7	7 ,0	4 ,6	2 ,564 = 3 ,010 — 650,4.a
273	—1 ,3	5 ,8	3 ,0	1 ,811 = 2 ,630 — 764,4.a

Die Summe dieser Gleichungen ist:

$$64''',037 = 89''',724 - 25622,8.a.$$

und daraus ergiebt sich:

$$a = 0{,}001002506.$$

Eine dritte Reihe von Beobachtungen stellte ich im Julius, bei sehr schönem heitern Wetter, in Zürich im Garten des Hrn. Hofraths Horner an. Beide Instrumente hingen unmittelbar neben einander an einem Baume, auf der beschatteten Seite des Stammes. Die vorläufige Berechnung der Rigibeobachtungen, welche eben meine Zeit in Anspruch nahm, verhinderte mich, den Gegenstand mit der anhaltenden Thätigkeit zu verfolgen, welche er verdient. Die wenigen Beobachtungen, die ich anstellte, sind folgende:

Barometer.	Thaupunkt.	t.	$t_{,}$	Gleichung.
324‴	13°,3	23°,0	16°,6	6‴,077 = 7‴,825 — 2073,6.a
324	11 ,6	21 ,4	16 ,4	5 ,319 = 7 ,707 — 1944,0.a
324	11 ,1	22 ,0	15 ,5	5 ,114 = 7 ,198 — 2106,0.a
324	11 ,1	21 ,7	15 ,6	5 ,114 = 7 ,253 — 1976,4.a
324	13 ,3	20 ,6	16 ,0	6 ,077 = 7 ,478 — 1490,4.a
324	14 ,0	20 ,1	16 ,2	6 ,416 = 7 ,592 — 1263,6.a
324	13 ,3	18 ,8	15 ,6	6 ,077 = 7 ,253 — 1036,8.a
324	13 ,3	18 ,0	15 ,2	6 ,077 = 7 ,035 — 907,2.a
321	11 ,1	26 ,4	16 ,6	5 ,114 = 7 ,825 — 3150,7.a
323	12 ,9	18 ,2	14 ,5	5 ,891 = 6 ,667 — 1194,7.a
323	11 ,1	18 ,6	14 ,9	5 ,114 = 6 ,876 — 1194,7.a

Die Summe dieser Gleichungen ist:

62‴,390 = 80‴,709 — 18328,1.a,

und daraus folgt:

$$a = 0{,}0009995.$$

Diese drei Werthe von a stimmen nicht nur unter sich, sondern auch mit der theoretisch gefundenen Gröfse so gut überein, als man es nur bei Untersuchungen dieser Art erwarten kann. Hätte ich auch diejenigen Beobachtungen genommen, wo die Differenz zwischen dem trocknen und nassen Thermometer nur einige Zehntel eines Grades betrug, so hätten sich etwas bedeutendere Differenzen gezeigt, da es hier weit schwerer hält, den

Thaupunkt mit Schärfe zu bestimmen, und ein Fehler von wenigen Zehnteln sehr einflufsreich wird. Hätte ich aber alle Beobachtungen ohne Ausnahme genommen, so wäre

$$a = 0{,}001058$$

etwas gröfser, als nach der Bestimmung von Hrn. Bürg in Baumgartner's Naturlehre, Supplementband S. 270. — Zu bemerken ist bei diesen Beobachtungen, dafs die in Zürich bei sehr windstillem, die auf dem Faulhorne gröfstentheils bei windstillem Wetter, die auf dem Rigi aber fast ohne Ausnahme bei heftigen Stürmen gemacht wurden.

Alle diejenigen Experimentatoren, welche den Gegenstand bisher untersucht haben, machten ihre Beobachtungen bei höheren Temperaturen; wegen der latenten Wärme des Eises mufs der Coëfficient abgeändert werden, wenn das nasse Thermometer mit Eis überzogen ist. Es war mir nicht möglich, mehr als die folgenden Aufzeichnungen auf dem Faulhorne zu erhalten. Hatte das nasse Thermometer bei grofser Trockenheit einen tiefen Stand unter 0°, so erhielt ich keinen Niederschlag mit dem Daniell'schen Hygrometer.

Barometer.	Thaupunkt.	t.	$t_{,}$.	Gleichung.
248''',0	—5°,3	2°,6	—0°,7	1''',263 = 1''',910 — 818,40.a
247 ,9	—4 ,9	2 ,9	—0 ,1	1 ,310 = 2 ,013 — 743,70.a
247 ,3	—5 ,3	0 ,3	—1 ,3	1 ,263 = 1 ,811 — 395,68.a
246 ,3	—5 ,3	0 ,8	—1 ,3	1 ,263 = 1 ,811 — 417,23.a
247 ,5	—9 ,3	0 ,6	—3 ,1	0 ,870 = 1 ,543 — 915,75.a
247 ,7	—7 ,1	1 ,3	—2 ,5	1 ,069 — 1 ,628 — 941,26.a
247 ,8	—9 ,3	1 ,3	—2 ,4	0 ,870 = 1 ,642 — 916,86.a
248 ,0	—7 ,1	1 ,9	—1 ,6	1 ,069 = 1 ,764 — 868,00.a
248 ,1	—6 ,7	2 ,0	—1 ,3	1 ,110 = 1 ,811 — 848,73.a
248 ,2	—8 ,9	0 ,7	—2 ,0	0 ,903 = 1 ,702 — 670,14.a
248 ,4	—7 ,1	1 ,4	—1 ,0	1 ,069 = 1 ,860 — 596,16.a
247 ,9	—7 ,0	1 ,5	—1 ,1	1 ,079 = 1 ,844 — 644,54.a
248 ,0	—5 ,3	1 ,9	—0 ,7	1 ,263 = 1 ,910 — 644,80.a
248 ,0	—4 ,5	2 ,5	—0 ,1	1 ,359 = 2 ,013 — 644,80.a
245 ,2	—2 ,7	1 ,9	—0 ,1	1 ,599 = 2 ,013 — 490,40.a

Die Summe dieser Gleichungen ist:

$$17''',359 = 27''',275 - 10556{,}45 \cdot a,$$

und daraus folgt:

$$a = 0{,}000945014$$

nahe eben so, als ich ihn früher bestimmt hatte. Ich glaube demnach behaupten zu dürfen, dafs sich die Meteorologen unbedenklich der Methode Hutton's bedienen können, da dieses Verfahren mit grofser Einfachheit im Beobachten eine grofse Genauigkeit in der Bestimmung des Wasserdampfes verbindet.

Die gröfste Trockenheit, welche während meines Aufenthaltes auf dem Faulhorne statt fand, ereignete sich am 28sten September, 9 Uhr Morgens. Ich fand:

Barometer 247''',4; Psychrometer 6°,9 und 0°,1;

der Druck der Dampfatmosphäre beträgt demnach 0''',34, und die Luft enthält 9 Proc. Wasserdampf. Nach den Untersuchungen von Gay-Lussac und Biot würde dabei das Hamehygrometer auf 19° gezeigt haben; es war jedoch etwas windig, und ich benutzte deshalb ein treffliches Instrument dieser Art nicht, welches mir Herr v. Saussure bei meiner Anwesenheit in Genf als Andenken verehrt hatte.

Indem ich hiermit meinen zweiten Bericht schliefse, kann ich es nicht unterlassen, auch die Bereitwilligkeit zu rühmen, mit welcher mich die beiden Wirthe, Herr Caspar Bürgi auf dem Rigi-Culm und Herr Samuel Blatter auf dem Faulhorne, bei meinen Untersuchungen unterstützt haben. Eine grofse Menge kleiner Vorrichtungen, die zur leichteren Aufstellung und Beobachtung der Instrumente erforderlich waren, wurden mit Schnelligkeit und Genauigkeit, theils im Zimmer, theils im Freien, angebracht.

III. *Ueber den Einfluſs des Mondes auf die Witterung;*

vom Dr. Otto Eisenlohr,
Privatdocent an der Universität zu Heidelberg.

In dem gegenwärtigen Zeitpunkte hat der Einfluſs des Mondes auf die Veränderungen in der Atmosphäre und auf manche Erscheinungen, welche bei der Entwicklung organischer Wesen sich zeigen, die Aufmerksamkeit der Naturforscher von Neuem auf sich gezogen, obgleich dieser Einfluſs durch die übertriebenen und nur wenig auf Beobachtung gegründeten Ansichten älterer Meteorologen, wie Toaldo, Lamark u. m. a., so zweifelhaft geworden war, daſs man es längere Zeit hindurch nicht der Mühe werth hielt, sich mit den beschwerlichen Untersuchungen über einen solchen unfruchtbaren Gegenstand zu beschäftigen. Als jedoch im Jahre 1829 Flaugergues *) durch Zusammenstellung zwanzigjähriger, in Viviers angestellter Beobachtungen gezeigt hatte, daſs die periodischen Schwankungen des Barometers mit dem Laufe des Mondes im Zusammenhange stehen, so wurde von mehreren Gelehrten, hauptsächlich aber von Schübler, in verschiedenen Schriften **) dieser viel bestrittene Einfluſs des Mondes näher untersucht.

Da ich mich im Jahre 1831 gerade mit der Herausgabe einer Schrift, über das Klima von Karlsruhe ***),

*) *Bibliothèque universelle. T. XL. p.* 265.

**) G. Schübler, Untersuchungen über den Einfluſs des Mondes auf die Veränderungen unserer Atmosphäre. Leipzig, 1830. 8. — G. Schübler, Resultate 60jähriger Beobachtungen über den Einfluſs des Mondes auf die Veränderungen unserer Atmosphäre, in Kastner's Archiv f. Chemie u. Meteorologie, Bd. V. S. 169 bis 212. — Im Auszug in Schweigger's Journal, Bd. LXX.

***) Untersuchungen über das Klima und die Witterungsverhält-

beschäftigte, so unterliefs ich es nicht, jenen Einflufs des Mondes aus den vieljährigen, von 1779 bis 1786 und 1798 bis 1830 ununterbrochen fortlaufenden, zu Karlsruhe angestellten Witterungsbeobachtungen aufzusuchen. Zuerst bestimmte ich den mittleren Barometerstand aus zehnjährigen Beobachtungen für jeden Tag des synodischen Umlaufes des Mondes, und erhielt dadurch Resultate, welche mit den von Flaugergues aufgefundenen völlig übereinstimmen; das Maximum des Barometerstandes fällt auf das letzte Viertel, worauf eine unbedeutende Abnahme eintritt, welche einige Tage nach dem Neumond von einem schwachen Steigen unterbrochen wird; alsdann aber fällt das Barometer anhaltend fort, und erreicht einige Tage vor dem Vollmond sein Minimum. Auf eine ähnliche Weise hatte ich aus dreifsigjährigen Beobachtungen die Anzahl der nassen Tage, der Gewitter, der klaren, vermischten und der trüben Tage aufgesucht, jedoch meiner Ansicht nach, keine periodische Zu- und Abnahmen gefunden; desto mehr wurde ich im Herbst 1832 durch eine Inaugural-Dissertation von F. Baumann *) überrascht, in welcher, aus meinen Angaben, solche periodische Zu- und Abnahmen der Regentage, der Heiterkeit und der Trübung des Himmels durch wiederholtes Mittelziehen dargestellt, und mit den gleichzeitigen Schwankungen des Barometers in Uebereinstimmung gebracht sind. Um jedoch den Werth dieser Abhandlung gehörig beurtheilen zu können, ist es nöthig, die schon früher von Schübler angegebene Methode des wiederholten Mittelziehens etwas näher zu betrachten.

nisse von Karlsruhe, von Dr. Otto Eisenlohr. Karlsruhe, 1832. 4.

*) Untersuchungen über monatliche Perioden in den Veränderungen unserer Atmosphäre. Inaugural-Dissertation, unter dem Präsidium von G. Schübler, vorgelegt von F. Baumann. Tübingen, 1832. 8.

Bedeuten nämlich:

$$a_1\ ,\ a_2\ ,\ a_3\ ,\ \ldots\ldots\ ,\ a_m\ ,\ \ldots\ldots\ ,\ a_{30},$$

die den 30 Tagen des Mondumlaufes entsprechenden, aus den Beobachtungen unmittelbar erhaltenen Zahlen, so ist das erste Mittel:

$$b_m = \frac{a_{m-1} + a_m + a_{m+1} + a_{m+2}}{4}$$

ferner das zweite Mittel:

$$c_m = \frac{b_{m-1} + b_m + b_{m+1}}{3},$$

und endlich das dritte Mittel:

$$d_m = \frac{c_{m-1} + c_m + c_{m+1}}{3},$$

oder:

$$d_m = \frac{b_{m-2} + 2b_{m-1} + 3b_m + 2b_{m+1} + b_{m+2}}{3.\ 4},$$

oder:

$$d_m = \frac{1}{3.3.4}[a_{m-3} + 3a_{m-2} + 6a_{m-1} + 8a_m + 8a_{m+1} + 6a_{m+2} + 3a_{m+3} + a_{m+4}]$$

Bezeichnet man nun durch z_m die Zahl, um welche d_m gröfser oder kleiner ist, als das dem vorhergehenden, $(m-1)$ten Tage zugehörige Mittel d_{m-1}, so wird:

$$z_m = d_m - d_{m-1},$$

und da:

$$d_{m-1} = \frac{1}{3.3.4}[a_{m-4} + 3a_{m-3} + 6a_{m-2} + 8a_{m-1} + 8a_m + 6a_{m+1} + 3a_{m+2} + a_{m+3},]$$

so erhält man, wenn man diesen Werth von d_{m-1} von dem obigen Werth von d_m abzieht:

$$z_m = \frac{1}{3.3.4}[-a_{m-4} - 2a_{m-3} - 3a_{m-2} - 2a_{m-1} + 2a_{m+1} + 3a_{m+2} + 2a_{m+3} + a_{m+4}].$$

Es fällt also gerade a_m, d. h. die dem $_m$ten Tag zugehörige, den Beobachtungen entnommene Zahl heraus, und hat keinen Einflufs auf die Zunahme z_m, um welche d_m gröfser ist als d_{m-1}.

Die Zahl d_m wird dem $_m$ten Tage des Mondumlaufes zugeschrieben; da dieselbe aber eine Mittelgröfse aus

acht besondern Beobachtungen ist, welche gröfstentheils mehrmals genommen sind, so darf man diese Zahl ebenso wenig, als die dem $n$ten Tage zugehörige Mittelgröfse betrachten, als man die mittlere Temperatur des ganzen Jahres für die mittlere Temperatur des Juli's oder des Januars, oder die mittlere Temperatur eines Monats für die am 15ten desselben stattgehabte Temperatur zu setzen berechtigt ist. Um ein Beispiel zu geben, wie sehr die nach dieser Methode erhaltenen Resultate von der Wahrheit abweichen, stelle ich die den Beobachtungen selbst entnommenen monatlichen mittleren Temperaturen von Karlsruhe mit denjenigen Zahlen zusammen, welche man für jeden Monat durch jenes wiederholte Mittelziehen erhält. Unter der Spalte *A* stehen die wahren, unter der Spalte *B* die künstlich berechneten mittleren Temperaturen; für den Juli wird z. B. die ihm zugehörige Zahl 13,462 aus folgenden Gröfsen bestimmt:

$$d = \tfrac{1}{36}\,[8{,}546 + 3\,.\,12{,}541 + 6\,.\,14{,}276 + 8\,.\,15{,}711 + 8\,.\,15{,}317 + 6\,.\,12{,}580 + 3\,.\,8{,}363 + 4{,}274]$$

$$= \tfrac{1}{36}\,[8{,}546 + 37{,}353 + 85{,}656 + 125{,}688 + 122{,}536 + 75{,}480 + 25{,}089 + 4{,}274]$$

$$= \frac{484{,}622}{36} = 13{,}642.$$

Monat.	*A*.	*B*.
Januar	— 0,093	3,173
Februar	2,046	4,618
März	4,719	7,033
April	8,546	9,734
Mai	12,451	12,058
Juni	14,276	13,416
Juli	15,711	13,462
August	15,317	12,154
September	12,580	9,775
October	8,363	6,973
November	4,274	4,511
December	1,836	3,118

Die in der Spalte *B* befindlichen Mittelzahlen geben die Temperatur der Winter- und Frühlingsmonate viel zu hoch, dagegen aber die Temperatur der Sommer- und Herbstmonate viel zu niedrig an. Will man nun von diesen Zahlen auf die jährlichen Zu- und Abnahmen der Temperatur schliefsen, so entfernt man sich eben so weit von der Wahrheit. Das Minimum der Temperatur fällt alsdann nicht mehr in den Januar, sondern in den December, die Zunahmsperiode der Wärme dauert zwar bis zum Juli, aber mit dem August, dessen wahre Temperatur nur wenig von der des Juli abweicht, tritt die Abnahme der Wärme schon mit solcher Macht ein, dafs die mittleren Temperaturen vom August und vom Mai, vom September und vom April, vom October und vom März einander gleich werden.

Da nun auf diesem Wege die wirklichen Zu- und Abnahmen der Wärme, oder die wahren Wirkungen des Sonneneinflusses auf den Gang der Temperatur nicht gefunden werden können, so mufs auch diese Methode des wiederholten Mittelziehens den Einflufs des Mondes auf den Barometerstand, auf die Heiterkeit und Trübung des Himmels, so wie auf die Häufigkeit der Niederschläge, unrichtig angeben.

Nach diesen Betrachtungen gehe ich zur Vergleichung der Resultate über, welche ich aus den Beobachtungen unmittelbar gefunden habe, mit denen, welche Herr Baumann in seiner Dissertation durch wiederholtes Mittelziehen berechnet hat. — Ich habe in meiner Schrift über das Klima von Karlsruhe folgende Tabelle mitgetheilt: Die in der ersten Spalte stehenden Zahlen bezeichnen die 29 oder 30 Tage des synodischen Umlaufes des Mondes, vom Neumond an gerechnet, so dafs der 8te Tag dem ersten Viertel, der 15te dem Vollmond, und der 22ste dem letzten Viertel zugehört. Die mittleren Barometerstände sind in Linien über 27 Zoll pariser Maafses ausgedrückt, und aus zehnjährigen, zu

Karlsruhe täglich dreimal mit vorzüglichen Instrumenten angestellten Beobachtungen berechnet. Da nun dieser zehnjährige Zeitraum 124 synodische Umläufe des Mondes begreift, so ist jede Zahl ein Mittel aus 124 mittleren Barometerständen einzelner Tage, nur die dem 29sten Tage zugehörige Zahl ist ein Mittel aus 190 mittleren Barometerständen, weil diesem Tage der nur 66 mal vorkommende 30ste Tag zugezählt wurde. In den folgenden fünf Spalten findet man die Anzahl der nassen Tage, der Gewitter, der hellen, vermischten und trüben Tage, welche einem bestimmten Tage des Monats zugehört, und diese Zahlen sind aus dreifsigjährigen, von 1801 bis 1830 ununterbrochen fortlaufenden, zu Karlsruhe angestellten Beobachtungen aufgesucht. Da nun dieser Zeitraum 371 synodische Mondsumläufe begreift, so giebt jede Zahl an, wie viel nasse Tage, Gewitter, helle, vermischte und trübe Tage unter 371 Tagen auf den bestimmten Tag des Mondsmonats fallen; für den 30sten Tag, welcher nur 196 mal vorkommt, habe ich die gefundenen Zahlen ebenfalls auf 371 reducirt.

Tag.	Mittlerer Barometerstand.	Nasse Tage.	Gewitter.	Helle Tage.	Verm. Tage.	Trübe Tage.
1	10,247	169	26	107	195	69
2	10,309	179	27	109	192	70
3	10,582	172	34	107	182	82
4	10,486	158	25	105	182	84
5	10,331	176	26	87	196	88
6	10,254	168	26	97	187	87
7	10,058	172	24	111	179	81
8	10,142	168	23	102	188	81
9	9,841	186	25	106	197	68
10	9,664	181	29	101	194	76
11	9,564	188	28	102	193	76
12	9,515	173	24	109	192	70
13	6,528	188	31	93	197	81
14	9,801	189	30	94	186	91
15	9,844	169	18	106	170	95
16	10,206	153	26	100	203	68
17	10,043	180	23	95	205	71
18	9,934	172	19	103	180	88
19	10,297	161	24	111	187	73
20	10,388	175	24	104	186	81
21	10,349	159	24	109	175	87
22	10,580	156	21	120	186	65
23	10,685	159	22	116	186	69
24	10,561	163	34	113	182	76
25	10,525	170	29	112	186	73
26	10,506	165	29	120	176	75
27	10,439	159	19	113	193	65
28	10,385	153	24	122	185	64
29	10,160	162	24	113	190	68
30	—	182	15	93	182	96
M. v. Summe.	10,1796	5019	746	3136	5546	2273

Die unterste Querspalte enthält den mittleren, auf 10° R. reducirten Barometerstand aus jenen zehn Jahren, ferner die Summen aller während der dreifsig Jahre beobachteten Tage mit wäfsrigen Niederschlägen und mit Gewittern, und die Summen sämmtlicher hellen, vermischten und trüben Tage; bei diesen Summen sind aber

für den 30sten Tag nicht die in der Tabelle angegebenen, auf 371 reducirten, sondern die den Beobachtungen entnommenen Zahlen 96, 8, 49, 96, 51 zugezählt.

Man bemerkt, wie diese Tabelle leicht eine gewisse Regelmäfsigkeit in den Schwankungen des Barometers. Es steht nämlich dasselbe vom 19ten bis zum 29sten, und vom 1sten bis zum 6ten fortdauernd über, vom 7ten bis 18ten aber beinahe immer unter der mittleren Höhe. Wenn man die kleinen Abweichungen vom regelmäfsigen Gange, welche am 7ten und vom 16ten bis 18ten eintraten, als zufällig betrachten will, so kann man im Allgemeinen annehmen, dafs das Barometer zur Zeit des letzten Viertels seine gröfste Höhe erreicht, dann gegen den Neumond hin etwas fällt, einige Tage nach dem Neumond ein zweites, kleineres Maximum erreicht, und hierauf fast während der ganzen Zunahmsperiode des Mondes fortdauernd fällt. Auf das, einige Tage vor dem Vollmond stattfindende Minimum folgt wieder ein Steigen des Barometers, welches bis zu dem, im letzten Viertel eintretenden Maximum ziemlich gleichmäfsig fortgeht. Diese Resultate stimmen mit denen überein, welche Flaugergues aus zwanzigjährigen, zu Viviers angestellten Beobachtungen gefunden hat.

Dagegen ist die Anzahl der nassen Tage und Gewitter, ferner der hellen, vermischten und trüben Tage, obwohl einer dreimal gröfseren Zahl von Beobachtungen entnommen, keinen so regelmäfsigen Schwankungen unterworfen. Zwar erscheinen die Niederschläge in der Zeit zwischen dem ersten Viertel und dem Vollmond etwas häufiger, als in der Zeit zwischen dem letzten Viertel und dem Vollmond, und ebenso ist in der letztern Periode die Anzahl der hellen Tage etwas gröfser, als in der erstern; indem aber diese Schwankungen für die grofse Reihe von Beobachtungen sehr unbedeutend sind, ferner die gröfsere Anzahl des einen Tages oft schon durch die kleinere des folgenden Tages theilweise wieder ausgeglichen wird, und in den andern Spalten keine regelmäfsige Zu- und Abnahme sich zeigt, so können diese Veränderungen auch als blos zufällig angesehen werden.

Dagegen hat Hr. Baumann in der oben angeführten Inaugural-Dissertation, nach Schübler's Methode,

durch wiederholtes Mittelziehen, andere Zahlen für diese dreifsig Tage des Monats gefunden, welche ich ebenfalls, der Vergleichung wegen, hier zusammenstelle.

Tag.	Druck der Luft.		Menge d. Niederschläge.		Heiterkeit d. Himmels.		Trübung d. Himmels.	
	Barometerst.	Veränderung.	Regentage.	Veränderung.	Helle Tage.	Veränderung.	Trübe Tg.	Veränderung.
1	10,238	kl. Minim.	172,9	kl. Maxim.	104,7		77,3	
2	10,379	steigendes	171,4	abnehm.	103,8	abnehm.	78,8	zunehm.
3	10,459	Barometer.	170,3	Regenmg.	102,4	Heiterkeit.	81,1	Trübung.
4	10,466	kl. Maxim.	169,4	kl. Minim.	100,8		83,1	
5	10,357		169,9		100,3	kl. Minim.	83,8	1. Maxim.
6	10,214		171,3		101,1	zunehm.	82,6	
7	10,151	fallendes	173,8	zunehm.	102,5	Heiterkeit.	79,9	abnehm.
8	10,013	Barometer.	176,5	Regenmg.	103,5	kl. Maxim.	77,2	Trübung.
9	9,882		179,1		103,5		75,3	kl. Minim.
10	9,689		180,8		102,8	abnehm.	75,9	
11	9,581		182,3	gr. Maxim.	102,6	Heiterkeit.	76,0	zunehm.
12	9,535	gr. Minim.	181,5		100,5		79,3	Trübung.
13	9,614		179,0		99,6		81,7	
14	9,724		175,6		99,2	gr. Minim.	82,4	2. Maxim.
15	9,950		172,1		99,6		81,2	
16	10,031		169,6		100,6		79,5	

Tag.	Druck der Luft. Barometerst.	Druck der Luft. Veränderung.	Menge d. Niederschläge. Regentage.	Menge d. Niederschläge. Veränderung	Heiterkeit d. Himmels. Helle Tage.	Heiterkeit d. Himmels. Veränderung.	Trübung d. Himmels. Trübe Tg.	Trübung d. Himmels. Veränderung.
17	10,061		168,7		102,2		78,4	
18	10,091	steigendes	168,0	abnehm.	104,4		78,4	
19	10,206	Barometer.	166,4	Regenmg.	107,0		78,4	
20	10,344		164,0		109,9	zunehm.	77,4	
21	10,439		162,0		111,7	Heiterkeit.	75,6	abnehm.
22	10,538		161,2	gr. Minim.	113,7		73,8	Trübung.
23	10,608	gr. Maxim.	161,9		114,5		72,7	
24	10,590		162,6		115,0		72,0	
25	10,530	fallendes	162,8	zunehm.	115,4	gr. Maxim.	71,1	
26	10,490	Barometer.	162,3	Regenmg.	115,3		70,4	gr. Minim.
27	10,443		162,3		114,1	abnehm.	70,5	
28	10,328		164,0		111,2	Heiterkeit.	72,1	zunehm.
29	10,264		167,6		108,1		74,1	Trübung.
30			170,3		105,7		75,8	

Hieraus schliefst Herr Baumann auf folgende Gesetze:

Das fallende Barometer entspricht der zunehmenden, das steigende der abnehmenden Regenmenge; das kleine Minimum zur Zeit des Neumondes entspricht dem auf diesen Zeitpunkt fallenden kleinen Maximum des Regens, das gröfsere Barometer-Minimum zur Zeit des zweiten Octanten dem alsdann eintretenden grofsen Maximum des Regens, ebenso entsprechen die beiden barometrischen Maxima den beiden Minimis des Regens. Eine ähnliche Uebereinstimmung zeigt sich bei der Vergleichung der Zahlen für die Heiterkeit und Trübung des Himmels, nur treten die Maxima und Minima der Heiterkeit, und ebenso die ihnen entsprechenden der Trübung des Himmels regelmäfsig einige Tage später ein, als die barometrischen Maxima und Minima, welche Erscheinung wohl damit zusammenhängt, dafs sich der Himmel nicht selten erst aufheitert, wenn das Barometer schon einen höhern Stand hat, und dafs umgekehrt die Witterung oft bei tiefem Barometerstande heiter bleibt, und erst nach einigen Tagen Trübung eintritt, während das Barometer schon wieder zu steigen anfängt.

Obgleich ich, meiner obigen Ansicht nach, nicht überzeugt seyn konnte, dafs diese von Hrn. Baumann angegebenen Gesetze wirklich statt finden, so wurde ich dennoch dadurch bewogen, den Einflufs des Mondes auf die Witterung noch auf einem andern Wege aufzusuchen, welcher hauptsächlich darauf beruht, dafs die erhaltenen Resultate möglichst genau nach den Jahreszeiten geordnet, und statt aller 30 Tage des Monats nur die 8 wichtigsten Mondsphasen aufgenommen werden, so dafs jeder Phase anstatt der Beobachtungen eines einzigen Tages, die Beobachtungen von drei oder vier Tagen zufallen.

Zu diesem Zwecke habe ich die 371 Mondsumläufe, welche zwischen dem ersten Neumond im Jahre 1801

und dem ersten Neumond im Jahre 1831 liegen, auf folgende Weise bezeichnet: Der erste Neumond nach dem Wintersolstitium giebt den ersten Tag des ersten Monats, der zweite Neumond nach jenem Zeitpunkt den ersten Tag des zweiten Monats u. s. w., und zuletzt der zwölfte Neumond giebt den ersten Tag des zwölften Monats, welcher sich mit dem dreizehnten Neumond endigt, der zugleich wieder der erste Tag des ersten Monats des folgenden Jahres ist; nur wenn dieser dreizehnte Neumond noch vor das Wintersolstitium fällt, entsteht ein dreizehnter Monat, welcher bei der Zusammenstellung mit dem zwölften vereinigt ist. Durch diese Anordnung fällt also der 12te, 13te, 1ste und 2te Monat in den Winter, der 3te, 4te und 5te in den Frühling, der 6te, 7te und 8te in den Sommer, und der 9te, 10te und 11te in den Herbst. — Jeder Monat wurde in acht Theile getheilt, von denen der 1ste dem Neumond, der 2te dem ersten Octanten, der 3te dem ersten Viertel, der 4te dem zweiten Octanten, der 5te dem Vollmond, der 6te dem dritten Octanten, der 7te dem letzten Viertel und der 8te dem vierten Octanten zugehört, und zwar auf eine solche Weise, dafs der Eintritt der, den Theil bezeichnenden, Phase immer auf den mittleren Tag des 3 bis 4 Tage umfassenden Zeitraumes fällt. Wenn also einer bestimmten Mondsphase, z. B. dem Neumond, drei Tage gegeben wurde, was namentlich alsdann geschehen mufs, wenn diese Phasen in der Zeit der Erdnähe des Mondes fallen, so wurde der erste Tag vor, und der erste Tag nach dem Tag des Eintritts des Neumonds, diesem zugezählt. Mufste aber der Phase ein Zeitraum von vier Tagen gegeben werden, so wurde, wenn dieselbe vor Mittag eintrat, zwei Tage vor und nur 1 Tag nach ihrem Eintritt derselben zugerechnet.

Die folgenden fünf Tabellen enthalten nun die Resultate, welche auf diesem Wege gefunden wurden; die erste Spalte in jeder Tabelle giebt die 8 Mondsphasen,

die zweite die Zahl der Tage an, welche jeder Phase zufielen; die sechs folgenden Spalten enthalten die Anzahl der Tage mit wäſsrigen Niederschlägen, mit Gewittern, mit Sturm, die Anzahl der hellen, der vermischten und der trüben Tage. Es bezeichnet also z. B. in der ersten Tabelle die dem Vollmond zugehörige Zahl 383 daſs dem Vollmond im Winter 383 Tage zufielen, unter welchen 202 Tage mit Regen und Schnee, 3 Tage mit Gewitter, 46 mit Sturm, ferner 45 helle Tage, 176 vermischte und 162 trübe Tage sich befanden. — Da aber die 8 Phasen, in welche der Monat eingetheilt wird, eine verschiedene Anzahl von Tagen umfassen, so war es der Vergleichung wegen nöthig, sämmtliche Resultate auf 10000 zu reduciren, daher jede der 6 Rubriken (nasse Tage, Gewitter, Stürme, helle Tage, vermischte Tage, trübe Tage) zwei Spalten hat, von denen die erste die wahren Zahlen, die andern aber die auf 10000 reducirten enthält.

Winter.

Mond.	Zahl der Tage.	Nasse Tage.		Gewitter.		Stürme.		Helle Tage.		Verm. Tage.		Trübe Tage.	
N. M.	382	191	5000	3	78	44	1152	72	1885	161	4215	149	3900
1. O.	364	184	5055	0	0	39	1071	52	1429	150	4121	162	4450
E. V.	382	201	5262	0	0	38	995	58	1518	166	4346	158	4136
2. O.	365	184	5041	0	0	28	767	63	1726	159	4356	143	3918
V. M.	383	202	5274	3	78	46	1201	45	1175	176	4595	162	4230
3. O.	363	183	5041	2	55	42	1157	65	1791	162	4463	136	3746
L. V.	388	174	4484	3	77	27	696	84	2165	160	4124	144	3711
4. O.	364	171	4698	1	27	23	632	77	2116	153	4203	134	3681
Summe.	2991	1490		12		287		516		1287		1188	

Frühling.

Mond.	Zahl der Tage.	Nasse Tage.		Gewitter.		Stürme.		Helle Tage.		Verm. Tage.		Trübe Tage.	
N. M.	342	160	4678	17	497	28	819	128	3743	146	4269	68	1988
1. O.	321	149	4642	26	810	17	530	102	3178	154	4797	65	2025
E. V.	340	160	4706	15	441	24	706	120	3529	147	4324	73	2147
2. O.	324	151	4660	30	926	20	617	113	3488	145	4475	66	2037
V. M.	343	147	4286	27	787	20	583	125	3644	168	4898	50	1458
3. O.	328	140	4268	16	488	16	488	118	3598	158	4817	52	1585
L. V.	339	134	3953	33	973	6	177	153	4513	132	3894	54	1593
4. O.	320	141	4406	27	844	12	375	128	4000	148	4625	44	1375
Summe.	2657	1182		191		143		987		1198		472	

Sommer.

Mond.	Zahl der Tage.	Nasse Tage.		Gewitter.		Stürme.		Helle Tage.		Verm. Tage.		Trübe Tage.	
N. M.	342	171	5000	57	1667	7	205	119	3479	183	5351	40	1170
1. O.	326	149	4570	57	1748	5	153	128	3926	158	4847	40	1227
E. V.	339	142	4189	53	1563	5	148	147	4336	165	4867	27	797
2. O.	322	164	5093	61	1894	9	279	116	3602	172	5342	34	1056
V. M.	340	165	4853	57	1676	6	176	135	3971	166	4882	39	1147
3. O.	319	131	4107	44	1379	7	219	131	4107	156	4890	32	1003
L. V.	342	157	4591	56	1637	7	205	138	4035	164	4795	40	1170
4. O.	320	139	4344	54	1688	8	250	146	4563	145	4531	29	906
Summe.	2650	1218		439		54		1060		1309		281	

Herbst.

Mond.	Zahl der Tage.	Nasse Tage.		Gewitter.		Stürme.		Helle Tage.		Verm. Tage.		Trübe Tage.	
N. M.	340	129	3794	17	500	9	265	127	3735	152	4471	61	1794
1. O.	325	124	3815	16	492	5	154	111	3415	145	4462	69	2123
E. V.	341	156	4575	22	645	12	352	111	3255	152	4458	78	2287
2. O.	320	153	4781	15	469	17	531	102	3187	143	4469	75	2344
V. M.	340	147	4324	6	176	21	618	98	2882	152	4471	90	2647
3. O.	322	151	4689	11	342	12	373	96	2981	134	4162	92	2857
L. V.	343	146	4257	9	262	17	496	96	2799	157	4577	90	2624
2. O.	327	122	3731	8	245	18	550	109	3333	142	4343	76	2324
Summe.	2658	1128		104		111		850		1177		631	

Resultate vom ganzen Jahre.

Mond.	Zahl der Tage.	Nasse Tage.		Gewitter.		Stürme.		Helle Tage.		Verm. Tage.		Trübe Tage.	
N. M.	1406	651	46301	94	6686	88	6259	446	31721	642	45662	318	22617
1. O.	1336	606	45359	99	7410	66	4940	393	29416	607	45434	336	25150
E. V.	1402	659	47004	90	6419	79	5635	436	31098	630	44936	336	23966
2. O.	1331	652	48986	106	7964	74	5560	394	29602	619	46506	318	23892
N. M.	1406	661	47013	93	6614	93	6614	403	28663	662	47084	341	24253
3. O.	1332	605	45420	73	5480	77	5781	410	30781	610	45796	312	23423
L. V.	1412	611	43272	101	7153	57	4037	471	33357	613	43414	328	23229
4. O.	1331	573	43050	90	6762	61	4583	460	34561	588	44177	283	21262
Summe.	10956	5018		746		595		3413		4971		2572	

Werden diese Tabellen näher betrachtet, und mit einander, sowie mit den oben mitgetheilten Tabellen verglichen, so ergeben sich folgende Resultate:

Das Maximum der wäfsrigen Niederschläge ist im Winter am gröfsten, im Frühling am kleinsten, und ebenso im Sommer gröfser als im Herbst. Das Minimum ist im Winter am wenigsten bedeutend, im Herbst am meisten, und im Frühling bedeutender, als im Sommer. Hieraus ergiebt sich, dafs Karlsruhe noch in der Region der Sommerregen liegt, dafs aber im Rheinthale die Winterregen schon anfangen, wenigstens ihrer Anzahl nach, die Oberhand zu erhalten, obgleich die Quantität des Regenwassers im Winter geringer ist, als im Sommer. Hierauf mufs bei der Betrachtung des Einflufses des Mondes auf die wäfsrigen Niederschläge Rücksicht genommen werden.

Ferner fällt das

	Maximum	Minimum
im Winter	auf den Vollmond,	auf's letzte Viertel
- Frühling	- das erste Viertel,	- - -
- Sommer	- den 2. Octanten	auf den 3. Octanten
- Herbst	- - - -	- - 4. - -
- ganzen Jahr	- - - -	- - - - -

Zugleich zeigt sich noch ein kleineres Maximum, das im Winter auf das erste Viertel, im Frühling und Sommer auf den Neumond, im Herbst auf den dritten Octanten, und im ganzen Jahr auf den Neumond fällt. Ebenso bemerkt man ein kleineres Minimum, das im Winter auf den Vollmond, im Frühling auf den ersten Octanten, im Sommer auf's erste Viertel, im Herbst auf den Vollmond und im ganzen Jahre auf den ersten Octanten fällt. Diese kleinern Maxima und Minima unterscheiden sich in manchen Jahreszeiten nur sehr wenig von den gröfsern. — Will man von diesen Zahlen auf eine periodische Ab- und Zunahme der wäfsrigen Niederschläge schliefsen, so zeigt die Tabelle für das ganze Jahr noch

die meiste Regelmäſsigkeit; nach dem auf den zweiten Octanten fallenden Maximum nimmt die Anzahl der Regentage anfänglich langsam, aber mit dem abnehmenden Mond schneller ab, und erreicht im vierten Octanten ihr Minimum, worauf eine bedeutende aber kurzdauernde Zunahme folgt, welche von einer zwar ebenfalls kurzdauernden aber geringern Abnahme unterbrochen wird, alsdann aber bis zum Maximum regelmäſsig fortgeht. Wenn man die auf den Neumond fallende groſse Anzahl der Regentage als zufällig ansehen will, so gewinnt die periodische Ab- und Zunahme derselben sehr an Regelmäſsigkeit, indem alsdann vom zweiten Octanten an die Anzahl der Regentage fortwährend geringer werden, und vom vierten Octanten an ebenso ununterbrochen zunehmen würde. — Unter den einzelnen Jahreszeiten zeigt der Herbst bei weitem die meiste Regelmäſsigkeit. Die Periode der zunehmenden Regenmenge geht vom vierten Octanten ununterbrochen fort bis zum zweiten Octanten, und die Periode der Abnahme wird nur durch die auf den dritten Octanten fallende gröſsere Zahl etwas gestört; in den drei andern Jahreszeiten ist der Gang weniger regelmäſsig, aber dennoch ist eine gewisse periodische Anordnung der Zahlen nicht wohl zu verkennen. Dagegen läſst sich aber anführen, daſs alle diese Maxima und Minima nur sehr wenig von der mittleren Anzahl der Regentage sich entfernen, denn weil in der Tabelle für's ganze Jahr die Differenz zwischen dem Maximum und Minimum nur 5936 beträgt, und hier die Zahlen auf 100000 reducirt sind, so beträgt der Unterschied nur 0,05936 des Ganzen.

Diese periodischen Ab- und Zunahmen der Regentage stimmen übrigens sehr gut mit den in der obigen Tabelle mitgetheilten Schwankungen des Barometers überein. Das Maximum der Regentage fällt genau mit dem tiefsten Barometerstand zusammen; das Minimum tritt zwar erst einige Tage nach dem höchsten Barometer-

stande ein, aber dieser Unterschied ist nur wenig bedeutend, und selbst auf das kleinere Minimum des Barometerstandes (am 30sten des Monats) folgt zur Zeit des Neumondes ein kleines Maximum der Regenmenge, und umgekehrt tritt mit dem kleineren Maximum des Barometerstandes ein kleineres Minimum der Regenmenge zur Zeit des ersten Octanten ein. Beinahe dasselbe Gesetz zeigt auch die zweite Tabelle, in welcher die Zahlen nach der Schübler'schen Methode berechnet sind, was in diesem Falle wieder sehr für die Richtigkeit der durch wiederholtes Mittelziehen erhaltenen Resultate zu sprechen scheint. — Man kann daher im Allgemeinen annehmen, dafs die Ab- und Zunahme der Anzahl der wäfsrigen Niederschläge während des synodischen Umlaufs des Mondes mit den entgegengesetzten Schwankungen des Luftdrucks gleichzeitig eintreten; da nun diese Schwankungen des Barometerstandes nach den bekannt gewordenen Beobachtungen mit dem Umlauf des Mondes wohl im Zusammenhange stehen mufsten, so wird es auch erlaubt seyn anzunehmen, dafs die Ab- und Zunahmen der wäfsrigen Niederschläge mit dem Mondsumlaufe zusammenhängen.

Betrachten wir nun die Schwankungen in der Anzahl der Gewitter, so zeigt sich hierin ebenfalls einige Regelmäfsigkeit. Im Sommer, wo die elektrischen Entladungen am häufigsten eintreten, fällt das Maximum der Gewitter mit dem Maximum der Regentage, und umgekehrt das Minimum der Gewitter mit dem Minimum der Regentage zusammen, und dabei fällt das erstere auf den zweiten, das letztere aber auf den dritten Octanten, was auch mit der in den Rheingegenden ziemlich bekannten Bauernregel, dafs im Sommer die Gewitter während des zunehmenden Mondes am häufigsten sind, gut übereinstimmt. Im Frühling, wo die Gewitter ebenfalls ziemlich häufig vorkommen, zeigt sich aber kein solches Gesetz; hier fällt das Maximum der Gewitter mit dem Mi-

nimum des Regens, und ihr Minimum mit dem Maximum des Regens zusammen, was sich vielleicht dadurch erklären läfst, dafs im Frühling nur bei hoher Temperatur, und also bei heiterem Wetter, Gewitter entstehen können. — Im Herbst fällt das Maximum und Minimum der Gewitter nicht regelmäfsig mit dem Maximum und Minimum des Regens zusammen, aber die Häufigkeit der Gewitter erscheint doch während des zunehmenden Mondes bedeutend gröfser, als während des abnehmenden Mondes. Im Winter ist aber die Anzahl der Gewitter so unbedeutend, dafs hieraus nicht wohl ein Schlufs gezogen werden kann. In der Tabelle für's ganze Jahr tritt zwar auch das Maximum der Gewitter mit dem Maximum des Regens gleichzeitig ein, aber nicht so das Minimum, und die Ab- und Zunahme der Gewitter scheint mit der Ab- und Zunahme der Regentage in keinem genauen Zusammenhange zu stehen, was natürlich daraus erfolgen mufs, dafs die Schwankungen in der Häufigkeit der Gewitter im Frühling eine denen des Sommers entgegengesetzte Anordnung zeigen.

Etwas Aehnliches bemerkt man bei der Betrachtung der Zahlen, welche die Häufigkeit der Stürme angeben. Im Winter, wo die Stürme am häufigsten vorkommen, fällt ihr Maximum mit dem Maximum des Regens, und ihr Minimum mit dem Minimum des Regens zusammen: im Frühling ist dieses Zusammentreffen nicht mehr so deutlich, jedoch ist während der Zunahmsperiode des Regens auch die Menge der Stürme viel gröfser, als während der Abnahmsperiode; dagegen ist im Sommer, wo aber die Stürme eine ziemlich seltene Erscheinung sind, das Verhältnifs beinahe umgekehrt; etwas weniger auffallend zeigt sich dieses auch im Herbst. Die Resultate vom ganzen Jahre geben die gröfste Häufigkeit der Stürme zur Zeit des zunehmenden Mondes, und wenn man die bedeutende Anzahl derselben, welche auf den Neumond fällt, als eine zufällige Abweichung ansehen

will, so läfst sich daraus schliefsen, dafs im Allgemeinen die Anzahl der Stürme zur Zeit des tiefen Barometerstandes im zunehmenden Monde am gröfsten ist, nach dem Vollmonde mit dem steigenden Barometer abnimmt, und zur Zeit des höchsten Barometerstandes im letzten Viertel ihr Minimum erreicht.

Die Schwankungen in der Anzahl der hellen, vermischten und trüben Tage wollen wir zusammen betrachten. — Es fällt das Maximum der hellen Tage im Winter und Frühling auf das letzte Viertel, im Sommer auf den vierten Octanten, im Herbst auf den Neumond, und im ganzen Jahre auf den vierten Octanten; ihr Minimum aber fällt im Winter auf den Vollmond, im Frühling auf den ersten Octanten, im Sommer auf den Neumond, im Herbst auf das letzte Viertel, und im ganzen Jahr auf den Vollmond. Dagegen fällt das Minimum der trüben Tage im Winter auf das letzte Viertel, im Frühling auf den vierten Octanten, im Sommer auf's erste Viertel, im Herbst auf den Neumond, und im ganzen Jahr auf den vierten Octanten; ebenso fällt das Maximum der trüben Tage im Winter auf den ersten Octanten, im Frühling auf's erste Viertel, im Sommer auf den ersten Octanten, im Herbst auf den dritten, und im ganzen Jahr auf den ersten Octanten. Es treffen also die Maxima der Heiterkeit mit den Minimis der Trübheit, und die Minima der Heiterkeit mit den Maximis der Trübheit nicht so genau zusammen, als Hr. Baumann (s. die zweite Tabelle) durch wiederholtes Mittelziehen gefunden habe. Auch läfst sich nicht, wie bei den Regentagen, ein so regelmäfsiger Gang in der Ab- und Zunahme der Zahlen bemerken; die meiste Regelmäfsigkeit zeigen noch die hellen und die vermischten Tage, indem das Minimum der hellen Tage und das Maximum der vermischten auf den Vollmond, also wenige Tage nach dem Minimum des Barometerstandes eintritt; mit dem abnehmenden Mond und dem steigenden Barome-

ter nimmt die Heiterkeit des Himmels zu, die Veränderlichkeit und die Trübung aber ab, mit dem kleineren Minimum des Barometerstandes im Neumond tritt eine vermehrte Veränderlichkeit des Himmels ein, worauf bald eine kleinere Anzahl der hellen, und eine gröſsere Anzahl der trüben Tage folgt. Mit dem wachsenden Mond und dem fallenden Barometer wird die Anzahl der hellen Tage kleiner, die der vermischten Tage gröſser, bei den trüben Tagen zeigt sich aber eher eine Abnahme, anstatt eine Zunahme. — In den einzelnen Jahreszeiten ist die Reihenfolge der Zahlen noch viel unregelmäſsiger; jedoch fällt im Winter, Frühling und Sommer auf die Zeit des höhern Barometerstandes die gröſsere Anzahl der hellen Tage, und die kleinere Anzahl der vermischten und trüben Tage; und umgekehrt zeigt sich zur Zeit des fallenden Barometers eine kleinere Anzahl der hellen Tage, und eine gröſsere der vermischten und trüben Tage. Dagegen ist im Herbst das Verhältniſs beinahe ganz entgegengesetzt, die Anzahl der vermischten Tage bleibt sich beinahe immer gleich, aber die gröſsere Anzahl der hellen, und die kleinere der trüben Tage fällt auf die Periode des tieferen Barometerstandes, während umgekehrt zur Zeit des steigenden Barometers die Anzahl der hellen Tage am kleinsten, und die der trüben Tage am gröſsten wird. Hieraus läſst es sich auch erklären, warum die Resultate vom ganzen Jahre keine besondere Regelmäſsigkeit zeigen. Die Ursache dieser Erscheinung mag vielleicht darin liegen, daſs im Herbst, und zwar hauptsächlich im October und November, die Nordostwinde, welche bei höherem Barometerstande wehen und trockene Witterung bringen, beinahe immer von Nebeln begleitet sind, welche in der wärmeren Hälfte des Herbstes zwar gewöhnlich gegen Mittag verschwinden, in der kälteren Hälfte aber oft mehrere Tage lang anhalten, und hierdurch kann die Anzahl der hellen Tage zur Zeit des hohen Barometer-

standes vermindert, und die der trüben Tage vermehrt werden. Da aber die Südwestwinde, welche gewöhnlich mit tieferem Barometerstande eintreten, im Herbste keine Nebel, sondern meistens anfänglich heitern Himmel, und erst, nachdem sie einige Tage angehalten haben, Regen zu bringen pflegen, so kann dadurch zur Zeit des tieferen Barometerstandes die Anzahl der hellen Tage vermehrt, und die der trüben Tage vermindert werden.

Diese Resultate stimmen auch mit denen von Schübler*) mitgetheilten ziemlich genau überein. Das Maximum der Niederschläge fällt ebenfalls auf den zweiten Octanten, das Minimum aber auf das letzte Viertel, während nach meinen Resultaten dasselbe erst auf den vierten Octanten fällt; selbst das kleinere Maximum zur Zeit des Neumondes, und das kleinere Minimum zur Zeit des ersten Octanten, trifft genau mit den von Schübler angegebenen Resultaten zusammen. Ich bedaure nur, dafs Schübler die Schwankungen in der Anzahl der Gewitter, der hellen und trüben Tage weniger sorgfältig untersucht hat.

Nach diesen Betrachtungen glaube ich annehmen zu dürfen, dafs der Zusammenhang zwischen dem Wechsel in der Häufigkeit der wäfsrigen Niederschläge und dem synodischen Umlaufe des Mondes als ausgemacht angesehen werden kann, dafs aber dieser Zusammenhang, hinsichtlich der Schwankungen in der Anzahl der Gewitter, der Stürme, der hellen, vermischten und trüben Tage zwar wahrscheinlich, jedoch immer noch etwas problematisch seyn dürfte, und wohl nur durch eine längere Reihe von Beobachtungen wirklich bestimmt werden könnte. Die Ursache, welche diese Uebereinstimmung des Monatslaufes mit dem Barometerstande, mit der Menge der Regentage, und vielleicht auch mit den übrigen, hauptsächlich vom Wasserdampf herrührenden,

*) Kastner's Archiv f. Meteor. u. Chemie. B. V. S. 176 u. 177.

Meteoren bewirkt, möchte wohl allein in der Anziehungskraft des Mondes zu suchen seyn. Es kann nämlich unter verschiedenen Breitengraden der Einflufs des Mondes von verschiedener Stärke seyn, und vielleicht in manchen Gegenden durch die klimatischen Verhältnisse, oder, wie namentlich in der heifsen Zone, durch den Sonneneinflufs beinahe unmerklich gemacht werden; hierdurch können Störungen des atmosphärischen Gleichgewichts verursacht werden, welche die Entstehung von Luftströmungen zur Folge haben müssen. Indem nun die südlichen und westlichen Winde immer von diesem Barometerstand, und meistens von trüber und regnichter Witterung, die nördlichen und östlichen Winde dagegen immer von höherem Barometerstand, und meistens von heller und trockener Witterung begleitet sind*), und man wohl annehmen darf, dafs der Grad der Feuchtigkeit eines Windes den bei demselben stattfindenden Barometerstand im Allgemeinen bedingt, so kann zu einer Zeit durch den Einflufs des Mondes ein vom Aequator zur gemäfsigten Zone strömender, mit Wasserdampf überladener Wind entstehen, mit welchem ein Sinken des Barometers, Bildung von Wolken und wäfsrigen Niederschlägen verbunden seyn mufs. Zu einer andern Zeit kann aber eine gröfsere Spannung in den höheren Breitengraden eintreten, welche eine Strömung kälterer Luft gegen den Aequator verursachen, und somit einen höhern Barometerstand und einen hellern Himmel hervorbringen könnte.

Um zu zeigen, dafs diese Ansicht nicht blofs aus der Luft gegriffen ist, sondern in der That auf Erfahrung sich gründet, theile ich noch folgende Tabellen

*) Dieses zeigen die Karlsruher Beobachtungen sehr deutlich, wie ich in meiner oben angeführten Schrift ausführlich auseinandergesetzt habe. Die von Kämtz (Meteorologie Bd. I. S. 434 bis 441) mitgetheilten Beobachtungen, geben ebenfalls für mehrere Orte dieselben Resultate.

mit, welche eine Vergleichung des Mondsumlaufes mit der Windrichtung enthalten. Beide Tabellen sind eben so eingerichtet wie die obigen, welche den Einflufs des Mondes auf die Witterung angeben; jedoch konnte ich hierzu nicht sämmtliche Beobachtungen, sondern nur die benutzen, welche in den zwölf Jahren von 1808 bis 1819 angestellt wurden. Dieser Zeitraum begreift 149 synodische Umläufe des Mondes oder 4400 Tage. Da nun die Windrichtung täglich dreimal beobachtet wurde, so enthalten diese 149 synodischen Umläufe des Mondes 13200 Beobachtungen des Windes; wieviel von diesen auf jede Mondsphase kommen, giebt die erste Spalte der ersten Tabelle an; die acht andern Spalten dieser Tabelle enthalten die Zahlen, wie oft jeder der acht Winde unter diese Anzahl von Beobachtungen vorkommt. Die 9te und 10te Spalte enthalten die Summen von drei Winden, nämlich von Nord, Nordost, Ost, und von Süd, Südwest und West. Weil aber die verschiedenen Mondsphasen eine ungleiche Anzahl von Beobachtungen begreifen, so habe ich, der Vergleichung wegen, sämmtliche Zahlen auf 10000 reducirt, und dieses in der zweiten Tabelle zusammengestellt.

Mond.	Zahl der Beob.	N.	NO.	O.	SO.	S.	SW.	W.	NW.	N. NO. O.	S. SW. W
N. M.	1677	202	499	42	5	85	714	103	27	743	902
1. Oct.	1623	186	499	27	6	51	699	116	39	712	866
E. Viert.	1674	220	444	47	8	75	745	100	35	711	920
2. Oct.	1614	152	418	36	14	77	801	87	29	606	965
Voll. M.	1680	182	397	48	10	89	815	112	27	627	1016
3. Oct.	1617	170	418	30	3	52	787	115	42	618	954
L. Viert.	1695	160	584	29	7	47	739	107	22	773	893
4. Oct.	1620	198	543	41	5	50	658	101	24	782	809
Summe	13200	1470	3802	300	58	526	5958	841	245	5572	7425

Auf 10000 reducirt:

Mond.	N.	NO.	O.	SO.	S.	SW.	W.	NW.	N. NO. O.	S. SW. W.
N. M.	1204,5	2975,5	250,5	29,8	506,9	4257,6	614,2	161,0	4430,5	5378,7
1. Oct.	1146,0	3074,5	166,4	36,9	314,3	4306,8	714,7	240,4	4386,9	5335,8
E. Viert.	1314,3	2652,3	280,7	47,8	448,0	4450,4	597,4	209,1	4247,3	5495,8
2. Oct.	941,8	2589,8	223,0	86,8	477,1	4962,8	539,0	179,7	3754,6	5978,9
Voll. M.	1083,2	2363,0	285,7	59,5	529,8	4851,3	666,7	160,8	3731,9	6047,8
3. Oct.	1051,3	2585,0	185,6	18,6	321,6	4867,0	711,2	259,7	3821,9	5899,8
L. Viert.	943,9	3445,5	171,1	41,3	277,3	4359,9	631,2	129,8	4560,5	5268,4
4. Oct.	1222,2	3351,9	253,1	30,9	308,7	4061,7	623,4	148,1	4827,2	4993,8

In diesen Zahlen bemerkt man leicht eine gewisse Regelmäſsigkeit. Die nördlichen und östlichen Winde kommen am häufigsten zur Zeit des vierten Octanten, am seltensten zur Zeit des Vollmonds vor; das umgekehrte Verhältniſs zeigt sich bei den südlichen und westlichen Winden. Es tritt aber ebenfalls das Maximum des Barometerstandes und das Minimum der nassen Tage zur Zeit des vierten Octanten, und umgekehrt das Minimum des Barometerstandes und das Maximum der nassen Tage zur Zeit des zweiten Octanten ein; folglich herrschen währeud der trockenen Periode die vom höheren Barometerstande begleiteten Nord- und Ostwinde, dagegen aber während der feuchteren Periode die von tieferen Barometerstand begleiteten Süd- und Westwinde. Wenn man berücksichtigt, daſs in Karlsruhe die Südwest- und Nordostwinde so sehr vorherrschen, daſs sie beinah zwei Drittel des ganzen Jahres wehen, und daſs der mittlere Barometerstand beim Südwestwind 27″ 9‴,5, beim Nordostwind aber 27″ 10‴,9 beträgt, und daſs ferner der Südwestwind nur drei Mal zu wehen braucht, um ein Mal Regen zu bringen, daſs aber der Nordostwind beinahe zwölf Mal wehen muſs, bis er ein Mal Regen bringt, so lassen sich die in den früheren Tabellen angegebenen mittleren Barometerstände nahe genau aus den in der letzten Tabelle enthaltenen Zahlen der Häufigkeit jener Winde berechnen, weniger ist dieses bei den wäſsrigen Niederschlägen der Fall, weil oft an demselben Tage der Wind von mehreren Richtungen wehen kann, während es nur bei einem Wind geregnet hat, aber der Tag alsdann doch zu den Regentagen gezählt werden muſs.

Nach diesen Resultaten hat der Mond einen entschiedenen Einfluſs auf die Richtung des Windes, und da man annehmen kann, daſs durch den Grad der Feuchtigkeit eines Windes die Häufigkeit der wäſsrigen Niederschläge, vielleicht auch einigermaſsen der Barometerstand bedingt wird, so halte ich für wahrscheinlich, daſs

der Mond blofs dadurch einen Einflufs auf die Wolkenbildung und auf die Häufigkeit der wäfsrigen Niederschläge hat, dafs er vermöge seiner Anziehung das Gleichgewicht in der Atmosphäre stört, und somit Veränderungen im Druck der Luft und zugleich in der Richtung des Windes verursacht.

Diese Erklärungsweise des Einflusses des Mondes auf die Witterung scheint mir jedenfalls weit ungezwungener, als wenn man mit Schübler (Kastner's Archiv, Bd. V S. 209 bis 211) einen chemischen Einflufs des Mondlichtes auf die Veränderungen in der Atmosphäre annimmt. Denn nach allen Beobachtungen und Versuchen erscheinen die Wirkungen des Mondlichtes auf den Thermometerstand, auf chemische Processe u. s. w. entweder sehr problematisch, oder wenigstens ein Vergleich mit den Wirkungen des Sonnenlichts beinahe unmerklich. Selbst die von manchem Gelehrten aufgestellte Behauptung, dafs der Mond auf die Entwicklung organischer Wesen einigen Einflufs äufsern soll, scheint mir in mancher Hinsicht noch sehr problematisch zu seyn; um auch hierzu einiges beitragen zu können, habe ich die epileptischen Anfälle eines jungen Mannes, welcher seit 1820 mit der Epilepsie behaftet ist, auf dieselbe Weise wie oben den Barometerstand und die Witterung, mit dem Umlauf des Mondes verglichen, ich erhielt jedoch keine Resultate, welche eine periodische Wiederkehr der epileptischen Anfälle zeigten.

IV. *Ueber die Diffraction des Lichts; von A. Fresnel.*

(*Mémoires de l'acad. roy. des Sciences etc. T. V p.* 339) *).

Ehe ich mich mit den zahlreichen und mannigfaltigen Erscheinungen, die man unter dem gemeinschaftlichen Namen *Diffraction* (*Lichtbeugung, Inflexion*) zusammenfaſst, im Speciellen beschäfftige, glaube ich einige allgemeine Betrachtungen über die beiden, die Physiker bisher entzweienden Ansichten von der Natur des Lichts vorausschicken zu müssen. Newton hat angenommen, daſs die von den leuchtenden Körpern ausgesandten Licht-

*) Meinem mehrmaligen Versprechen gemäſs überliefere ich hier den Lesern die wichtige Abhandlung des verewigten Fresnel über die Diffraction des Lichts, nebst einigen kürzeren Aufsätzen desselben, wodurch nun die bisher in den Annalen enthaltene Sammlung der auf die Undulationstheorie bezüglichen Arbeiten dieses groſsen Physikers so gut als abgeschlossen betrachtet werden kann, denn es fehlen nur die vor Jahren mit Biot und Poisson geführten Discussionen und einige minder bedeutende Aufsätze, welche gegenwärtig entbehrlich sind. Die vorliegende Abhandlung enthält, nebst der über die doppelte Strahlenbrechung (Bd. XXIII S. 372 und 494), der über die Reflexion (Bd. XXII S. 90) und der über die Circularpolarisation (die leider nur durch den kurzen, im Bd. XXI S. 276 mitgetheilten Auszug bekannt geworden ist), die Fundamente der heutigen Optik; und man wird es, hoffe ich, deshalb auch nicht miſsbilligen, daſs ich den gegenwärtigen Ergänzungsband benutzt habe, sie, gleich den eben genannten Untersuchungen, ausführlich in die Annalen aufzunehmen. Sind zwar die Hauptresultate dieser schon vor Jahren erschienenen Abhandlung in einigen Handbüchern, unter andern in denen von Herschel und Baumgartner, mit in die Darstellung der Undulationstheorie verflochten worden, so glaube ich doch nicht, daſs das Studium des Originals dadurch für jetzt und künftig überflüssig gemacht ist. *P.*

theilchen direct in unsere Augen gelangen, und daselbst durch ihren Stofs die Empfindung des Sehens erzeugen. Descartes, Hook, Huyghens und Euler dagegen haben geglaubt, das Licht erfolge aus den Vibrationen eines überall verbreiteten äufserst feinen Fluidums, welches durch die raschen Bewegungen der Theilchen leuchtender Körper auf eben die Art wie die Luft durch die Schwingungen tönender Körper erschüttert werde. Nach dieser Lehre sind es also nicht mehr die den leuchtenden Körper berührenden Theilchen des Fluidums, welche in das Gesichtsorgan gelangen, sondern blofs die jenen Theilchen eingeprägte Bewegung.

Die erstere Hypothese hat den Vorzug, dafs sie zu einleuchtenderen Folgerungen führt, weil sich auf sie die Sätze der Mechanik leichter anwenden lassen; die andere bietet dagegen unter diesem Gesichtspunkt grofse Schwierigkeiten dar. Allein bei der Wahl eines Systems mufs man nur auf die Einfachheit der Hypothesen Rücksicht nehmen; die Einfachheit der Rechnungen kann beim Abwägen der Wahrscheinlichkeiten von keinem Gewichte seyn. Die Natur wird nicht durch die Schwierigkeiten der Analyse beunruhigt; sie hat nur die Complication der Mittel vermieden. Sie scheint sich vorgenommen zu haben, Viel mit Wenigem auszurichten: dafür bringt die Vervollkommnung der physikalischen Wissenschaften unaufhörlich neue Beweise bei *). Die Astronomie, diefs Ehrenzeichen des menschlichen Geistes, giebt vor Allem eine auffallende Bestätigung hievon. Alle Gesetze Kep-

*) Wenn die Chemie bei ihren Fortschritten eine Ausnahme hievon zu machen scheint, so rührt diefs ohne Zweifel daher, dafs sie, ungeachtet ihrer raschen Entwicklung seit den letzten dreifsig Jahren, noch wenig vorgerückt ist. Man weifs indefs bereits, dafs bei den zahlreichen Verbindungen die Verhältnisse, von denen anfänglich jedes einem besonderen Gesetze unterworfen zu seyn schien, gegenwärtig von allgemeinen, sehr einfachen Regeln umfafst werden.

ler's sind durch das Genie von Newton auf das einzige Gravitationsgesetz zurückgeführt, und diefs hat späterhin dazu gedient, die verwickeltsten und unscheinbarsten Störungen in der Bewegung der Planeten nicht blofs zu erklären, sondern gar zu entdecken.

Hat man sich bei dem Bestreben, die Elemente einer Wissenschaft zu vereinfachen, bisweilen geirrt, so geschah es, weil man Systeme aufstellte, bevor man eine hinlängliche Zahl von Thatsachen gesammelt hatte. Betrachtet man nur Eine Klasse von Phänomenen, so braucht man vielleicht nur eine sehr einfache Hypothese; schreitet man aber aus dem engen Kreis, auf welchen man sich anfangs beschränkt hatte, so werden gleich viele andere Hypothesen erfordert. Hat die Natur sich vorgesetzt, das Maximum der Wirkungen mit dem Minimo der Ursachen zu erreichen, so wird sie diefs grofse Problem in der Gesammtheit ihrer Gesetze gelöst haben müssen.

Es ist ohne Zweifel sehr schwierig, die Grundlagen dieser bewundernswürdigen Oeconomie, d. h. die Ursachen der einfachsten Erscheinungen, unter einem so ausgedehnten Gesichtspunkt zu entdecken. Allein, wenn auch diefs allgemeine Princip der Philosophie der physikalischen Wissenschaften nicht unmittelbar zur Kenntnifs der Wahrheit führt, so kann es doch den menschlichen Geist auf die richtige Bahn führen, ihn ablenken von den Systemen, welche die Erscheinungen von einer zu grofsen Zahl verschiedenartiger Ursachen herleiten, und ihn veranlassen, den Lehren, welche auf die kleinste Zahl von Hypothesen gestützt, und in ihren Folgerungen am reichsten sind, den Vorzug zu geben.

Unter diesem Gesichtspunkt hat das System, welches das Licht aus den Vibrationen eines universellen Fluidums bestehen läfst, grofse Vorzüge vor der Emissionslehre. Es gestattet einzusehen, wie das Licht im Stande ist, so verschiedenartige Modificationen anzunehmen. Ich meine hiemit nicht diejenigen, welche es momentan beim

Durchgang durch Körper annimmt, weil man dieselben immer von der Natur dieser Körper herleiten kann; sondern ich spreche von den bleibenden, ihm mitfolgenden Modificationen, durch welche es neue Kennzeichen erlangt. Man begreift, dafs ein Fluidum, als Vereinigung einer Unzahl beweglicher und in gegenseitiger Abhängigkeit stehender Molecüle, vermöge der diesen Molecülen eingeprägten relativen Bewegungen, einer grofsen Anzahl verschiedenartiger Modificationen fähig ist. Die Vibrationen der Luft und die Mannigfaltigkeit der durch sie im Gehörorgan hervorgebrachten Empfindungen bieten ein merkwürdiges Beispiel hievon dar.

In dem Emissionssysteme dagegen, wo der Gang eines jeden Lichtmolecüls unabhängig von dem der übrigen ist, scheint die Anzahl der verschiedenen Modificationen dieser Molecüle ungemein beschränkt zu seyn. Man kann zu ihrer Transmissionsbewegung noch eine Rotation zu Hülfe nehmen; aber das ist auch Alles. Oscillationsbewegungen sind nur denkbar in Mitteln, welche durch die ungleiche Wirkung ihrer Theilchen auf die einzelnen, mit verschiedenen Eigenschaften begabten Seiten der Lichtmolecüle diese Bewegungen unterhalten würden. Sobald diese Wirkung aufhört, müssen diese Oscillationen ebenfalls aufhören oder in eine Rotationsbewegung übergehen. Demnach sind die Rotationsbewegungen und die Verschiedenartigkeit der Seiten der Lichtmolecüle die einzigen mechanischen Hülfsquellen für die Emissionstheorie, wenn sie die permanenten Modificationen des Lichtes vorstellen will *). Wohl müssen diese

*) Wenigstens so lange man nicht annimmt, die Lichtmolecüle seyen fähig einer Art von Magnetisirung oder innerer Modification, herrührend von der Zersetzung oder ungleichen Vertheilung eines in ihnen enthaltenen, noch feineren Fluidums. Unserer Meinung nach wäre es aber ein Mifsbrauch der Analogie, wenn man so verwickelte Phänomene in den letzten Theilchen des allerfeinsten Fluidums annehmen wollte.

aber unzulänglich scheinen, wenn man bedenkt, wie viele Phänomene die Optik darbietet. Noch mehr überzeugt man sich davon, wenn man den *Traité de physique experimentale et mathématique* des Hrn. Biot liefst, wo die Hauptfolgerungen aus dem System von Newton sehr detaillirt und mit vieler Klarheit entwickelt sind. Man wird dort sehen, dafs man, um die Erscheinungen zu erklären, jedem Lichtmolecüle viele verschiedenartige Modificationen beilegen mufs, die oft schwer mit einander zu vereinbaren sind.

Nach dem Undulationssystem entspringt die unendliche Mannigfaltigkeit der verschiedenfarbigen Strahlen, welche das weifse Licht zusammensetzen, ganz einfach aus dem Unterschiede in der Länge der Lichtwellen, wie die verschiedenen musikalischen Töne aus dem Längenunterschiede der Schallwellen hervorgehen. Nach der Newton'schen Theorie kann man diese Mannigfaltigkeit von Farben oder Eindrücken auf das Gesichtsorgan nicht durch Verschiedenheiten der Masse oder der Anfangsgeschwindigkeit der Lichtmolecüle erklären; denn es würde daraus folgen, dafs die Dispersion immer der Refraction proportional seyn müfste, wovon die Erfahrung das Gegentheil darthut. Man mufs also *nothwendig* die Annahme machen, dafs die Molecüle der verschiedenfarbigen Strahlen nicht gleicher Natur seyen. Dadurch hat man denn so viele verschiedenartige Lichtmolecüle, als es Farben verschiedener Nüancen im Sonnenspectrum giebt *).

*) Die Mathematiker sind bei ihren Untersuchungen über die Vibrationen elastischer Flüssigkeiten zu der Folgerung gelangt, dafs die Undulationen von verschiedener Länge sich mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen müssen. Diefs Resultat für ein homogenes Fluidum zugegeben, darf man jedoch daraus nicht schliefsen, dafs derselbe Vorgang noch stattfinde, wenn dieses Fluidum sich zwischen den Theilchen eines Körpers von weit gröfserer Dichte und ganz anderer Elasticität befindet. Sehr möglich ist, dafs die Verzögerung, welche die Fortpflanzung der Lichtwellen durch diese Widerstände erleidet, mit der Länge dieser Wellen, so

Nachdem Newton die Reflexion und Refraction durch die Wirkung abstofsender und anziehender, von der Oberfläche der Körper ausgehender Kräfte erklärt hatte, ersann er, um die Erscheinungen der Farbenringe begreiflich zu machen, für die Lichtmolecüle die in gleichen Zeiträumen periodisch wiederkehrenden Anwandlungen der leichten Reflexion und der leichten Transmission. Es war natürlich vorauszusehen, dafs diese Zeiträume, wie die Geschwindigkeit des Lichts, in gleichen Mitteln immer gleich seyen, und dafs folglich der Durchmesser

wie mit der Gestalt, der Masse und den Zwischenräumen der Theilchen des Mittels veränderlich ist. Und wenn die Dispersion, das unregelmäfsigste Phänomen der Optik, bisher noch nicht durch die Undulationstheorie erklärt worden ist, so kann man doch nicht sagen, dafs es mit diesem Systeme im Widerspruch stehe. Die Newton'sche Theorie hat die Gesetze dieses Phänomens nicht besser kennen gelehrt; sie nimmt an, die Anziehungen, welche die Körper auf das Licht ausüben, variiren mit der Natur dieser Körper und in verschiedenen Verhältnissen für die einzelnen Gattungen von Lichtmolecülen; allein kann man das, was die Wissenschaft um nichts vereinfacht, und die Thatsachen durch eine eben so grofse Zahl von besonderen Hypothesen ersetzt, eine Erklärung nennen?

(Späterer Zusatz). Seit der Abfassung dieser Abhandlung habe ich die Bemerkung gemacht, dafs selbst, im Fall man zur Vereinfachung der den Rechnungen zum Grunde liegenden Hypothese annimmt, das vibrirende Mittel sey homogen, doch das von den Mathematikern gefundene Resultat nur dann richtig ist, wenn die Sphäre der wechselseitigen Wirkungen der Molecüle des elastischen Fluidum's sehr klein ist gegen die Länge einer Undulation. Sobald die Wirkungssphäre nicht im Verhältnifs zur Länge einer Undulation vernachlässigt werden darf, kann man nicht mehr mit Wahrheit sagen, dafs die Wellen von verschiedener Länge oder Breite sich mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen. Ich habe in meiner Abhandlung über die doppelte Strahlenbrechung durch ein sehr einfaches Raisonnement gezeigt, dafs dann die kurzen (schmalen) Wellen sich etwas weniger schnell als die langen (breiten) fortpflanzen müssen, übereinstimmend mit dem, was man vom Standpunkte der Undulationstheorie aus bei dem Phänomen der Dispersion beobachtet hat.

der Ringe bei schiefen Incidenzen abnehmen müsse, weil dabei der durchlaufene Weg verlängert wird. Dagegen lehrt die Erfahrung, dafs der Durchmesser der Ringe mit der vermehrten Schiefe der Incidenz zunimmt, und dadurch wurde Newton zu dem Schlusse genöthigt, dafs die Anwandlungen an Länge zunehmen, und zwar in einem viel gröfseren Verhältnifs als die vom Licht durchlaufenen Wege. Er mufste auch erwarten, die längsten Anwandlungen in den Mitteln zu finden, welche das Licht mit gröfster Schnelligkeit durchläuft, und welche, nach ihm, die dichtesten Körper sind; denn es war natürlich anzunehmen, dafs die Dauer der Anwandlungen isochron sey in verschiedenen Mitteln. Die Erfahrung belehrte ihn vom Gegentheil: er fand z. B. dafs die Dicke der Luft- und Wasserschichten, welche bei senkrechter Incidenz die nämliche Farbe reflectiren, genau in dem beim Uebergang des Lichts aus Luft in Wasser stattfindenden Verhältnifs des Sinus der Incidenz zum Sinus der Refraction stehen. Diefs ist aber gerade eine der auffallendsten Bestätigungeu der Undulationstheorie. Er mufste demnach annehmen, dafs die Länge der Anwandlungen im umgekehrten Verhältnifs der Geschwindigkeit des Lichtes stehen, oder, was auf dasselbe hinausläuft, dafs ihre Dauer sich in demselben Verhältnisse verkürze als das Quadrat ihrer Geschwindigkeit zunehme.

Das Emissionssystem reicht hier demnach so wenig zur Erklärung hin, dafs jede neue Erscheinung eine neue Hypothese erfordert.

Ist die Hypothese von den Anwandlungen schon unwahrscheinlich durch ihre Complication, so wird sie es noch mehr, wenn man den Folgerungen aus derselben weiter nachgeht.

Zunächst mufs man bemerken, dafs diese Hypothese nicht blofs zum Verständnifs der Erscheinungen der Farbenringe nach der Emissionstheorie nothwendig ist, sondern auch dafs sie unumgänglich wird, wenn man erklä-

ren will, wie von den auf die Oberfläche eines durchsichtigen Körpers fallenden Lichtstrahlen ein Theil in diesen Körper eindringt, während der andere Theil zurückgeworfen wird. Da auf Seite des brechenden Mittels die Umstände ähnlich und constant sind, so ist klar, dafs sie bei den Lichtmolecülen veränderlich und verschieden seyn müssen, oder, mit anderen Worten, dafs diese Molecüle gewisse physische Dispositionen mit sich führen müssen, vermöge welcher sie durch einen und denselben Körper bald angezogen, bald abgestofsen werden. Die partielle Reflexion von Licht, welches schon durch eine durchsichtige Platte gegangen ist, an der Oberfläche einer zweiten Platte von gleicher Natur und unter gleicher Neigung beweist, dafs diese physischen Dispositionen nicht constant bleiben, sondern in einem und demselben Lichtmolecüle veränderlich sind, und die schönen Beobachtungen von Newton über die Farbenringe lehren die Veränderungen jener Dispositionen kennen. Es wird dann leicht mit Hülfe dieser Hypothesen zu erklären, warum ein Theil der Lichtmolecüle an der Oberfläche durchsichtiger Körper reflectirt, ein anderer dagegen durchgelassen wird, nämlich deshalb, weil bei Ankunft an der Oberfläche die ersteren Lichtmolecüle sich in einer Anwandlung von leichter Reflexion, die letzteren dagegen in einer Anwandlung von leichter Transmission befinden. Allein bei Ankunft an der Oberfläche befinden sich die durchgelassenen Molecüle nicht sämmtlich in der Mitte oder auf dem Maximum der Anwandlung zur leichten Transmission, so wenig wie die reflectirten Molecüle sich nicht sämmtlich auf dem Maximum der Anwandlung zur leichten Reflexion befinden. Wegen der Vielheit der Fälle müssen sie sich auf allen möglichen Graden dieser beiden Arten von Anwandlungen befinden, und die Zahl der Lichtmolecüle, welche im Moment der Ankunft an der Oberfläche in einer gleichen Periode der Anwandlung zur leichten Transmission sind, mufs nothwendig viel

geringer seyn als die der Lichtmolecüle, welche sich in verschiedenen Perioden befindet. Allein dieser Unterschied ihrer physischen Dispositionen im Moment, wo sie gebrochen werden, mufs einen entsprechenden Unterschied in der Stärke der Anziehungskraft herbeiführen; denn man hat angenommen, dafs diese periodischen Dispositionen die von dem brechenden Körper ausgeübte Wirkung modificiren, bis zu dem Grade, dafs die Anziehung in Abstofsung übergehe. Wie nun aber auch die Function beschaffen seyn mag, welche die Modificationen der Wirkung des brechenden Mittels in Folge der Variationen der physischen Dispositionen der Lichtmolecüle vorstellt, so ist doch klar, dafs sie nicht aus dem Positiven in das Negative übergehen kann, ohne nicht dabei Null und alle übrigen dazwischen liegenden Grade zu durchlaufen. Man kann also nicht voraussetzen, dafs alle durchgelassenen Molecüle mit gleicher Stärke angezogen werden; vielmehr mufs man annehmen, dafs diese Stärke nach der Verschiedenheit ihrer physischen Dispositionen sehr variirt, und dafs die Zahl der Molecüle, für welche die beschleunigende Kraft beinahe gleich ist, viel geringer ist als die, für welche sie verschieden ist. Weil es nun aber die Intensität der Anziehungskraft ist, welche die Richtung der gebrochenen Strahlen bestimmt, so müfsten diese verschiedene Richtungen einschlagen. Dem widerspricht aber die Erfahrung. Denn man weifs, dafs sobald das brechende Mittel durchsichtig und seine Oberfläche gut polirt ist, sehr wenig Licht diffundirt, d. h. unregelmäfsig gebrochen wird, vielmehr fast sämmtliche Strahlen gleicher Art genau den nämlichen Grad von Inflexion erleiden. Es scheint mir demnach sehr schwierig, die Regelmäfsigkeit der Refraction zu vereinbaren mit diesen veränderlichen und periodischen Dispositionen der Lichtmolecüle, welche Dispositionen andererseits in dem Emissionssystem unumgänglich sind, wenn man erklären will, wie von einem durchsichtigen Körper ein

Theil des Lichtes reflectirt und ein anderer durchgelassen wird.

Die Hypothese von den Anwandlungen ist durch ihre Complication nicht bloſs unwahrscheinlich, sondern auch in ihren Folgerungen schwierig mit den Thatsachen zu vereinbaren, denn sie reicht nicht einmal aus zur Erklärung der Phänomene der Farbenringe, für welche sie ersonnen ward. Sie zeigt zwar, wie die Intensität des an der zweiten Oberfläche der Luftschicht reflectirten Lichts von dem in dieser Schicht durchlaufenen Wege abhängt; allein sie erklärt nicht die an der ersten Oberfläche erzeugten Variationen der Reflexion. Nun aber beweist die Erfahrung, daſs die dunkeln Theile der Ringe nicht bloſs aus einer Schwächung der zweiten Reflexion, sondern noch aus einer der ersten hervorgehen.

Um sich davon zu überzeugen, braucht man nur ein Glasprisma auf ein Glas zu legen, dessen untere Seite geschwärzt ist, so daſs das Auge merklich kein anderes Licht als das erhält, welches an den zwei Oberflächen der zwischen den beiden Gläsern befindlichen Luftschicht reflectirt wird. Legt man das Prisma so, daſs es seitwärts über das Glas hinausragt, und daſs der Berührungspunkt dem Rande des letzteren nahe liegt, so kann man die dunkeln Ringe leicht mit dem Theil der Grundfläche des Prisma's vergleichen, welcher seitwärts über das Glas hinausragt und nur das Product einer einzigen Reflexion in das Auge sendet. Man sieht dabei, wenn man homogenes Licht anwendet, daſs dieser Theil des Prisma's weit stärker erleuchtet ist als die dunkeln Ringe, welche demnach nicht als hervorgehend aus der Unterdrückung der unteren Reflexion zu betrachten sind, sondern noch aus einer beträchtlichen Schwächung der oberen Reflexion, besonders an den dunkelsten Punkten des ersten und zweiten Ringes, wo alle Reflexion erloschen scheint, sobald die Gläser gut polirt sind und das einfallende Licht hinreichend vereinfacht worden ist. Klar ist, daſs wenn dieſs nicht

mehr von den übrigen Ringen gilt, die Ursache davon blofs in dem Mangel der Homogenität des Lichtes liegt. Wenn man indefs auch nicht dahin gelangt, daselbst ein vollkommenes Schwarz hervorzubringen, so kann man doch die Ringe leicht bis zur sechsten Ordnung so dunkel machen, dafs die Schwächung der oberen Reflexion evident wird.

Diese Erscheinung scheint mir nach der Newton'schen Theorie schwierig erklärbar. Vielleicht sagt man, die Lichtmolecüle werden, bei Ankunft an der (unteren) Oberfläche des Prisma's, vom (darunter liegenden) Glase angezogen. Wirklich ist diese Hypothese in aller Strenge zulässig für den schwarzen Fleck in der Mitte, wo der Contact der beiden Gläser sehr innig ist; allein diefs gilt nicht mehr für die dunkeln Ringe, welche den Fleck umgeben. Abgesehen von der Unwahrscheinlichkeit, dafs die Anziehung der Körper auf die Lichtmolecüle sich bis in so merkliche Entfernungen erstrecke: wie läfst sich begreifen, dafs dasselbe Glas, welches diese Molecüle in der Entfernung zwei anzieht, sie in der Entfernung drei abstöfst, in der Entfernung vier wiederum anzieht, und so fort?

Weit natürlicher ist dagegen die Annahme, dafs diese Erscheinung hervorgehe aus der Einwirkung des an der zweiten Oberfläche der Luftschicht reflectirten Lichts auf das an der ersten Oberfläche zurückgeworfene, und dafs diese Einwirkung variirt mit dem Unterschied der durchlaufenen Wege. Die Farbenringe führen demnach, wie die Erscheinungen der Diffraction, zu dem Satz von der gegenseitigen Einwirkung der Lichtstrahlen, wiewohl sie ihn nicht mit derselben Evidenz wie die letzteren beweisen.

In der Undulationstheorie ist dieser Satz eine nothwendige Folge aus der Fundamentalhypothese. Man begreift nämlich, dafs wenn zwei Systeme von Lichtwellen einem und demselben Punkt im Raum ganz entgegengesetzte Bewegungen einzuprägen trachten, sie einander

schwächen, und, wenn die beiden Impulse gleich stark sind, sogar vollständig zerstören müssen, daſs sie dagegen einander nothwendig verstärken, sobald die Oscillationen in gleicher Richtung vollzogen werden. Die Intensität des Lichts wird demnach abhängen von den respectiven Lagen der beiden Wellensysteme, oder, was dasselbe ist, von dem Unterschied der durchlaufenen Wege, sobald sie aus gemeinschaftlicher Quelle herstammen *). Im entgegengesetzten Fall, wo die Lichtwellen von zwei leuchtenden Punkten herstammen, erleiden die Vibrationen zwar nothwendig dieselben Störungen, und mit groſser Schnelligkeit hinter einander, allein diese treten nicht mehr gleichzeitig und auf gleiche Weise ein, weil eben die Vibrationen unabhängig von einander sind. Dadurch verändern sich dann die Wirkungen des gegenseitigen Einflusses der beiden aus diesen Punkten entspringenden Wellensysteme mit jedem Augenblick, und das Auge nimmt sie folglich nicht mehr gewahr **).

*) Mittelst des Interferenzprincips läſst sich das Gesetz der Farbenringe für die senkrechte Incidenz leicht erklären, und ohne die Annahme, daſs die Schiefe der Luftschicht irgend eine Veränderung in der Länge der hindurchgehenden Lichtwellen herbeiführe, sieht man, weſshalb der Durchmesser der Ringe mit Zunahme des (vom Perpendikel gezählten) Einfallswinkels wächst. Dieſs Princip führt zu einer sehr einfachen Formel, welche die Erscheinungen sehr wohl darstellt, mit Ausnahme des Falls einer sehr groſsen Schiefe der einfallenden Strahlen; wenigstens weichen die Resultate, welche sie für diesen Fall giebt, merklich von den Beobachtungen Newton's ab. Allein möglicherweise rührt dieser Unterschied zwischen der Theorie und Erfahrung davon her, daſs das gewöhnliche Refractionsgesetz Abänderungen erleidet, wenn die Strahlen zwischen zwei so genäherten Gläsern wie die, welche die Farbenringe reflectiren, in groſser Schiefe hindurchgehen.

**) Eine ausführlichere und elementare Darstellung der Theorie der Interferenzerscheinungen findet man im Artikel *Licht* im Supplement zur französischen Uebersetzung der Thomson'schen Chemie von Riffault. (Mitgetheilt in den Annal. Bd. III S. 89, 303; Bd. V 223, und Bd. XII S. 197 und 366. *P.*)

Nach der Emissionstheorie kann man die gegenseitige Einwirkung zwischen den Lichtmolecülen nicht gestatten, weil die Unabhängigkeit dieser Molecüle nothwendig ist für die Regelmäfsigkeit ihres Ganges. Allein es scheint, als könne man jene Erscheinungen auf eine analoge Weise durch die Annahme erklären, dafs die durch den Stofs der Lichtmolecüle gegen die Netzhaut veranlafsten Vibrationen des optischen Nervs nach der Art, wie diese Stöfse einander folgen, an Stärke variiren *). Man begreift nämlich, dafs, wenn zwei Molecüle nach einander auf Einen Punkt der Netzhaut treffen, die Intensität der daraus hervorgehenden Erschütterung abhängen mufs von dem Verhältnifs der Dauer einer Vibration des optischen Nervs zu dem Zeitraum, welcher zwischen zwei Stöfsen verstreicht, denn der zweite Stofs kann die von dem ersten erzeugten Vibrationen eben so gut schwächen als verstärken, je nachdem er ihnen beim Zusammentreffen in gleicher oder entgegengesetzter Bewegung mit der seinigen begegnet. Allein diese Hypothese reicht nicht aus, denn man mufs noch annehmen, dafs die Lichtmolecüle, welche auf einer und derselben Kugelfläche liegen, von dem leuchtenden Punkt, weil sie ihn zum Centrum haben, gleichzeitig ausgegangen sind, und dafs die verschiedenen Molecüle, welche einander folgen, periodisch in gleichen Zeiträumen ausgesandt werden, wie wenn diese Aussendung das Resultat von Vibrationen wäre. Auch nach dem Undulationssystem kann man die aus dem gegenseitigen Einflufs der Lichtstrahlen hervorgehenden Erscheinungen nur dann begreifen, wenn diese Strahlen aus einer gemeinschaftlichen Quelle herkommen; allein hier ist der gleichzeitige Abgang der Strahlen eine unmittelbare Folge der angenommenen Theorie, während er bei der Emissionstheorie eine neue Hypothese

*) Diese dem Emissionssystem angepafste Erklärung der Interferenzerscheinungen rührt von Hrn. Young her.

these erfordert. Nach der Undulationstheorie hängt die Farbe der Lichtstrahlen, oder die Empfindung, welche diese im Auge hervorrufen, von der Dauer der Oscillationen oder der Länge der Wellen ab, und daraus ist klar, dafs das Intervall zwischen dem Accorde und der Discordanz, welches durch die Dicke der Luftschicht an den Punkten des Auftretens der dunkeln und hellen Punkte bestimmt wird, mit der angewandten Lichtart variiren mufs. Nach dem Emissionssystem, wo die Verschiedenartigkeit der Farbe aus der verschiedenen Natur der Lichtmolecüle entspringt, mufs man annehmen, dafs die Zeiträume zwischen dem Abgang der einem leuchtenden Theilchen entweichenden Lichtmolecüle, oder, wenn man lieber will, die Vibrationen dieses Theilchens mit der Natur der von diesem ausgesandten Lichtmolecüle variiren, und dafs sie immer gleich seyen für die Molecüle derselben Art. Diese letztere Hypothese scheint ganz willkührlich zu seyn, so lange es schwierig ist den Grund von derselben einzusehen. Indefs müfste sie durchaus dem Emissionssystem hinzugefügt werden, wenn man in dieses das so fruchtbare Interférenzprincip einführen wollte.

Dafs das Emissionssystem so viele und verwickelte Hypothesen bedarf, ist nicht sein einziger Mangel. Ich werde weiterhin in dieser Abhandlung zeigen, dafs, selbst wenn man alle eben genannten Hypothesen annimmt, die Emissionstheorie dennoch nicht zu einer vollständigen Erklärung der Erscheinungen führt, dafs vielmehr die Undulationstheorie die einzige ist, welche von allen bei der Diffraction des Lichtes vorkommenden Phänomenen Rechenschaft giebt.

Lichtbeugung. Erster Abschnitt.

Nichts scheint nach der Emissionstheorie einfacher zu seyn, als das Phänomen des Schattenwerfens, vor Allem wenn der leuchtende Gegenstand ein bloſser Punkt ist,

und doch giebt es keine verwickeltere Erscheinung. Nimmt man an, die Oberfläche der Körper besitze eine Abstofsungskraft, welche fähig sey die Richtung der sehr dicht vorbeigehenden Lichtstrahlen abzuändern, so hat man nur zu erwarten, dafs die Schatten breiter werden und gegen den Umfang hin sich in den beleuchteten Theil allmälig verlaufen. Indefs sind sie umsäumt von drei sehr deutlich gefärbten Fransen, wenn man sich des weifsen Lichts bedient, und von einer viel gröfseren Anzahl dunkler und heller Zonen, wenn das angewandte Licht beinahe homogen ist. Wir nennen diese Fransen *äufsere*, und geben den Namen *innere Fransen* denen, welche man im Innern schmaler Schatten wahrnimmt.

Bei Annahme der Newton'schen Theorie ist die erste Idee, welche sich darbietet, die, dafs die Fransen durch eine von der Oberfläche des Körpers ausgehende abwechselnd anziehende und abstofsende Kraft erzeugt werden. Ich will zunächst dieser Theorie in ihren Folgerungen nachgehen, und zeigen, dafs sie nicht mit der Erfahrung übereinstimmt. Allein zuvor mufs ich aus einander setzen, was für Beobachtungsmittel ich angewandt habe.

Wie bekannt geht die Wirkung einer vor dem Auge gehaltenen Lupe dahin, dafs sie den Gegenstand oder das Bild, welches sich in ihrem Brennpunkt befindet, getreu auf der Netzhaut wieder giebt, wenigstens allemal, wenn die Gesammtheit der Strahlen, welche das Bild zusammensetzen, auf die Oberfläche der Lupe fällt. Man kann demnach die Fransen, statt sie mit einer weifsen Pappscheibe oder mattgeschliffenen Glastafel aufzufangen, direct mit einer Lupe beobachten, wo man dieselben dann so sieht, wie sie in dem Brennpunkt dieser vorhanden sind. Man braucht nur die Lupe auf den leuchtenden Punkt zu richten, und sie dabei zwischen dem Auge und dem Gegenstand so aufzustellen, dafs der Vereinigungspunkt der gebrochenen Strahlen auf die Mitte der Pupille

fällt, was man daran erkennt, dafs das gesammte Feld der Lupe erleuchtet scheint. Diefs Verfahren, schon vorzüglicher als die beiden andern, weil es erlaubt, die Diffractionserscheinungen, selbst in einem sehr schwachen Lichte, bequem zu studiren, hat noch den Vortheil, dafs es erlaubt, die äufseren Fransen fast bis zum Orte ihrer Entstehung zu verfolgen. Als ich mit einer Lupe von zwei Millimeter Brennweite und in einem fast homogenen Licht die Fransen sehr nahe an ihrem Ursprung betrachtete, jedoch so, dafs ich noch die dunkele Zone fünfter Ordnung unterscheiden konnte, schien mir der Abstand dieser Zone vom Rande des Schattens, bei Vergleichung mit den Abtheilungen eines Mikrometers, kleiner als anderthalb Hundertel eines Millimeters, und ich erblickte die drei ersten Fransen innerhalb eines Raumes, der nicht ein Hundertel eines Millimeters überschritt. Bediente man sich einer convexeren Linse, so würde man ohne Zweifel diesen Raum noch mehr verringern. Man kann demnach annehmen, dafs die dunkeln und hellen Zonen vom Rande des Körpers selbst ausgehen, falls man nicht die Genauigkeit über 0,01 Millimeter treibt, eine Genauigkeit, die indefs hinreicht, und nicht einmal überschritten werden kann, sobald die Fransen, wie die, welche man für gewöhnlich beobachtet, etwas breit sind.

Mifst man nun die äufseren Fransen bei gleichem Abstande vom Schirm (dem schattenwerfenden Körper) und bringt diesen näher an den leuchtenden Punkt, so sieht man dieselben bedeutend breiter werden. Dennoch mufs der Winkel zwischen der vom leuchtenden Punkt zum Rand des Schirms gezogenen Tangente und den einfallenden Strahlen, welche durch den Ursprung der Fransen gehen, fast Null seyn, weil die Fransen an ihrem Entstehungsort nicht über ein Hundertel eines Millimeters von einander entfernt sind; mithin können die Variationen dieses Winkels keinen merklichen Einflufs auf die Breite der Fransen haben, und folglich wäre man,

um diese Verbreiterung zu erklären, zu der Annahme genöthigt, daſs die Abstoſsungskraft zunähme in dem Maaſse als der opake Körper dem leuchtenden Punkte näher kommt; diese Annahme würde aber unbegreiflich seyn, weil die Intensität dieser Kraft offenbar nur abhängen kann von dem Abstande, in welchem das Lichtmolecül neben dem opaken Körper vorbeigeht, von der Gröſse und Gestalt, Dichte, Masse und Natur des Körpers, welche Dinge aber, der Hypothese nach, sämmtlich constant bleiben.

Allein, selbst wenn man annähme, daſs die dunkeln und hellen Zonen viel weiter vom Rande des Schirms entspringen, was die Zunahme ihrer Divergenz bei vermehrter Annäherung an den leuchtenden Punkt zu erklären scheint, ist es unmöglich, die Resultate der Erfahrung zu vereinbaren mit der Formel, welche sich aus der von uns discutirten Hypothese ergiebt.

Die folgende Tafel giebt die Abstände des dunkelsten Punktes der dunkeln Zone vierter Ordnung von dem Rande des geometrischen Schattens *) für verschiedene Entfernungen des opaken Körpers vom leuchtenden Punkt. Diese Messungen sind gemacht mit einem Mikrometer, bestehend aus einer Linse, in deren Brennpunkt ein Seidenfaden ausgespannt ist, und einer Mikrometerschraube, welche erstere in Bewegung setzt. Mittelst einer in hundert Theile getheilten Scheibe, vor welcher sich ein an der Schraube befestigter Zeiger bewegt, kann man die Verschiebung des Seidenfadens bis auf ein Hundertel des Millimeters bestimmen.

Die Versuche sind angestellt mit einem rothen, fast homogenen Lichte, erhalten mittelst eines gefärbten Glases, welches die Eigenschaft hat, nur die rothen und ei-

*) *Geometrischen Schatten* nenne ich den Raum zwischen den geraden Linien, welche vom leuchtenden Punkt tangentiell an den Rändern des Schirms gezogen werden; dieser Schatten wäre es, der geworfen würde, wenn das Licht keine Inflexion erlitte.

nen kleinen Theil der orangefarbenen Strahlen hindurchzulassen. Mit einem Prisma würde man zwar ein homogeneres Licht erhalten haben, allein man wäre dann auch bei verschiedenen Beobachtungen nicht mehr seiner Identität gewifs gewesen, was doch hier das wesentlichste Erfordernifs war.

No. der Beobachtungen.	Abstand des opaken Körpers vom		Abstand d. Mitte d. dunkeln Zone vierter Ordnung vom Rande des geometrischen Schattens.
	leuchtend. Punkt.	Mikrometer.	
1	0,1000 Met.	0,7985 Met.	5,96 Millimeter
2	0,510	1,005	3,84
3	1,011	0,996	3,12
4	2,008	0,999	2,71
5	3,018	1,003	2,56
6	4,507	1,018	2,49
7	6,007	0,999	2,40

Bezeichnet man mit a und b respective die Abstände des opaken Körpers vom leuchtenden Punkt und vom Mikrometer, so wie mit d den Abstand des Randes dieses Körpers vom Ursprungsort der dunkeln Zone vierter Ordnung, und mit r die Tangente des Winkels der kleinen durch die Abstofsungskraft erzeugten Inflexion, so hat man für den Abstand des dunkelsten Punktes dieser dunkeln Zone vom Rande des geometrischen Schattens den Ausdruck: $br+\frac{d(a+b)}{a}$. Wenn nun r und d unverändert blieben für alle respectiven Abstände des leuchtenden Punkts vom opaken Körper und vom Mikrometer, so reichten zwei Beobachtungen zur Bestimmung des Werthes dieser beiden Gröfsen hin. Combinirt man aber die erste mit der letzten Beobachtung, so findet man $d=0^{mm},5019$ und $r=1,8164$, und man müfste dem zufolge annehmen, dafs die dunkele Zone vierter Ordnung an ihrem Ursprunge um ein halbes Millimeter vom Rande des opaken Körpers entfernt wäre. Substituirt man diese

Werthe in der Formel und wendet sie auf die intermediären Beobachtungen an, so bekommt man die folgenden Zahlen, von denen mehre, wie man sieht, sehr stark von den Resultaten der Erfahrung abweichen.

No. der Beobachtungen.	Abstand des opaken Körpers vom		Abstand d. dunkelst. Punkt. d. vierten Zone v. Rande d. geometrischen Schattens.		Unterschied.
	leuchtend. Körper.	Mikrometer.	nach der Beobacht.	nach der Formel.	
1	$0^m,1000$	$0^m,7985$	$5^{mm},96$		
2	0 ,510	1 ,005	3 ,84	$3^{mm},32$	$-0^{mm},52$
3	1 ,011	0 ,996	3 ,12	2 ,81	−0 ,31
4	2 ,008	0 ,999	2 ,71	2 ,57	−0 ,14
5	3 ,018	1 ,003	2 ,56	2 ,49	−0 ,07
6	4 ,507	1 ,018	2 ,49	2 ,46	−0 ,03
7	6 ,007	0 ,999	2 ,40		

Will man die Bildung der Fransen von abwechselnden Dilatationen und Condensationen der nahe beim dunkeln Körper vorbeigehenden Strahlen ableiten, so wird man noch zu einer anderen, den Thatsachen widersprechenden Folgerung geleitet, zu der nämlich, daſs die Centra der dunkeln und hellen Zonen sich nach geraden Linien fortpflanzen müſsten, welche die Axen der dilatirten oder condensirten Zonen wären. Nun beweist aber die Erfahrung, daſs ihre Bahnen Hyperbeln sind, deren Krümmung für die äuſseren Fransen sehr merklich wird, sobald der schattenwerfende Körper hinreichend vom leuchtenden Punkt entfernt ist.

Als der Körper $3^m,018$ vom leuchtenden Punkt abstand, maſs ich, erst bei $0^m,0017$, dann bei $1^m,003$ und zuletzt bei $3^m,995$ Entfernung vom Körper, den Abstand des dunkelsten Punktes der dunkeln Zone dritter Ordnung vom Rande des geometrischen Schattens, und fand ihn respective: $0^{mm},08$; $2^{mm},20$ und $5^{mm},83$. Verbindet man den ersten und letzten Punkt durch eine gerade Linie, so findet man für die Ordinate, welche dem dazwi-

chen liegenden Punkt entspricht, $1^{mm},52$ statt $2^{mm},20$; der Unterschied hievon ist $0^{mm},68$, d. h. etwa anderthalb Mal so groſs als die Zwischenräume zwischen den Mitten der dritten und zweiten Zone; denn dieser Zwischenraum beträgt bei $1^{m},003$ Abstand von dem dunkeln Körper nur $0^{mm},42$. Es ist also klar, daſs der Unterschied von $0^{mm},68$ nicht von einer aus dem verwaschenen Umrisse der Fransen entsprungenen Ungenauigkeit der Beobachtungen hergeleitet werden kann. Nicht besser würde er sich durch die Annahme erklären lassen, daſs die bei $3^{m},995$ Abstand vom Körper gemachte Beobachtung unrichtig sey. Zwar muſsten die Beobachtungen, weil die Fransen bei diesem Abstand breiter sind, weniger genau seyn; allein erstlich bemerkte ich bei mehrmaliger Wiederholung derselben nur Schwankungen von höchstens drei oder vier Hunderteln eines Millimeters, und überdieſs würde, selbst wenn man bei dieser Messung einen Fehler von einem halben Milimeter annähme, nur ein Unterschied von $0^{mm},13$ daraus für den Abstand $1^{m},003$ erfolgen. Mithin beweist dieser Versuch vollkommen, daſs die äuſseren Fransen krumme Linien beschreiben, die nach auſsen hin convex sind.

Die folgende Tafel enthält diese Curven, bezogen auf ihre Sehnen, für verschiedene Beobachtungsreihen, deren jede bei einem constanten Abstand des opaken Körpers vom leuchtenden Punkt angestellt wurde. Bei der vierten Reihe habe ich zunächst angenommen, daſs die Sehne die beiden äuſsersten Beobachtungspunkte verbinde, und darauf habe ich sie vom Rande des dunkeln Körpers selbst ausgezogen, von welchem (dem Rande) der Ursprung der Fransen, wie man gesehen, sehr wenig entfernt ist. Bei den übrigen Reihen verbindet die Sehne ebenfalls den Rand des dunkeln Körpers und den entferntesten Punkt.

Abstand des schattenwerfenden Körpers vom leuchtend. Punkt. *a.* Millimeter.	Mikrometer. *b.* Millimeter.	Ordinaten der Curven der dunkeln Fransen, bezogen auf ihre Sehnen, in Millimetern. 1. Ordn.	2. Ordn.	3. Ordn.	4. Ordn.	5. Ordn.
Erste Reihe.						
510	0	0	0	0	0	0
	110	0,19	0,29	0,35	0,40	0,44
	501	0,14	0,21	0,25	0,30	0,34
	1005	0	0	0	0	0
Zweite Reihe.						
1011	0	0	0	0	0	0
	116	0,23	0,35	0,42	0,49	0,55
	502	0,27	0,40	0,51	0,57	0,63
	996	6,21	0,30	0,38	0,42	0,49
	2010	0	0	0	0	0
Dritte Reihe.						
2008	0	0	0	0	0	0
	118	0,26	0,38	0,47	0,54	0,60
	999	0,34	0,48	0,60	0,68	0,76
	2998	0	0	0	0	0
Vierte Reihe, bezogen auf die Sehne von dem ersten zum letzten Punkt.						
3018	1,7	0	0	0	0	0
	253	0,30	0,45	0,56	-	-
	500	0,38	0,53	0,65	-	-
	1003	0,38	0,56	0,68	-	-
	1998	0,31	0,45	0,54	-	-
	3002	0,17	0,23	0,28	-	-
	3995	0	0	0	0	0
Vierte Reihe, bezogen auf die Sehne vom Körperrand zum letzten Punkt.						
3018	0	0	0	0	0	0
	1,7	0,04	0,06	0,08	-	-
	253	0,34	0,50	0,63	0,73	0,83
	500	0,41	0,58	0,72	0,85	0,94
	1003	0,41	0,60	0,74	0,87	0,97
	1998	0,32	0,48	0,57	0,67	0,75
	3002	0,18	0,25	0,30	0,38	0,39
	3995	0	0	0	0	0

Abstand des schattenwerfenden Körpers vom leuchtend. Punkt. a.	Abstand des schattenwerfenden Körpers vom Mikrometer. b.	Ordinaten der Curven der dunkeln Fransen, bezogen auf ihre Sehnen, in Millimetern. 1. Ordn.	2. Ordn.	3. Ordn.	4. Ordn.	5. Ordn.
Millimeter.						
		Fünfte Reihe.				
4507	0	0	0	0	0	0
	131	0,27	0,40	0,50	0,58	0,66
	1018	0,32	0,48	0,59	0,71	0,81
	2506	0	0	0	0	0
		Sechste Reihe.				
6007	0	0	0	0	0	0
	117	0,23	0,33	0,42	0,49	0,53
	999	0	0	0	0	0

Man sieht also, die Hypothese von Condensationen und Dilatationen, erzeugt durch die Wirkung des Körpers auf die Lichtstrahlen, ist unzulänglich zur Erklärung der Diffractionserscheinungen. Mittelst des Interferenzprincips dagegen läfst sich einsehen nicht nur warum die Fransen ihre Breite verändern, wenn man sich dem leuchtenden Körper nähert oder von ihm entfernt, sondern auch warum die hellen und dunkeln Zonen krummlinig sind. Das Gesetz der Interferenzen oder der gegenseitigen Einwirkung der Lichtstrahlen ist eine unmittelbare Folge der Undulationstheorie; überdiefs ist es durch so viele verschiedenartige Versuche bewiesen und bestätigt, dafs man es als eins der ausgemachtesten Sätze der Optik betrachten kann.

Grimaldi hat zuerst die Wirkung entdeckt, welche die Lichtstrahlen auf einander ausüben. In der letzten Zeit hat der berühmte Thomas Young durch einen einfachen und sinnreichen Versuch gezeigt, dafs die inneren Fransen aus dem Zusammentreffen der an den beiden Seiten des Körpers gebeugten Strahlen entspringen. Er fing nämlich mit einem Schirm einen dieser Lichtstrahlen auf, und dadurch verschwanden die inneren Fransen immer

vollständig, von welcher Gestalt, Masse und Natur der Körper auch seyn mochte, und gleichviel, ob der Lichtbündel vor oder hinter dem Körper aufgefangen ward.

Die lebhaftesten und schärfsten Fransen erzeugt man, wenn man in eine Papp- oder Metallscheibe zwei parallele und einander hinreichend nahe, sehr feine Schlitze macht, und vor diesem so durchschlitzten Schirm einen leuchtenden Punkt aufstellt. Beobachtet man alsdann den Schatten mit einer zwischen dem schattenwerfenden Körper und dem Auge gehaltenen Lupe, so sieht man, sobald das Licht gänzlich durch beide Oeffnungen geht, eine grofse Anzahl recht deutlich farbiger Fransen, welche verschwinden, so wie man das Licht von einer der Schlitze auffängt.

Dieselben Fransen, und zwar mit noch reineren und lebhafteren Farben, erhält man auch, wenn man zwei Lichtbündel, die aus einer gemeinschaftlichen Quelle abstammen, an zwei Metallspiegeln regelmäfsig und so reflectiren läfst, dafs sie unter einem sehr kleinen Winkel zusammentreffen. Um sie hervorzubringen, mufs man ja dafür sorgen, dafs an den Kanten, in welchen sich die beiden Spiegel berühren, oder wenigstens an einer Stelle dieser Kanten, die Oberfläche des einen Spiegels nicht merklich vor der andern hervorrage, damit der Unterschied der durchlaufenen Wege sehr klein sey für die Strahlen, welche sich in dem gemeinschaftlichen Stück der beiden Lichtfelder vereinigen *). Ich bemerke im

*) Im weifsen, und selbst in einem möglichst homogenen Licht gewahrt man immer nur eine ziemlich eingeschränkte Zahl von Fransen, weil das Licht, welches man, so weit es sich ohne zu grofse Schwächung seiner Intensität thun läfst, vereinfacht hat, immer noch aus heterogenen Strahlen besteht, folglich dunkele und helle Streifen von ungleicher Breite erzeugt, die in dem Maafse, als sie sich von der ersten Ordnung entfernen, über einander greifen und zuletzt einander vollständig auslöschen. Deshalb erblickt man keine Fransen mehr, sobald der Unterschied der durchlaufenen Wege ein wenig beträchtlich ist. —

Vorbeigehen, daſs nur allein die Undulationstheorie die Idee zu diesem Versuche angeben konnte, daſs ein solcher Versuch zu zarte Vorsichtsmaſsregeln und so langes Probiren erfordert, daſs es fast unmöglich wäre, durch Zufall auf ihn geführt zu werden.

Nimmt man einen der Spiegel fort, oder fängt man das von ihm reflectirte Licht auf, sey es vor oder nach der Reflexion, so verschwinden die Fransen, wie bei den vorhergehenden Versuch. Was ferner klar zeigt, daſs diese Fransen durch das Zusammentreffen der beiden Lichtbündel, und nicht durch die Wirkung der Spiegelränder gebildet werden, ist daſs, das die Fransen immer senkrecht stehen auf der die beiden Bilder des leuchtenden Punkts verbindenden Linie, wie auch dieser Punkt gegen die Spiegelränder geneigt seyn mag, wenigstens in der Ausdehnung des gemeinschaftlichen Feldes der beiden regelmäſsig reflectirten Lichtbündel *).

Da die Fransen, welche man im Innern des Schattens eines schmalen Körpers beobachtet, oder die, welche man mit zwei Spiegeln erhält, offenbar aus dem gegenseitigen Einfluſs der Lichtstrahlen hervorgehen, so deutet die Analogie darauf hin, daſs dasselbe auch der Fall seyn müsse mit den äuſseren Fransen, welche die Schatten der von einem leuchtenden Punkt erhellten Körper umsäumen. Die erste Hypothese, welche sich beim

Was das Detail dieses Versuchs und seine Erklärung durch das Interferenzprincip betrifft, so kann man darüber das schon erwähnte Supplement zur französischen Uebersetzung von Thomson's Chemie zu Rathe ziehen. (S. Annal. Bd. V S. 224.)

*) Wenn die Fransen sich über dieses gemeinschaftliche Feld hinaus erstrecken, so entspringen ihre äuſseren Theile aus dem Zusammentreffen der an einem der Spiegel regelmäſsig reflectirten Strahlen mit den am Rande des andern gebeugten, und die Richtung derselben muſs also verschieden seyn. Betrachtet man das Phänomen mit Aufmerksamkeit, so sieht man, daſs in dem einen wie in dem andern Fall die Gestalt und die Lage der Fransen immer mit der Interferenztheorie übereinstimmen.

Nachdenken darbietet, ist die: dafs diese Fransen erzeugt seyn durch das Zusammentreffen der directen Strahlen mit dem am Rande des Körpers reflectirten, die inneren Fransen aber durch die gegenseitige Wirkung der an beiden Seiten des opaken Körpers in den Schatten gebeugten Strahlen, und dafs ferner diese gebeugten Strahlen von der Oberfläche selbst oder von unendlich nahen Punkten an derselben ausgehen. Diefs scheint die Meinung des Hrn. Young gewesen zu seyn, und auch ich habe dieselbe anfangs angenommen, ehe ich die Erscheinungen, welche mir die Unrichtigkeit dieser Hypothese darthaten, gründlicher studirt hatte. Ich will indefs zunächst diese Hypothese entwickeln und die aus ihr abgeleiteten Formeln beibringen, damit man sie leichter vergleichen könne mit der Theorie, welche ich statt ihrer aufgestellt habe.

Es sey R (Taf. II Fig. 5) der strahlende Punkt, AA' der undurchsichtige Körper, FT' die weifse Pappe, mit der man den Schatten auffängt, oder die Brenn-Ebene der Lupe, mit der man die Fransen beobachtet. RT und RT' sind die den Körper tangirenden Strahlen und, T und T' die Gränzen des geometrischen Schattens. Durch a bezeichne ich den Abstand RB des leuchtenden Punktes vom undurchsichtigen Körper, und durch b den Abstand BC dieses Körpers von der Pappscheibe; ferner durch c die Breite AA' des Körpers, welche ich so klein gegen die Abstände a und b annehme, dafs es gleich ist, ob man die Breite der Fransen in einer Ebene senkrecht auf RT oder senkrecht auf der durch die Mitte des Schattens gehenden Linie RC mifst.

Diefs gesetzt, beschäfftigen wir uns zunächst mit den äufseren Fransen. Es sey F ein Punkt auf der Pappscheibe aufserhalb des Schattens. Der Unterschied der Wege, welche die in diesem Punkt zusammentreffenden Strahlen, d. h. die directen und die am Rande des Körpers reflectirten, durchlaufen haben, ist $RA+AF-RF$. Bezeichnen wir FT mit x, entwickeln die Werthe von

RF, AR und AF in eine Reihe, und vernachlässigen dabei, wegen der Kleinheit von x und c, alle Glieder, welche mit einer die zweite übersteigenden Potenz dieser beiden Gröfsen multiplicirt sind, so findet man, dafs die Glieder, welche c enthalten, sich gegenseitig zerstören und man erhält für den Unterschied der durchlaufenen Wege den Ausdruck:

$$d = \frac{a}{2b(a+b)} \cdot x^2$$

woraus:

$$x = \sqrt{\frac{2db(a+b)}{a}}.$$

Bezeichnet man mit λ die Länge einer Lichtwelle, d. h. den Zwischenraum zwischen zwei Punkten des Aethers, welche ihre Oscillationen gleichzeitig und in gleicher Richtung vollziehen, so wird $\frac{1}{2}\lambda$ der Zwischenraum zwischen zwei Aethermolecülen seyn, die auch gleichzeitig, aber in entgegengesetzter Richtung schwingen. Zwei Wellensysteme also, welche durch den Zwischenraum $=\lambda$ von einander getrennt sind, stimmen vollkommen überein in ihren Vibrationen; sie heben sich aber vollständig auf, sobald der Abstand zwischen den entsprechenden Punkten $=\frac{1}{2}\lambda$ ist. Folglich müfste nach der obigen Formel der Werth von x, welcher dem dunkelsten Punkt der dunkeln Zone erster Ordnung entspricht, gleich seyn $=\sqrt{\frac{\lambda b(a+b)}{a}}$. Allein es folgt im Gegentheil aus der Beobachtung, dafs diefs beinah der Ort des hellsten Punkts der ersten Franse ist. Nach derselben Theorie müfste der Rand des geometrischen Schattens, wo der Unterschied der durchlaufenen Wege Null ist, heller seyn als die übrigen Fransen, und es ist gerade der dunkelste Punkt aufserhalb des Schattens. Im Allgemeinen ist die Lage der dunkeln und hellen Fransen aus dieser Theorie abgeleitet, fast genau umgekehrt die, welche die Erfahrung giebt. Diefs ist die erste Schwierigkeit bei dieser Theorie. Um

sie zu heben mufs man annehmen, dafs die an dem Rand des Körpers reflectirten Strahlen eine Verzögerung von einer halben Undulation erleiden; alsdann mufs man $\frac{1}{2}\lambda$ zu dem Unterschiede d der durchlaufenen Wege addiren und die allgemeine Formel wird:

$$x = \sqrt{\frac{(2d+\lambda)b(a+b)}{a}}.$$

Substituirt man in dieser Formel statt d nach einander $\frac{1}{2}\lambda$, $\frac{3}{2}\lambda$, $\frac{5}{2}\lambda$, $\frac{7}{2}\lambda$ u. s. w., so hat man für die Werthe von x, welche den dunkeln Zonen erster, zweiter, dritter, vierter u. s. w. Ordnung entsprechen:

$$\sqrt{\frac{2\lambda b(a+b)}{a}}, \sqrt{\frac{4\lambda b(a+b)}{a}}, \sqrt{\frac{6\lambda b(a+b)}{a}}, \sqrt{\frac{8\lambda b(a+b)}{b}}, \text{ u. s. w.}$$

Diese Formeln scheinen ziemlich gut mit der Beobachtung zu stimmen; durch recht genaue Messungen findet man aber, dafs die Verhältnisse, welche sie unter der Breite der Fransen festsetzen, nicht ganz genau sind, wie wir bald sehen werden.

Ich wende mich nun zu den Fransen, welche innerhalb des Schattens durch das Zusammenwirken der beiden bei A und A' gebeugten Lichtbündel gebildet werden.

Es sey M (Taf. II Fig. 5) irgend ein Punkt im Innern des Schattens. Die Intensität des Lichts in diesem Punkt hängt ab von dem Grade des Accordes oder der Discordanz zwischen den Vibrationen der sich daselbst vereinigenden Strahlen AM und $A'M$ oder von dem Unterschied der durchlaufenen Wege $A'M - AM$. Ich bezeichne durch x den Abstand MC des Punktes M von der Mitte des Schattens und durch d den Unterschied zwischen den durchlaufenen Wegen, und finde dadurch:

$$d = \sqrt{b^2 + (\tfrac{1}{2}c + x)^2} - \sqrt{b^2 + (\tfrac{1}{2}c - x)^2}.$$

Entwickelt man die Wurzelgröſsen in Reihen und vernachlässigt die höheren Potenzen von x wegen der Kleinheit dieser Gröſse in Bezug auf b, so hat man:

$$d=\frac{cx}{b} \text{ oder } x=\frac{db}{c}.$$

Substituirt man in dieser Formel statt d nach einander $\frac{1}{2}\lambda$, $\frac{3}{2}\lambda$, $\frac{5}{2}\lambda$, $\frac{7}{2}\lambda$ u. s. w., so hat man für die Werthe von x, welche den dunkeln Zonen erster, zweiter, dritter, vierter u. s. w. Ordnung entsprechen, die Ausdrücke:

$$\frac{b\lambda}{2c}, \frac{3b\lambda}{2c}, \frac{5b\lambda}{2c}, \frac{7b\lambda}{2c}$$

und folglich für den Zwischenraum zwischen den Mitten zweier auf einander folgenden dunkeln Zonen: $\frac{b\lambda}{c}$.

Der allgemeine Ausdruck für irgend eine Anzahl n dieser Zwischenräume ist also:

$$\frac{nb\lambda}{c}.$$

So lange die letzten Zonen hinlänglich vom Rande des Schattens entfernt sind, stimmt diese Formel ziemlich gut mit der Beobachtung; sobald sie sich demselben aber sehr nähern oder über ihn hinausgehen, bemerkt man einen kleinen Unterschied zwischen ihrer wirklichen Lage und der, welche sich aus der Formel ergiebt. Im Allgemeinen giebt diese Rechnung etwas gröſsere Breiten als die Beobachtung. Den Grund hievon werde ich bei Auseinandersetzung der wahren Diffractionstheorie angeben.

Es folgt auch aus dieser Formel, daſs die Breite der inneren Fransen ganz unabhängig seyn müſste von dem Abstand a des leuchtenden Punktes vom opaken Körper; allein dieſs stimmt nicht vollkommen mit der Erfahrung, vor Allem, wenn die Fransen die ganze Breite

des Schattens einnehmen; alsdann variirt ihre Lage merklich mit dem Abstande a.

Nach der Formel $\sqrt{\frac{2n\lambda b(a+b)}{a}}$, welche wir so eben für die äufseren Fransen fanden, hängt die Lage dieser sowohl von a als von b ab. Wirklich zeigt auch die Erfahrung, dafs die Breite derselben zu- und abnimmt, je nachdem der opake Körper mehr oder weniger dem leuchtenden Punkt genähert wird, und die Verhältnisse zwischen den verschiedenen Breiten einer und derselben Franse ergeben sich aus der Formel genau so wie durch die Beobachtung. Allein die merkwürdigste Folgerung aus dieser Formel ist, dafs wenn a constant bleibt, der Abstand der in Betracht gezogenen dunkeln oder hellen Zone vom Rande des geometrischen Schattens nicht b proportional ist, wie bei den inneren Fransen, diese Zone also nicht wie eine der letzteren eine gerade Linie beschreibt, sondern eine Hyperbel von merklicher Krümmung. Diefs bestätigt auch die Erfahrung, wie man aus den vorhin beigebrachten Beobachtungen ersehen hat.

Bei Erwägung der auffallenden Uebereinstimmung dieser Formeln mit der Erfahrung, war es natürlich, dieselben als den getreuen Ausdruck des Gesetzes der Erscheinungen zu betrachten, und die kleinen Unterschiede zwischen der Rechnung und der Beobachtung den von so feinen Messungen unzertrennlichen Ungenauigkeiten zuzuschreiben *). Untersucht man aber aufmerksam die Hy-

*) Es könnte vielleicht auf den ersten Blick scheinen, dafs sich diese Hypothese auf das Emissionssystem übertragen liefse, wenn man in dieses das Interferenzprincip einführte, wie ich es oben angegeben habe. Allein, abgesehen von der Complication der Fundamentalhypothesen und der geringen Wahrscheinlichkeit einiger derselben, würde dieses Princip, wie mir scheint, zu widersprechenden Folgerungen mit dem Emissionssysteme führen.

Hr. Arago hat bemerkt, dafs wenn man an dem einen Rand eines Körpers, der so schmal ist, dafs im Innern seines Schattens Fransen entstehen, eine dünne durchsichtige Lamelle auf-

Hypothese, auf welcher diese Formeln beruhen, und geht ihren Folgerungen nach, so findet man, daſs sie mit den Thatsachen in Widerspruch steht.

Entständen die Fransen wirklich aus dem Zusammentreffen der directen und der am Rande des Körpers reflectirten Strahlen, so müſste ihre Intensität nothwendig von der Gröſse und der Krümmung der Oberfläche des Körpers abhängen. So z. B. müſsten die Fransen, welche von dem Rücken eines Rasirmessers erzeugt werden, viel ansehnlicher seyn als die von der Schneide desselben bewirkten; untersucht man sie aber mit einer Lupe, selbst in dem Abstand von einigen Centimetern, so ge-

stellt, diese Fransen verschoben, nach Seite der Lamelle gerückt werden. Nun folgt aus dieser Erscheinung, bei Annahme des Interferenzprincips, daſs die durch die Lamelle gegangenen Strahlen in ihrem Gange verzögert worden sind, weil die nämlichen Fransen, in allen Fällen, gleichen Intervallen zwischen den Ankunftszeiten der Strahlen entsprechen müssen. Diese Folgerung, durch welche das Undulationssystem so wohl bestätigt wird, ist im offenbaren Widerspruch mit dem Emissionssystem, da man in demselben zu der Annahme gezwungen ist, das Licht gehe schneller in dichten als in lockeren Körpern.

Dieser Einwurf läſst sich nicht dadurch beseitigen, daſs man statt des Gang-Unterschiedes den Unterschied der Anwandlungen der Lichtmolecüle einführt; vielmehr büſst man alsdann alle Vortheile des Interferenzprincips ein, indem man eine klare Idee durch eine vage, eine genügende Erklärung durch eine andere, die Einsicht in die Erscheinungen nicht erleichternde ersetzt. Denn man begreift wohl, wie zwei Lichtmolecüle, welche Einen Punkt der Netzhaut treffen, eine mehr oder weniger lebhafte Empfindung bewirken, je nach dem Zeitraum zwischen zwei auf einander folgenden Stöſsen, vermöge des Accordes oder der Discordanz der Vibrationen, welche sie den optischen Nerven einzuprägen trachten, aber man sieht bei weitem nicht so klar ein, was aus dem Unterschied der Anwandlungen zweier Lichtmolecüle erfolgen könne, und wie sie, wenn sie gleichzeitig den optischen Nerven treffen, keine Wirkung hervorbringen, sobald sie sich in entgegengesetzten Anwandlungen befinden, obwohl übrigens ihre mechanischen Stöſse im vollständigen Accord stehen.

wahrt man keinen merklichen Unterschied in der Stärke beider. Um diesen Vergleich zu erleichtern kann man sich einer Stahlplatte bedienen, von deren Rändern einer zur Hälfte abgerundet, zur Hälfte zugeschärft ist, und zwar so, dafs die äufsersten Kanten beider in Einer geraden Linie liegen. Dadurch kann man sich leicht überzeugen, dafs die Fransen in der ganzen Erstreckung des Randes eine gleiche Intensität besitzen.

Bekanntlich reflectiren matte Oberflächen unter sehr schiefen Incidenzen das Licht fast eben so gut als die best polirten Spiegel. Der Grund hievon ist nach dem Emissionssystem wie nach dem Undulationssystem leicht anzugeben. Allein, wenn man auch begreift, dafs bei bedeutenden Schiefen der Unterschied der Politur verschwindet, so sieht man doch nicht ein, wie die Intensität des reflectirten Lichts unabhängig werden kann von dem Grade der Krümmung der reflectirenden Fläche; denn klar ist, dafs, je kleiner der Krümmungshalbmesser dieser Fläche ist, die Strahlen desto stärker divergiren müssen, welche Schiefe sie übrigens auch gegen die Fläche haben mögen.

Auch noch durch einen anderen, recht einfachen Versuch habe ich mich überzeugt, dafs die Hypothese, welche ich anfangs annahm und gegenwärtig bekämpfe, unrichtig ist. Nachdem ich einem Kupferblech die in Fig. 6 Taf. II abgebildete Gestalt gegeben hatte, stellte ich es in einem dunkeln Zimmer vor einem leuchtenden Punkt auf, etwa vier Meter von ihm entfernt, und untersuchte seinen Schatten mit einer Lupe. Als ich mich nun stufenweise von dem Blech entfernte, beobachtete ich Folgendes. Sobald die Fransen, welche von jeder der beiden sehr schmalen Oeffnungen $CEE'C'$ und $DFF'D'$ erzeugt wurden, durch ihre Verbreiterung aus dem geometrischen Schatten von $CDEF$, der alsdann nur noch ein fast weifses Licht von jedem einzelnen Schlitz empfing, getreten waren, so zeigten die inneren Fransen, welche

aus dem Zusammentreffen der beiden Lichtbündel herrührten, weit lebhaftere und reinere Farben, zugleich auch weit mehr Helligkeit als die inneren Fransen des Schattens von $ABCD$. Als ich mich weiter entfernte, sah ich das Licht abnehmen in der ganzen Ausdehnung des Schattens von $ABEF$, aber weit rascher hinter $EFDC$ als hinter dem oberen Theil $ABCD$, so dafs es einen Punkt gab, wo die Intensität des Lichts unten und oben gleich zu seyn schien, und hinter welchem die Fransen am unteren Theil dunkler wurden *), wiewohl ihre Farben immer noch weit reiner als die der Fransen in dem oberen Theil waren.

Wenn nur dasjenige Licht, welches unmittelbar die Ränder des schattenwerfenden Körpers streifte, gebeugt worden wäre, hätten die Fransen des oberen Theils viel deutlicher und mit weit reineren Farben erscheinen müssen als die des unteren; denn die ersten wären entstanden aus dem Zusammentreffen zweier Wellensysteme, welche ihre Centra auf den beiden Rändern AC und BD hätten, während die anderen gebildet seyn würden aus dem Zusammenwirken von vier Wellensystemen, deren Centra auf den Rändern $C'E'$, CE, DF und $D'F'$ lägen, was nothwendig, im homogenen Licht, den Helligkeitsunterschied zwischen den dunkeln und hellen Zonen, oder, im weifsen Lichte, die Reinheit der Farben vermindert haben würde, weil die Fransen, erzeugt durch die an $C'E'$ und DF reflectirten und inflectirten Strahlen nicht vollkommen mit denen zusammenfallen würden, welche aus dem Zusammentreffen der von CE und $D'F'$ ausgegangenen Strahlen gebildet worden wären. Die Erfahrung lehrt aber das Gegentheil, wie eben gesagt. In

*) Damit dieser Unterschied der Dunkelheit zwischen den beiden Theilen des Schattens recht deutlich werde, mufs man die Spalten CE und DF in Bezug auf ihren Zwischenraum sehr schmal machen und das Kupferblech hinlänglich vom leuchtenden Punkt entfernen.

derselben Hypothese könnte man zwar den Umstand, dafs der Schatten von *CDEF* mehr erhellt ist als der von *ABCD*, durch die doppelte Lichtquelle, welche jeder Ausschnitt durch seine beiden Ränder liefert, erklären; allein es würde aus eben dieser Erklärung auch folgen, dafs der untere Theil immer seinen Vorrang an Helligkeit behalten müfste, und kurz vorhin sahen wir, dafs dem nicht so ist.

Aus den eben angeführten Versuchen folgt, dafs man die Diffractionserscheinungen nicht blofs von den die Ränder der Körper berührenden Strahlen ableiten kann, dafs man im Gegentheil annehmen mufs, dafs eine Unzahl anderer Strahlen, ungeachtet sie einen merklichen Abstand von diesen Körpern haben, aus ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt werden und gleichfalls zur Bildung der Fransen beitragen.

Das Breiterwerden eines Lichtbündels nach seinem Durchgange durch eine sehr schmale Oeffnung beweist auf eine noch directere Weise, dafs sich die Inflexion des Lichts auf eine merkliche Entfernung von den Rändern einer solchen Oeffnung erstreckt. Durch das Nachdenken über diese Erscheinung erkannte ich den Fehler, in welchen ich anfänglich verfallen war. Wenn man zwei undurchsichtige Platten, die vor einem leuchtenden Punkt in einem dunkeln Zimmer aufgestellt sind, einander (mit den Rändern) stark nähert, so sieht man den Raum, der von den zwischen den Platten hindurchgehenden Strahlen erleuchtet wird, beträchtlich breiter werden. Diefs sind die beiden Messerschneiden Newton's. Ich nehme an, dafs, wie bei dessen Versuch, die Ränder der Oeffnung zugeschärft und vollkommen geschliffen sind, nicht weil diefs auf die Erscheinung Einflufs habe, sondern blofs, um die aus ihr zu ziehende Folgerung einleuchtender zu machen. Die kleine Menge von Strahlen, welche diese Schneiden berührten, könnten bei Verbreitung in einem so ausgedehnten Raum nur ein un-

merkliches oder wenigstens ungemein schwaches Licht erzeugen, und in der Mitte müfste man eine helle Zone, erzeugt von den directen Strahlen, wahrnehmen. Dem ist aber nicht so, vielmehr scheint das weifse Licht in einem Raum, der weit gröfser ist als die Projection der Oeffnung, von beinah gleichförmiger Stärke zu seyn *); aufserhalb desselben nimmt es ab, aber stufenweise, bis zu den dunkeln Zonen erster Ordnung. Ohne Zweifel, um die beträchtliche Menge des gebeugten Lichtes zu erklären, war es, dafs Newton voraussetzte, die Wirkung der Körper auf die Lichtstrahlen erstrecke sich bis auf sehr merkliche Abstände. Allein diese Hypothese kann keine gründliche Prüfung aushalten.

Wenn die Ausbreitung eines Lichtbündels, der durch eine schmale Oeffnung geht, durch anziehende oder abstofsende Kräfte der Ränder der Oeffnung veranlafst worden wäre, so müfste die Intensität dieser Kräfte, und folglich auch die Wirkung derselben auf das Licht *nothwendig* mit der Natur, Masse und Oberfläche der Ränder der Oeffnung veränderlich seyn. Jede Kraft, erzeugt von einem Körper, der in merkliche Entfernung wirkt, nimmt ihre Entstehung auf einer merklichen Ausdehnung der Masse oder der Oberfläche dieses Körpers, und hängt also ab von den relativen Lagen und der Zahl der Theilchen, welche der Körper in dieser Wirkungssphäre darbietet, oder, was auf dasselbe hinausläuft, hängt von der Form seiner Oberfläche ab. Wenn also die in Rede stehende Erscheinung von der Wirkung solcher Kräfte herrührte, so müfste man, wenn man einen abgerundeten

*) Der erhellte Raum ist desto gröfser in Bezug auf die konische Projection der Oeffnung als die weifse Pappscheibe, mit der man den Schatten auffängt, weiter absteht von der Oeffnung und als diese ihrerseits entfernter ist vom leuchtenden Punkt; so dafs, wenn man diese beiden Abstände hinlänglich vergröfsert, man denselben Effect mit einer Oeffnung von beliebiger Breite erhalten kann.

Körper einem zugeschärften gegenüber aufstellte, die Lichtstrahlen mehr nach der einen als nach der andern gebeugt sehen. Diefs findet aber nicht statt, wovon ich mich durch einen sehr einfachen Versuch überzeugt habe. Ich liefs einen Lichtbündel zwischen zwei einander sehr genäherten Stahlplatten hindurchgehen, deren verticale, ihrer ganzen Länge nach abgeschliffene Ränder zur Hälfte zugeschärft, zur Hälfte abgerundet waren, und zwar so, dafs der abgerundete Randtheil der einen Platte dem zugeschärften der anderen gegenüberstand und umgekehrt. Wenn also in dem oberen Theil der Oeffnung der zugeschärfte Theil sich z. B. zur Rechten befand, war er in dem unteren Theil an der Linken befindlich. Wie wenig nun auch der Unterschied der Wirkung beider Ränder die Strahlen mehr nach der einen als nach der anderen Seite versetzt haben mochte, so müfste ich diefs doch an den relativen Lagen der oberen und unteren Theile des hellen Intervalls in der Mitte, und besonders an den der Fransen, die dasselbe begleiten und die gegenüber dem Punkte des Uebergangs der Schneiden in runde Ränder gebrochen seyn würden, wahrgenommen haben. Bei aufmerksamer Betrachtung derselben fand ich indefs, dafs sie, gleichwie der helle Raum in der Mitte, in ihrer ganzen Länge vollkommen gerade waren, wie wenn die Platten so gestellt gewesen wären, dafs die Rändertheile von gleicher Form einander gegenüber gestanden hätten. Man würde diesen Versuch noch dahin abändern können, dafs man jede dieser Platten aus zwei Stücken von verschiedener Materie zusammensetzte; allein man würde damit sicher zu demselben Resultat gelangen *).

*) Berthollet und Malus haben vor sehr langer Zeit schon gefunden, dafs die Natur der Körper keinen Einflufs auf die Diffraction des Lichts ausübt. Sie wandten als Schirm Platten an, welche aus verschiedenen Substanzen zusammengesetzt waren, nämlich an einem und demselben Rande ein dichtes Metall neben einem Stücke Elfenbein darboten; sie hatten indefs kein so

Alle Beobachtungen, welche ich bisher gemacht, haben mir gezeigt, dafs die Natur der zwischen gestellten Körper nicht mehr Einflufs hat auf die Beugung des Lichts als die Masse und Gestalt der Ränder derselben. Ich will nur einen derselben anführen, bei welchem ich alle erforderlichen Vorsichtsmafsregeln traf, um mich wohl von der Genauigkeit dieses Satzes zu überzeugen, welcher übrigens schon hinreichend durch den vorhergehenden Versuch festgestellt ist.

Ich überzog ein unbelegtes Stück Spiegelglas mit einer dünnen Schicht Tusch und klebte darauf ein Blatt Papier, welches zusammen eine Schicht von der Dicke eines Zehntel-Millimeters ausmachte. Mit der Spitze eines scharfen Instruments machte ich darin zwei parallele Einschnitte und nahm sorgfältig Papier und Tusche zwischen beiden Einschnitten vom Glase ab. Diese Oeffnung, mit einem Mikrometer gemessen, war $1^{mm},17$ breit. Ich stellte zwei Kupfercylinder, jeden $14^{mm},5$ dick, neben einander auf, und schob einen getheilten Keil so weit zwischen beide hinein, dafs der Zwischenraum, welcher sie trennte, ebenfalls $1^{mm},17$ betrug. Diese Cylinder, neben dem geschwärzten Glase aufgestellt, waren $4^{m},015$ vom leuchtenden Punkt und $1^{m},663$ vom Mikrometer entfernt. Ich mafs die Breite der Fransen, welche von beiden Oeffnungen erzeugt wurden, und fand sie durchaus gleich. Folgendes sind die Resultate zweier Beobachtungen, die im weifsen Lichte angestellt wurden:

bequemes und so genaues Beobachtungsmittel wie das, dessen ich mich bediente, und es war demnach zu besorgen, dafs kleine Unterschiede ihnen entgangen waren.

[Flaugergues (*Journ. de phys. T. LXXV p.* 27) und in neuerer Zeit Haldat (*Annal. de chim. et de physiq. T. XLI p.* 424) haben auch gezeigt, dafs das Magnetisiren, Elektrisiren und Erhitzen der Schneiden des Beugungsapparates keinen Einflufs auf die Fransen ausübt. Ersterer sah die Fransen auch sich bilden, wenn er das Licht hinter dem schattenwerfenden Körper durch ein Torricellisches Vacuum gehen liefs. *P.*]

Zwischenraum der dunkelsten Punkte der beiden dunkeln Zonen erster Ordnung an der Gränze des Roth und Violett	1. Beobacht.	$1^{mm},49$
	2. Beobacht.	$1^{mm},49$
Zwischenraum der Gränzen zweier Fransen zweiter Ordnung an der Scheidelinie des Roth und Grün	1. Beobacht.	$3^{mm},22$
	2. Beobacht.	$3^{mm},22$

Schwerlich können die Umstände, was die Masse und Natur der Ränder der Oeffnung betrifft, verschiedener seyn. In dem einen Fall ist es nur eine Tuschschicht, welche die Fransen erzeugt, weil das Glas, auf welchem dieselbe sitzt, auch die Oeffnung ausfüllt; in dem andern sind es zwei massive Kupfercylinder von $14^{mm},5$ im Durchmesser, und sie geben also eine Oeffnung mit Rändern von sehr beträchtlicher Masse und Oberfläche. Und doch sieht man, daſs zwischen der Ausbreitung der Lichtbündel kein Unterschied da ist.

Es ist also gewiſs, daſs die Diffractionserscheinungen nicht abhängen von der Natur, Masse und Gestalt der Körper, die das Licht auffangen *), sondern bloſs von den Dimensionen des Raums, in welchem es aufgefangen, oder von der Breite der Oeffnung, durch welche es eingeführt wird. Zu verwerfen ist also die Hypothese, welche diese Erscheinungen ableitet von Anziehungs- und Abstoſsungskräften, deren Wirkung sich bis in so merkliche Entfernungen erstreckt, als die sind, bei denen die

*) Wenigstens so lange der Schatten nicht zu nahe am Rande des Schirms aufgefangen wird, oder die von den Lichtstrahlen gestreifte Fläche keine zu groſse Ausdehnung in Bezug auf diesen Abstand besitzt; denn in diesem Fall könnten die reflectirten Strahlen einen merklichen Einfluſs auf die Gestaltung des Phänomens ausüben, wie es geschähe, wenn die von den Lichtstrahlen gestreifte Fläche ein ebener Spiegel von z. B. einem oder zwei Millimeter in Breite wäre, und man die Fransen in einem kleinen Abstande beobachtete. Dann würde man *successive Diffractionen* auf einer zu beträchtlichen Strecke haben, als daſs man sie vernachlässigen könnte.

Strahlen gebeugt seyn können. Man kann auch nicht annehmen, daſs die Diffraction bewirkt sey durch kleine Atmosphären von gleicher Ausdehnung wie die Wirkungskreise dieser Kräfte, und von einem anderen Brechungsvermögen als das des umgebenden Mittels; denn es würde aus der zweiten Hypothese wie aus der ersten folgen, daſs die Beugung der Strahlen mit der Gestalt und Natur der Ränder des Körpers variiren müſste, und z. B. nicht mehr gleich seyn könnte an der Schneide und an dem Rücken eines Rasirmessers. Nun ist es aber in dem Emissionssystem unmöglich, die Ausbreitung eines durch eine enge Oeffnung gegangenen Lichtbündels anders aufzufassen, und doch ist diese Ausbreitung erwiesen *); *folglich sind die Diffractionserscheinungen unerklärlich nach dem Emissionssystem.*

Zweiter Abschnitt.

Nachdem ich im ersten Theile dieser Abhandlung bewiesen habe, daſs das Emissionssystem und selbst das Interferenzprincip, wenn man es nur auf die directen und die *unmittelbar an den Rändern der Körper reflectirten und inflectirten* Strahlen anwendet, unzulänglich ist zur

*) Die Erscheinungen der Haarröhrchen zeigen die Erhebung einer Flüssigkeit über sein Niveau zwischen zwei durch einen merklichen Zwischenraum getrennten Flächen, wiewohl die von diesen Flächen auf die Flüssigkeit ausgeübte Anziehung sich nur bis in eine unendlich kleine Entfernung erstreckt. Der Grund hievon ist, daſs die Molecüle der Flüssigkeit, welche von der Oberfläche des Haarröhrchens angezogen werden, ihrerseits die in ihrem Wirkungskreise ligenden anderen Molecülen der Flüssigkeit anziehen und so fort. Allein in der Emissionstheorie kann man auf die Diffractionserscheinungen keine analoge Erklärung anwenden; denn, nach der Fundamentalhypothese üben die Lichtmolecüle keinen merklichen Einfluſs auf den Gang der benachbarten Molecüle aus; es wird keine gegenseitige Abhängigkeit zwischen ihren Bewegungen angenommen, sonst würde man in die Annahme von einem Fluidum verfallen.

Erklärung der Diffractionserscheinungen, will ich gegenwärtig zeigen, dafs man nach der Undulationstheorie eine genügende Erklärung und eine allgemeine Theorie von ihnen geben kann, ohne Hülfe einer secundären Hypothese, blofs gestützt auf das Princip von Huyghens und das der Interferenzen, welche beide Sätze Folgerungen aus der Fundamentalhypothese sind.

In der Annahme, dafs das Licht aus Schwingungen des Aethers bestehe, die den Schallwellen ähnlich sind, ist die Beugung der Lichtstrahlen in merklichen Entfernungen von dem Schirm leicht zu erklären. Wenn nämlich ein kleiner Theil eines elastischen Fluidums z. B. eine Condensation erlitten hat, strebt er sich nach allen Seiten hin auszubreiten; und wenn in einer ganzen Welle die Molecüle sich nur parallel der Normale bewegen, so rührt diefs daher, dafs alle Theile der Welle, welche auf Einer Kugelfläche liegen, gleichzeitig die nämliche Condensation oder Dilatation erleiden und dafs die Seitenpressungen sich das Gleichgewicht halten *). Allein sobald ein Theil der Lichtwelle durch die Dazwischensetzung eines undurchsichtigen oder durchsichtigen Schirms aufgefangen oder in seinem Gange verzögert wird, mufs offenbar dieses transversale Gleichgewicht zerstört werden und daraus für die verschiedenen Punkte der Welle die Fähigkeit entspringen, Strahlen nach neuen Richtungen hinzusenden.

Es würde ohne Zweifel sehr schwierig seyn, alle Veränderungen, welche eine Lichtwelle von dem Augen-

*) Es ist hiebei zu bemerken, dafs Fresnel, als er diese Abhandlung schrieb, noch annahm, die Vibrationen der Aethertheilchen geschähen parallel der Fortpflanzung dieser Vibrationen. Alle übrigen hier gemachten Schlüsse und Rechnungen behalten indefs auch für die Annahme von transversalen Schwingungen, die durch die Nichtinterferenz der senkrecht gegen einander polarisirten Strahlen gefertigt wird (S. Annal. Bd. XXIII S. 381) vollkommen ihre Gültigkeit bei. *P.*

blick ihrer theilweisen Auffangung durch den Schirm successiv erleidet, mit der Analyse zu verfolgen; allein auf diese Weise wollen wir auch nicht die Gesetze der Diffraction zu bestimmen suchen. Es ist nicht unsere Absicht zu entdecken, was in der Nähe des opaken Körpers vorgeht, da dort diese Gesetze ohne Zweifel ungemein verwickelt sind, und die Gestalt der Ränder des Körpers noch einen beträchtlichen Einfluſs auf die Lage und Intensität der Fransen haben muſs. Wir nehmen uns nur vor die relativen Intensitäten der verschiedenen Punkte der Lichtwelle zu berechnen, nachdem sie von dem Schirme ab eine groſse Zahl von Undulationen gemacht hat. Die von uns beobachteten Lagen der Welle sind daher immer als um eine gegen die Länge einer Lichtwelle sehr beträchtliche Strecke entfernt von dem Schirm zu denken.

Wir werden das Problem der Vibrationen eines elastischen Fluidums nicht unter dem Gesichtspunkt auffassen, welchen die Mathematiker für gewöhnlich im Auge hatten, d. h. werden nicht bloſs eine einzige Erschütterung betrachten. In der Natur finden sich diese Vibrationen niemals vereinzelt; sie wiederholen sich im Gegentheil vielmals, wie man dieſs an den Oscillationen eines Pendels und an den Vibrationen tönender Körper bemerken kann. Wir werden annehmen, daſs die Vibrationen der Lichttheilchen auf dieselbe Weise geschehen und einander regelmäſsig in groſser Anzahl folgen, eine Hypothese, zu der uns die Analogie leitet, und die übrigens eine Folge der Kräfte zu seyn scheint, welche die Molecüle der Körper im Gleichgewicht erhalten. Um sich eine zahlreiche Reihe von nahe gleichen Oscillationen eines und desselben leuchtenden Theilchens begreiflich zu machen, braucht man nur anzunehmen, daſs die Dichte dieses Theilchens viel gröſser ist als die des Fluidums, in welchem es oscillirt. Dieſs läſst sich schon aus der Regelmäſsigkeit abnehmen, mit der die Planeten ihre Bewe-

gungen durch dieses den Himmelsraum erfüllende Fluidum vollziehen. Es ist auch sehr wahrscheinlich, dafs der optische Nerv nur nach einer gewissen Zahl von einander folgenden Stöfsen so erschüttert wird, dafs er die Empfindung des Sehens erzeugt.

Wie ausgedehnt man auch alle Lichtwellen-Systeme annehmen mag, so ist doch klar, dafs sie ihre Gränzen haben, und dafs, wenn man ihre Interferenzen betrachtet, nicht das auf ihre Enden anwendbar ist, was für die Strecke gilt, wo sie über einander greifen. So z. B werden zwei Systeme gleich langer und gleich starker Wellen, die im Gange um eine halbe Undulation verschieden sind, einander nur in den Punkten des Aethers zerstören, wo sie sich begegnen; die beiden äufsersten Wellen entgehen der Interferenz.

Wir werden indefs voraussetzen, dafs die Wellensysteme in ihrer ganzen Ausdehnung eine gleiche Modification erleiden, da der Unterschied zwischen dieser Hypothese und der Wirklichkeit unwahrnehmbar ist für unsere Sinne. Oder, was dasselbe ist, wir werden diese Reihen von Lichtwellen bei der Berechnung ihrer Interferenzen als unendlich und als allgemeine Vibrationen des Aethers ansehen.

Auflösung des Interferenzproblems.

Es sind gegeben: *die Intensitäten und relativen Lagen beliebig vieler Systeme gleich langer* *) *und in glei-*

*) Wir werden uns nicht mit der Interferenz der Lichtwellen von ungleicher Länge beschäftigen, denn diese, die man im Allgemeinen als von verschiedenen Quellen ausgehend betrachten mufs, und deshalb nicht der Gleichzeitigkeit in ihren Störungen unterworfen sind, können keine constanten Effecte bei ihrer Einwirkung auf einander zeigen. Selbst, wenn man annähme, dafs diese Effecte constant wären, würde doch die daraus hervorgehende Folge von Vibrations-Verstärkungen und -Schwächungen, welche man genau mit den Schlägen zweier mifsstimmender Töne vergleichen kann, für die Wahrnehmung zu ungeheuer schnell

cher Richtung fortschreitender Wellen; es soll bestimmt werden: *die Intensität der aus dem Zusammentreffen dieser Wellensysteme erfolgenden Vibrationen,* d. h. *die Oscillationsgeschwindigkeit der Aethertheilchen in diesen Vibrationen* *).

Nach dem allgemeinen Satz von der Coëxistenz kleiner Schwingungen ist die Gesammtgeschwindigkeit, welche einem Theilchen irgend einer Flüssigkeit eingeprägt wird, gleich der Summe der Geschwindigkeiten, welche ihm die Welle eines jeden Systems einzeln eingeprägt haben würde. Da diese Wellen nicht coincidiren, so hängen diese verschiedenen Geschwindigkeiten nicht blofs von der Intensität jeder einzelnen Welle ab, sondern auch von deren Lage in Bezug auf das Molecül in dem betrachteten Augenblick. Man mufs also das Gesetz kennen, nach welchem die Oscillationsgeschwindigkeiten in einer und derselben Welle sich verändern, und zu dem Ende zu der Ursache zurückgehen, welche die Welle erzeugt und derselben alle ihre Eigenschaften ertheilt hat.

Es ist natürlich vorauszusetzen, dafs die lichtzeugenden Vibrationen der leuchtenden Theilchen auf ähnliche Art wie die der tönenden Körper vollzogen werden, d. h. nach gleichen Gesetzen wie die kleinen Oscillationen eines Pendels, oder, was auf dasselbe hinausläuft, dafs die beschleunigende Kraft, welche die Theilchen in ihre Gleichgewichtslage zurückzuführen strebt, proportional ist dem

seyn, und deshalb nur eine continuirliche Empfindung hervorbringen.

*) Hr. Thomas Young hat zuerst das Interferenzprincip in die Optik eingeführt und viele sinnreiche Anwendungen von demselben gemacht. Allein bei den so von ihm gelösten Problemen der Optik hat er nur, so viel ich weifs, die äufsersten Fälle des vollständigen Accords und der vollständigen Discordanz zwischen zwei Wellensystemen betrachtet, ohne, wie ich, die Lichtstärke für die dazwischenliegenden Fälle und für jede beliebige Zahl von Wellensystemen zu berechnen.

Abstande, um welchen sie aus dieser Lage abgelenkt worden sind. Welche Function von diesem Abstande, den ich mit x bezeichne, nun auch die Kraft seyn mag, so kann man sie doch immer unter die Form $Ax+Bx^2+Cx^3$ . . bringen, weil sie Null seyn mufs, wenn $x=0$ ist. Nimmt man nun die Ablenkungen der Theilchen in Bezug auf die Wirkungssphäre der Anziehungs- und Abstofsungskräfte als sehr klein an, so kann man gegen Ax alle übrigen Glieder der Entwicklung vernachlässigen und die beschleunigende Kraft als beinahe proportional der Entfernung x betrachten. Diese, von der Analogie an die Hand gegebene Hypothese, die einfachste, welche sich über die Vibrationen der leuchtenden Theilchen machen läfst, mufs uns zu genauen Resultaten führen, weil man nicht bemerkt, dafs die Gesetze (für die Fortpflanzung) des Lichts mit dessen Intensität variiren.

Bezeichnet v die Oscillationsgeschwindigkeit eines leuchtenden Theilchens nach Ablauf der Zeit t, so hat man $dv=-Axdt$; allein $v=\frac{dx}{dt}$ oder $dt=\frac{dx}{v}$. Diefs in der ersten Gleichung substituirt, findet man

$$vdv=-Axdx.$$

Integrirt, hat man $v^2=C-Ax^2$, woraus:

$$x=-\sqrt{\frac{C-v^2}{A}}.$$

Substituirt man diesen Werth von x in der ersten Gleichung, so hat man:

$$dt=\frac{dv}{\sqrt{A-(C-v^2)}}$$

und integrirt:

$$t=C'+\frac{1}{\sqrt{A}}.\,arc\left(\sin=\frac{v}{\sqrt{C}}\right).$$

Nimmt man zum Anfang der Zeit den der Bewegung, so wird die Constante C' Null und man hat:

$$t = \frac{1}{\sqrt{A}} \cdot arc\left(sin = \frac{v}{\sqrt{C}}\right).$$

woraus:

$$v = \sqrt{C} \cdot sin(t \cdot \sqrt{A}).$$

Nimmt man zur Einheit der Zeit diejenige, welche zwischen dem Abgang des Theilchens (aus seiner Gleichgewichtslage) und seiner Rückkehr in dieselbe verstreicht, so hat man:

$$v = \sqrt{C} \cdot sin(2\pi t).$$

Bei isochronen Schwingungen sind also die Geschwindigkeiten, welche einem gleichen Werth von t entsprechen, immer proportional der Constante $\sqrt{C}$, welche also die Intensität der Oscillationsgeschwindigkeit vorstellt.

Betrachten wir jetzt die Undulation, welche durch die Oscillationen dieses Moleciils erzeugt wird. Die Intensität der Bewegung des Aethers in jedem Punkt der Welle hängt ab von der Geschwindigkeit des bewegenden Molecüls im Moment, wo es den Impuls erzeugt, welchen jener Punkt jetzt empfängt. Die Geschwindigkeit der Aethermolecüle in irgend einem Punkt des Raumes nach Ablauf der Zeit t ist proportional derjenigen, welche das bewegende Molecül im Augenblick $t - \frac{x}{\lambda}$ besafs, wo x den Abstand dieses Punktes von der Quelle der Bewegung, und λ die Länge einer Lichtwelle bezeichnet. Wenn man also durch u die Geschwindigkeit der Aethermolecüle bezeichnet, hat man:

$$u = a \cdot sin\left[2\pi\left(t - \frac{x}{\lambda}\right)\right] \quad \ldots\ldots\ *)$$

Man weifs, dafs die Intensität der Vibrationen ei-

*) Dieser Ausdruck ist, wie man sieht, unabhängig von der Richtung, in welcher die Lichttheilchen ihre Oscillationen vollziehen; er gilt daher auch für die Annahme, dafs diese Oscillationsrichtung senkrecht gegen den Strahl ist eben so gut wie für die, dafs dieselbe dem Strahle parallel sey, für welche er hier aufgefunden wurde. P.

nes Fluidums sich umgekehrt verhält wie der Abstand der Welle vom Erschütterungsmittelpunkt. Allein da die Wellen in Bezug auf die Entfernung, in welchen wir den leuchtenden Punkt versetzen, sehr klein sind, können wir in der Erstreckung einer und selbst mehrer Wellen absehen von der Veränderung von a, und diese Gröfse als constant betrachten.

Mittelst dieser Formel kann man nun die Intensität der Vibrationen, die durch den Verein beliebig vieler Wellensysteme erzeugt werden, berechnen, sobald man die Intensität und die respectiven Lagen dieser Wellensysteme kennt.

Ich setze zunächst voraus, dafs es sich darum handle, die Geschwindigkeiten der Lichtmolecüle zu bestimmen, hervorgehend aus dem Zusammentreffen zweier Wellensysteme, die um eine Viertelwelle von einander stehen, und respective die Intensitäten a und a' besitzen. Ich zähle die Zeit t vom Momente ab, wo die Vibrationen des ersten Lichtbündels begonnen haben. Es seyen u und u' die Geschwindigkeiten, welche das erste und zweite Wellensystem einem und demselben, von der Quelle der Bewegung um den Abstand x entfernten Molecüle einzuprägen suchen; man hat dann:

$$u = a \sin . 2\pi\left(t - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$u' = a' \sin . 2\pi\left(t - \frac{x + \frac{1}{4}\lambda}{\lambda}\right) = -a' \cos . 2\pi\left(t - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Die Gesammtgeschwindigkeit U wird also seyn:

$$U = a \sin . 2\pi\left(t - \frac{x}{\lambda}\right) - a' . \cos . 2\pi\left(t - \frac{x}{\lambda}\right);$$

allein, setzt man $a = A \cos i$ und $a' = A \sin i$, kann man diesen Ausdruck immer unter die Form bringen:

$$A\left[\cos i \sin . 2\pi\left(t - \frac{x}{\lambda}\right) - \sin i \cos . 2\pi\left(t - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

oder:

$$A \sin\left[2\pi\left(t-\frac{x}{\lambda}\right)-i\right].$$

Die Welle also, welche aus dem Zusammentreffen zweier anderen Wellen hervorgeht, ist von gleicher Natur wie diese, hat aber eine andere Lage und andere Intensität.

Die Gleichungen $A \cos i = a$ und $A \sin i = a'$ geben für A, d. h. für die Intensität der resultirenden Welle, den Werth $\sqrt{a^2 + a'^2}$, also genau den Werth der Resultante zweier rechtwinkligen Kräfte a und a'.

Es ist auch leicht einzusehen, dafs, nach denselben Gleichungen, die Lage der neuen Welle genau der Winkelstellung der Resultante zweier rechtwinkligen Kräfte a und a' entspricht, denn nach der Formel

$$U = A \sin\left[2\pi\left(t-\frac{x}{\lambda}\right)-i\right]$$

ist das Intervall, welches diese Welle von der ersten trennt, gleich $\frac{i\lambda}{2\pi}$; aber i ist der Winkel, welchen die Kraft a mit der Resultante A macht, weil $A \cos i = a$. Die Aehnlichkeit zwischen der Resultante zweier rechtwinkligen Kräfte und der Resultante zweier um eine Viertel-Undulation von einander entfernter Wellensysteme ist also vollkommen.

Die Lösung, welche ich so eben von dem Problem in dem besonderen Falle gab, dafs die Resultante zweier durch das Intervall von einer Viertelwelle getrennter Wellensysteme gefunden werden sollte, reicht hin, dasselbe für alle übrigen Fälle zu lösen. Wie grofs auch die Zahl der verschiedenen Wellensysteme und der Betrag der sie trennenden Intervalle seyn mag, so kann man doch immer jedes dieser Systeme ersetzen durch seine Componenten, bezogen auf zwei gemeinschaftliche Punkte, die um eine Viertelwelle von einander liegen. Wenn man dann die Intensitäten der auf den nämlichen Punkt bezogenen Componenten je nach ihrem Zeichen entweder addirt oder

subtrahirt, führt man die totale Bewegung auf zwei durch das Intervall von einer Viertelwelle getrennter Wellensysteme zurück, und die Quadratwurzel aus der Summe der Quadrate ihrer Intensitäten wird die Intensität ihrer Resultante. Es ist durchaus dasselbe Verfahren, welches man in der Statik anwendet, um die Resultante irgend einer Zahl von Kräften zu finden. Die Länge einer Welle entspricht hier dem Kreisumfang in dem Problem der Statik, und das Intervall von einer Viertelwelle zwischen zwei Wellensystemen, dem Winkel von einem Viertelkreisumfang zwischen den beiden Componenten.

Am häufigsten sind die Probleme der Optik, wo die Lichtintensitäten oder Farben, die man berechnen will, nur aus dem Zusammentreffen zweier Wellensysteme entspringen, wie z. B. bei den Farbenringen und den gemeinsten Farbenerscheinungen der Krystallblättchen; es ist daher gut, die allgemeine Formel zu kennen, welche die Resultante zweier durch irgend ein Intervall getrennter Wellensysteme liefert. Man wird schon voraussehen, welches Resultat man erhält, wenn man auf diesen Fall die eben aus einander gesetzte allgemeine Methode anwendet. Allein ich halte es doch nicht für überflüssig noch etwas bei der Theorie dieser Bewegungen zu verweilen, und direct zu zeigen, dafs die Welle, welche aus dem Zusammentreffen zweier anderen hervorgeht, hinsichtlich ihrer Intensität und Lage genau der Resultante zweier Kräfte, die den Intensitäten der beiden Lichtbündel gleich sind, und unter sich einen Winkel machen, der sich zum ganzen Kreisumfang verhält, wie der Abstand zwischen zwei Wellensystemen zur Länge einer Welle.

Es sey x der Abstand des in Betracht gezogenen Lichtmolecüls vom Mittelpunkt des ersten Wellensystems und t der Augenblick, für welchen man seine Geschwindigkeit berechnen will. Die Geschwindigkeit, welche das erste System diesem Molecüle einprägt, ist:

$$a \sin\left[2\pi\left(t-\frac{x}{\lambda}\right)\right],$$

wo a die Intensität des Lichtbündels ist. Bezeichnet man mit a' die Intensität des zweiten und durch c den Abstand zwischen den entsprechenden Punkten der beiden Wellensysteme, so wird die Geschwindigkeit, die das zweite System dem Molecüle einpflanzt, seyn:

$$a' \sin\left[2\pi\left(t-\frac{x+c}{\lambda}\right)\right]$$

folglich ist die gesammte Geschwindigkeit dieses Molecüls:

$$a \sin\left[2\pi\left(t-\frac{x}{\lambda}\right)\right]+a' \sin\left[2\pi\left(t-\frac{x+c}{\lambda}\right)\right],$$

oder:

$$\left[a+a' \cos\left(2\pi.\frac{c}{\lambda}\right)\right]\sin\left[2\pi\left(t-\frac{x}{\lambda}\right)\right]$$
$$-a' \sin\left(2\pi\frac{c}{\lambda}\right)\cos\left[2\pi.\left(t-\frac{x}{\lambda}\right)\right],$$

welchen Ausdrück man immer unter die Form bringen kann:

$$A \cos i \sin\left[2\pi\left(t-\frac{x}{\lambda}\right)\right]-A \sin i \cos\left[2\pi\left(t-\frac{x}{\lambda}\right)\right],$$

oder:

$$A \sin\left[2\pi\left(t-\frac{x}{\lambda}\right)-i\right],$$

wenn man setzt:

$$a+a' \cos\left(2\pi\frac{c}{\lambda}\right)=A \cos i$$
$$a' \sin\left(2\pi\frac{c}{\lambda}\right)=A \sin i.$$

Erhebt man beide Glieder dieser Gleichungen in's Quadrat und addirt sie, so bekommt man:

$$A^2=a^2+a'^2+2aa' \cos\left(2\pi\frac{c}{\lambda}\right),$$

also:

$$A = \pm \sqrt{a^2 + a'^2 + 2aa' \cos\left(2\pi \frac{c}{\lambda}\right)}$$

Diefs ist der Werth der Resultante zweier Kräfte a und a', welche unter sich den Winkel $2\pi \frac{c}{\lambda}$ bilden. Aus dieser allgemeinen Formel folgt, dafs die Intensität der Vibrationen des gesammten Lichts gleich ist der Summe der Intensitäten beider constituirender Bündel, wenn sie im vollen Accord stehen, dem Unterschiede derselben, wenn sie in voller Discordanz stehen, und endlich der Quadratwurzel aus der Summe der Quadrate, wenn die correspondirenden Vibrationen um eine Viertel-Undulation von einander stehen, was schon bewiesen worden ist.

Es ist leicht zu ersehen, dafs die Lage der Welle genau der Winkelstellung der Resultante zweier Kräfte a und a' entspricht. Denn die Entfernung der ersten Welle von der zweiten ist $= c$, von der resultirenden Welle $= \frac{i}{2\pi}\lambda$, und die Entfernung dieser von der zweiten $= c - \frac{i}{2\pi}\lambda$. Die entsprechenden Winkel sind also: $2\pi \frac{c}{\lambda}$, i und $2\pi \frac{c}{\lambda} - i$. Multiplicirt man nun die Gleichung:

$$a + a' \cos\left(2\pi \frac{c}{\lambda}\right) = A \cos i$$

mit $\sin i$, und die Gleichung:

$$a' \sin\left(2\pi \frac{c}{\lambda}\right) = A \sin i$$

mit $\cos i$, und zieht dann die zweite von der ersten ab, so bekommt man:

$$a \sin i = a' \sin\left(2\pi \frac{c}{\lambda} - i\right),$$

welche mit der Gleichung $a' \sin\left(2\pi \frac{c}{\lambda}\right) = A \sin i$ die Proportion liefert:

$$\sin\left(2\pi\frac{c}{\lambda}-i\right):\sin i:\sin\left(2\pi\frac{c}{\lambda}\right)::a:a':A.$$

Der allgemeine Ausdruck $A\sin\left[2\pi\left(t-\frac{x}{\lambda}\right)-i\right]$ für die Geschwindigkeit der Lichtmolecüle in der Welle, die aus dem Zusammentreffen zweier anderen entspringt, beweist, dafs diese Welle gleiche Länge hat wie ihre Componenten, und dafs die Geschwindigkeiten der correspondirenden Punkte proportional sind. Die resultirende Welle ist also immer von gleicher Natur wie ihre Componenten und weicht nur in der Intensität von diesen ab, d. h. durch die constante Gröfse, welche die Verhältnisse der Geschwindigkeiten aller Molecüle, auf die sie sich erstreckt, multiplicirt. Combinirt man sie successiv mit neuen Wellen, so findet man immer wieder Ausdrücke von derselben Form; eine merkwürdige Eigenschaft dieser Functionen. Mithin sind in der Resultante irgend einer Anzahl Systeme von Wellen gleicher Länge die Lichtmolecüle immer mit Geschwindigkeiten begabt, die proportional sind denen der Componenten an den in gleichem Abstande von dem Ende jeder Welle liegenden Punkten.

Anwendung des Huyghens'schen Princips auf die Diffractionserscheinungen.

Nachdem ich gezeigt, auf welche Weise die Resultante irgend einer Zahl von Lichtwellen-Systeme zu bestimmen ist, will ich auch lehren, wie es mittelst der Interferenzformeln und des einzigen Huyghens'schen Satzes möglich ist, alle Diffractionserscheinungen zu erklären und zu berechnen. Dieser Satz, der mir eine strenge Folgerung aus der Fundamentalhypothese zu seyn scheint, läfst sich folgendermafsen ausdrücken: *Die Vibrationen einer Lichtwelle in jedem ihrer Punkte können betrachtet werden als die Summe der Elementar-Bewegungen, welche alle Theile dieser Welle, wenn sie einzeln gewirkt hätten, von irgend einer früheren Lage dieser Welle aus,*

in demselben Augenblick nach diesem Punkt gesandt haben würden *).

Es folgt aus dem Principe der Coëxistenz kleiner Bewegungen, daſs die Vibrationen, welche in irgend einem Punkt eines elastischen Fluidums durch mehre Erschütterungen erregt worden sind, gleich sind der Resultante aller Erschütterungen, welche durch diese verschiedenen Erschütterungsmittelpunkte in demselben Augenblick nach diesem Punkt gesandt worden sind, wie auch die Zahl und die Lage dieser Mittelpunkte, die Natur und die Epoche dieser Erschütterungen verschieden seyn mögen. Dieser Satz, da er allgemein ist, muſs auf jeden besonderen Fall anwendbar seyn. Ich werde annehmen, daſs alle diese Erschütterungen, deren Zahl unendlich seyn mag, von gleicher Art sind, gleichzeitig stattfinden, continuirlich neben einander auf einer Ebene oder einer Kugelfläche liegen. Ich werde noch eine Hypothese hinsichtlich der Natur dieser Erschütterungen machen, nämlich annehmen, daſs die den Molecülen eingeprägten Geschwindigkeiten sämmtlich gleiche Richtung haben, nämlich senkrecht auf der Kugelfläche **) und überdieſs propor-

*) Ich betrachte immer eine unendliche Reihe von Undulationen oder eine allgemeine Vibration der Flüssigkeit. Nur in diesem Sinne kann man sagen, daſs zwei Lichtwellen sich zerstören, wenn sie um eine halbe Welle von einander abstehen. Die Interferenzformeln, welche ich gegeben habe, sind nicht auf eine isolirte Welle anwendbar, welcher Fall übrigens nicht in der Natur vorkommt.

**) Es kann abgeleitete Wellen geben, in denen die den Molecülen eingeprägten Oscillationsgeschwindigkeiten nicht mehr senkrecht auf der Kugelfläche sind. Beim Nachdenken über die eigenthümlichen Gesetze bei der Interferenz polarisirter Strahlen, habe ich mich seit der Abfassung dieser Abhandlung überzeugt, daſs die Lichtvibrationen senkrecht gegen die Strahlen oder parallel der Wellenfläche vollzogen werden. Die Schlüsse und Rechnungen, die in gegenwärtiger Abhandlung enthalten sind, stimmen indeſs mit dieser neuen Hypothese eben so gut als mit

tional den Condensationen sind, so dafs die Molecüle keine rückgängige Bewegung haben können. So werde ich durch die Gesammtheit dieser partiellen Erschütterungen eine abgeleitete Welle reconstituirt haben. Man hat also Recht zu sagen, dafs die Vibrationen einer Lichtwelle in jedem ihrer Punkte betrachtet werden können, als die Resultante aller elementaren Bewegungen, welche sämmtliche Theile dieser Welle, wenn sie für sich wirkten, von irgend einer früheren Lage der Welle in demselben Augenblick nach diesem Punkt hinsenden würde.

Da die Intensität der ursprünglichen Welle gleichförmig ist, so folgt aus dieser wie aus jeder anderen theoretischen Betrachtung, dafs diese Gleichförmigkeit sich während des Ganges derselben erhalten wird, wenn kein Theil der Welle aufgefangen oder in Bezug auf die anliegenden Theile verzögert wird, weil die eben besprochene Resultante der Elementar-Bewegungen für alle Punkte dieselbe ist. Wenn aber ein Theil der Welle durch Zwischensetzung eines undurchsichtigen Körpers aufgefangen wird, dann ist die Intensität eines jeden Punkts verschieden nach dessen Abstand vom Rande des Schattens, und diese Variationen sind besonders beträchtlich in der Nachbarschaft der tangirenden Strahlen.

Es sey C (Taf. II Fig. 7) der leuchtende Punkt, AG der Schirm, AME die in A angelangte und daselbst zum Theil von dem Schirm aufgefangene Welle. Ich nehme an, sie sey getheilt in eine Unzahl kleiner Bogen Am', $m'm$, mM, Mn, nn', $n'n''$ u. s. w. Um ihre Intensität in dem Punkte P in irgend einer ihrer späteren Lagen BPD zu erhalten, mufs man suchen die Resultante aller Elementar-Wellen, welche jeder der genannten Bo-

der früheren, weil sie unabhängig sind von der Richtung der Vibrationen, und blofs voraussetzen, dafs sie bei allen Strahlen eines und desselben Systems von Wellen, die zur Bildung der Fransen beitragen, in gleichem Sinne geschehen.

gen der ursprünglichen Welle, wenn er für sich wirkte, dahin senden würde.

Da der Impuls, welcher allen Theilen der ursprünglichen Welle mitgetheilt wurde, nach der Normale gerichtet ist, so müssen die Bewegungen, welche sie dem Aether einprägen, in dieser Richtung stärker wie in jeder andern seyn; und die Strahlen, welche von jenen Theilen ausfliefsen würden, wenn sie für sich wirkten, müssen desto schwächer seyn, als sie sich mehr von dieser Richtung entfernen.

Die Untersuchung des Gesetzes, nach welchem die Intensität dieser Strahlen rings um jeden Erschütterungsmittelpunkt variirt, würde ohne Zweifel grofse Schwierigkeiten darbieten; allein glücklicherweise haben wir nicht nöthig dieses Gesetz zu kennen, denn es ist leicht einzusehen, dafs die Wirkungen dieser Strahlen sich fast vollständig zerstören, sobald sie merklich gegen die Normale neigen, so dafs die, welche zu der Lichtmenge, die jeder Punkt P empfängt, auf eine merkbare Weise beitragen, als nahe von gleicher Intensität betrachtet werden können *).

*) Wenn der Erschütterungsmittelpunkt eine Condensation erlitten hat, strebt die Expansivkraft die Molecüle nach allen Richtungen fortzutreiben, und, wenn sie keine rückgängige Bewegung haben, so rührt diefs alleinig davon her, dafs ihre ursprünglichen vorwärts gehenden Geschwindigkeiten diejenigen zerstören, welche die Dilatation ihnen rückwärts einzuprägen trachtet. Es folgt aber daraus nicht, dafs die Erschütterung sich nur in Richtung der ursprünglichen Bewegungen fortpflanzen könne; denn die Expansivkraft combinirt sich z. B. in senkrechter Richtung mit dem ursprünglichen Impuls, ohne dafs dessen Wirkungen dadurch geschwächt werden. Klar ist, dafs die Intensität der so erzeugten Welle sehr verschieden seyn mufs in den verschiedenen Punkten ihres Umfangs, nicht blofs wegen des ursprünglichen Impulses, sondern auch deshalb, weil die Condensationen nicht ringsum den Erschütterungsmittelpunkt demselben Gesetze unterworfen sind. Allein die Intensitätsvariationen der abgeleiteten Welle müssen nothwendig einem Continuitätsgesetze folgen, und lassen sich also in

In der That betrachten wir die merklich geneigten Strahlen EP, FP, IP, die in dem Punkt P zusammenlaufen, welchen ich um eine grofse Zahl Wellenlängen von der Welle EA entfernt annehme. Nehmen wir die beiden Bogen EF, FI von solcher Länge, dafs die Unterschiede $EP-FP$ und $FP-IP$ einer halben Wellenlänge gleich seyen. Wegen der vorwaltenden Schiefe der Strahlen und wegen der Kleinheit einer halben Wellenlänge gegen die Länge dieser Strahlen, werden diese beiden Bogen fast gleich, und die Strahlen, welche sie nach P senden, beinahe parallel seyn, so dafs vermöge des Unterschiedes von einer halben Undulation, welcher zwischen den Strahlen der beiden Bogen besteht, die Wirkungen dieser Strahlen sich gegenseitig zerstören.

Man kann also annehmen, dafs alle Strahlen, welche die verschiedenen Theile der ursprünglichen Welle EA nach dem Punkt P senden, von gleicher Intensität sind, weil die einzigen Strahlen, für welche diese Annahme unrichtig wäre, keinen merklichen Einflufs haben auf die Lichtmenge, welche P empfängt. Aus demselben Grunde kann man auch, um die Berechnung der Resultante aller dieser Elementarwellen zu vereinfachen, ihre Vibrationsbewegungen als in der nämlichen Richtung vor sich gehend betrachten, weil die Winkel, welche diese Strahlen mit einander machen, klein sind. Das Problem kommt also auf dasjenige zurück, welches wir schon gelöst haben, heifst nämlich: *Zu finden die Resultante beliebig vieler Systeme von parallelen und gleich langen Wellen, deren Intensitäten und relativen Lagen bekannt sind.*

einem sehr kleinen Winkel-Intervall, vor Allem nahe bei der Normale der erzeugenden Welle, als unmerklich betrachten; denn, da die ursprünglichen Geschwindigkeiten der Molecüle, bezogen auf irgend eine Richtung, proportional sind dem Cosinus des Winkels, welchen diese Richtung mit der Normale macht, so variiren diese Componenten in einem weit geringeren Verhältnifs als das Winkel-Intervall, wenn dasselbe unbeträchtlich ist.

Die Intensitäten sind hier proportional der Länge der leuchtenden Bogen, und die relativen Lagen sind gegeben durch die Unterschiede der durchlaufenen Wege.

Wir haben eigentlich nur den Durchschnitt betrachtet, den die Welle mit der auf dem Rand des in A projicirten Schirms senkrechten Ebene macht. Betrachten wir sie nun in ihrer ganzen Ausdehnung, und denken sie uns durch gleich abständige und auf der Ebene der Figur senkrechte Meridiane getheilt in eine Unzahl dünner Spindeln; auf diese wird man die eben für den Durchschnitt der Welle gebrauchten Schlüsse anwenden und so beweisen können, dafs die vorwaltend schiefen Strahlen sich gegenseitig zerstören.

Da diese dem Rande des Schirmes parallelen Spindeln in dem vorliegenden Falle, wo die Lichtwelle nur auf der einen Seite aufgefangen ist, sämmtlich eine unendliche Ausdehnung besitzen, so wird die Resultante aller der Vibrationen, welche sie nach P hinsenden, gleich seyn für jede derselben; denn die Strahlen, welche von diesen Spindeln ausfliefsen, müssen, wegen ungemeiner Kleinheit des Unterschiedes zwischen den durchlaufenen Wegen, als von gleicher Intensität betrachtet werden, wenigstens in dem sehr kleinen Theil der erzeugenden Welle, welcher merklichen Einflufs auf das nach P gesandte Licht ausübt. Ueberdiefs wird jede elementare Resultante offenbar um eine gleiche Gröfse zurück seyn in Bezug auf den Strahl, welcher von dem P am nächsten liegenden Punkt der Spindel ausgegangen ist, d. h. von dem Punkt, wo diese Spindel die Ebene der Figur durchschneidet. Mithin sind die Intervalle zwischen diesen Elementar-Resultanten gleich den Unterschieden der von den, in der Ebene der Figur liegenden Strahlen AP, $m'P$, mP u. s. w. durchlaufenen Wege, und ihre Intensitäten sind proportional den Bogen Am', $m'm$, mM u. s. w. Um die Intensität ihrer Hauptresultante zu erhalten, mufs man also dieselbe Rechnung anstellen, zu

der wir schon geleitet wurden, als wir nur den Durchschnitt der Welle mit einer auf dem Rand des Schirmes senkrechten Ebene betrachteten *).

Ehe ich den analytischen Ausdruck dieser Resultante berechne, will ich aus dem Huyghens'schen Satz die Folgerungen ziehen, welche sich durch einfache geometrische Betrachtungen aus demselben ableiten lassen.

Es sey Fig. 8 Taf. II ein undurchsichtiger so schmaler Körper, dafs man die Fransen im Innern seines Schattens, in der Entfernung AB unterscheiden kann. Es sey C der leuchtende Punkt, BD die weifse Pappfafel, mit welcher man die Fransen auffängt, oder die Ebene des Brennpunkts der Lupe, mit welcher man die Fransen beobachtet.

Man denke sich die ursprüngliche Welle getheilt in die kleinen Bogen Am, mm', $m'm''$ u. s. w., Gn, nn', $n'n''$, $n''n'''$ u. s. w., so dafs die Strahlen, gezogen von zwei an einander stofsenden Theilpunkten nach dem Punkt P, den man im Innern des Schattens betrachtet, um eine halbe Wellenlänge verschieden sind. Alle kleinen Wellen, welche von den Elementen eines jeden dieser Bogen nach P gesandt werden, sind in völliger Discordanz mit den Elementar-Wellen, welche von den entsprechenden Theilen der beiden, jenen Bogen einschliefsenden Bögen ausfliefsen, so dafs, wenn alle diese Bögen gleich wären, die von ihnen nach P gesandten Strahlen sich ge-

*) So lange der Rand des Schirms geradlinig ist, braucht man, um die Lagen und relativen Intensitäten der dunkeln und hellen Zonen zu bestimmen, nur den Durchschnitt der Welle mit einer auf dem Rand des Schirmes senkrechten Ebene zu betrachten. Allein, wenn er gekrümmt ist oder aus mehren geraden, unter verschiedenen Winkeln geneigten Linien besteht, mufs man nothwendig nach zwei rechtwinkligen Richtungen oder im Kreise um den betrachteten Punkt herum integriren. Die letzte Methode ist in gewissen Fällen die einfachste, z. B. wenn es sich darum handelt, die Intensität des Lichts in der Projection des Centrums eines kreisrunden Schirms oder Lochs zu berechnen.

genseitig zerstören würden, mit Ausnahme des äufsersten Bogens mA, dessen Strahlen die Hälfte ihrer Intensität behalten würden, denn die Hälfte des vom Bogen mm' ausgesandten Lichts, mit welchem er in vollständiger Discordanz steht, wird zerstört durch die Hälfte des Lichts vom vorhergehenden Bogen $m''m'$.

Diese Bogen sind beinahe gleich, wenn die im Punkt P zusammentreffenden Strahlen hinlänglich gegen die Normale neigen. Alsdann entspricht die resultirende Welle fast der Mitte von mA, dem einzigen Bogen, welcher eine merkliche Wirkung hervorbringt, und sie steht demnach um eine Viertel-Undulation gegen die Elementar-Welle zurück, die vom Rande A des opaken Körpers ausgeht. Da dasselbe für den andern Theil Gn der einfallenden Welle gilt, so wird der im Punkte P sich äufsernde Grad von Accord oder Discordanz unter den Lichtwellen bestimmt durch den Längenunterschied zwischen den beiden Strahlen sP und tP, welche aus der Mitte der Bogen Am oder Gn entspringen, oder, was dasselbe ist, bestimmt durch den Unterschied zwischen den beiden Strahlen AP und GP, welche vom Rande des Körpers selbst ausgehen. Wenn demnach die inneren Fransen, welche man betrachtet, hinlänglich von den Rändern des geometrischen Schattens entfernt sind, so kann man, ohne merklichen Irrthum, auf sie die Formel anwenden, die gestützt ist auf die Hypothese, dafs die gebeugten Wellen ihre Mittelpunkte auf den Rändern des Körpers selbst zu liegen haben. Allein, in dem Maafse als sich der Punkt P dem Punkte B nähert, wird der Bogen Am gröfser gegen den Bogen mm', der Bogen mm' gröfser gegen den Bogen $m'm''$ u. s. w., und eben so werden in dem Bogen mA die dem Punkt A benachbarten Elemente merklich gröfser als die, welche nach dem Punkt m hin liegen und gleichen Unterschieden in den durchlaufenen Wegen entsprechen. Daraus folgt,

dafs der *wirksame* Strahl sP *) nicht mehr das Mittel zwischen den beiden äufsersten Strahlen mP und AP seyn kann, sondern sich mehr der Länge des letzteren nähern mufs. Auf der andern Seite des opaken Körpers nähert sich dagegen der Unterschied zwischen dem Strahl GP und dem wirksamen Strahl tP um so mehr genau einer Viertel-Undulation als der Punkt P sich weiter von D entfernt. Mithin verändert sich der Unterschied der durchlaufenen Wege schneller zwischen den wirksamen Strahlen sP und tP als zwischen den Strahlen AP und GP, und folglich müssen die Fransen in der Nähe des Punkts B etwas weniger von der Mitte des Schattens entfernt seyn als es die auf die erste Hypothese gestützte Formel anzeigt.

Nachdem ich den Fall untersucht habe, wo die Fransen von einem schmalen Körper erzeugt sind, will ich zu dem übergehen, wo sie von einer kleinen Oeffnung erzeugt werden.

Es sey AG (Fig. 9 Taf. II) die Oeffnung, durch welche man das Licht eintreten läfst; ich nehme sie zuerst so schmal an, dafs die dunkeln Zonen erster Ordnung im Innern vom geometrischen Schatten des Schirms liegen und hinreichend entfernt von den Rändern B und D. Ist nun P der dunkelste Punkt einer dieser beiden Zonen, so sieht man leicht, dafs er einem Unterschiede von einer ganzen Undulation zwischen den beiden äufsersten Strahlen AP und GP entsprechen mufs. Denn, wenn man sich einen andern Strahl PI so gezogen denkt, dafs seine Länge das Mittel zwischen den Längen jener beiden ist, so wird wegen deren starken Neigung gegen den Bogen AIG, der Punkt I beinah in der Mitte dieses

*) So nenne ich den Strahl, welcher den Abstand der resultirenden Welle von der ursprünglichen mifst, weil die Lage der hellen und dunkeln Zonen gerade so ist, wie wenn diese *wirksamen* Strahlen allein zu deren Erzeugung beitrügen.

Bogen liegen. Dieser Bogen besteht demnach aus zwei anderen, deren entsprechende Elemente nahe gleich sind, und nach dem Punkte P entgegengesetzte, folglich einander zerstörende Vibrationen hinsenden.

Aus ähnlichen Gründen ist leicht zu ersehen, dafs die dunkelsten Punkte der übrigen dunkeln Zonen Unterschieden von einer geraden Anzahl halber Undulationen zwischen den von den Rändern des Diaphragma's ausgegangenen Strahlen entsprechen, und die hellsten Punkte der hellen Zonen Unterschieden von einer ungeraden Anzahl halber Undulationen, d. h. dafs diese Punkte Lagen haben müssen durchaus entgegengesetzt denen, zu welchen man durch die Accorde oder Discordanzen der äufsersten Strahlen geführt seyn würde in der Hypothese, dafs diese Strahlen allein die Bildung der Fransen bewirkten; nur die mittlere Franse würde in der einen Hypothese so gut wie in der andern hell seyn. Die Erfahrung bestätigt die Folgerungen aus der Hypothese, wo man die Fransen als das Resultat des Zusammenwirkens der Vibrationen aller Punkte des Bogens AG betrachtet, und widerspricht folglich der Hypothese, nach welcher man sie ansieht als alleinig erzeugt durch die an den Rändern des Diaphragma's selbst gebeugten und reflectirten Strahlen. Es sind auch die ersteren Phänomene, welche mich die Ungenauigkeit dieser Hypothese erkennen liefsen, und mich zu der Theorie führten, deren Fundamentalprincip ich so eben aus einander setzte, und welches kein anderes ist, als das von Huyghens, combinirt mit dem der Interferenzen.

Im eben betrachteten Fall, wo die dunkeln Zonen erster Ordnung durch die Kleinheit der Oeffnung in eine ziemlich beträchtliche Entfernung von den Rändern des geometrischen Schattens geworfen werden, folgt aus der Theorie, wie aus der Erfahrung, dafs der Raum zwischen ihren dunkelsten Punkten sehr nahe doppelt so grofs ist, als die übrigen Intervalle zwischen den Mitten zweier

auf einander folgenden dunkeln Zonen, und zwar desto genauer, je schmäler die Oeffnung und je entfernter das Diaphragma vom leuchtenden Punkt und vom Brennpunkt der zur Beobachtung der Fransen dienenden Lupe ist; denn, wenn man diese Entfernungen hinreichend vergröſsert, kann man die nämlichen Effecte mit einer Oeffnung von beliebiger Weite hervorbringen.

Wenn aber diese Entfernungen nicht so beträchtlich sind und die Oeffnung zu breit ist, als daſs die Strahlen, welche zur Bildung der Fransen beitragen, hinreichend geneigt seyen gegen die Lichtwelle AG, so können die entsprechenden Elemente der Bogen, in welche wir die Lichtwelle getheilt denken, nicht mehr als einander gleich angesehen werden, sondern sie sind auf der der beobachteten Zone zunächst liegenden Seite merklich breiter. Aldann kann man die Lage der Maxima und Minima der Licht-Intensitäten nur dann in aller Strenge aus der Theorie ableiten, wenn man die Resultante aller kleinen, aus der einfallenden Welle entspringenden Elementarwellen berechnet.

Es giebt indeſs einen sehr merkwürdigen Fall, wo die Kenntniſs dieses Integrals nicht nöthig ist zur Bestimmung des Gesetzes der Fransen, welche durch eine Oeffnung von weit beträchtlicherer Weite erzeugt werden; nämlich der, wo man in die Oeffnung eine Linse einsetzt, welche den Brennpunkt der gebrochenen Strahlen auf die Ebene verlegt, in welcher man die Fransen beobachtet. Alsdann befindet sich das Centrum der Krümmung der ausfahrenden Welle in dieser Ebene, statt es früher im leuchtenden Punkte lag, und dadurch wird das Problem sehr vereinfacht.

Es sey O (Fig. 9 Taf. II) die Projection des Mittelpunkts der Oeffnung auf diese Ebene. Beschreibt man vom Punkte O, als Mittelpunkt mit einem Radius gleich AO, den Bogen $AI'G$, so wird er die einfallende Welle vorstellen, wie sie durch die Dazwischensetzung der Linse

modificirt ist. Nun beschreibe man vom Punkte *P*, als Mittelpunkt und mit einem Radius gleich *AP*, den Bogen *AEF*, so sind von dem im Punkte *P* zusammentreffenden Strahlen die Theile, welche zwischen den Bogen *AI'G* und *AEF* liegen, die Unterschiede der von den Elementarwellen durchlaufenen Wege. Da nun diese beiden Bogen gleiche Krümmung haben und in gleichem Sinne gewandt sind, so folgt, dafs gleichen Intervallen auf der Welle *AI'G* gleiche Unterschiede in den durchlaufenen Wegen entsprechen. Denkt man sich also diese Welle so getheilt, dafs die Strahlen, gezogen von zwei benachbarten Theilpunkten, um eine halbe Undulation verschieden sind, so empfängt der Punkt *P* kein Licht, wenn er so liegt, dafs die Zahl dieser Bogen gerade ist, weil die von diesen Bogen erzeugten Effecte sich zu je zwei zerstören, da die Vibrationen ihrer correspondirenden Elemente sowohl von gleicher Intensität als in vollständiger Discordanz sind. Dagegen gelangt das nach dem Punkt *P* gesandte Licht auf das Maximum seiner Intensität, wenn die Zahl dieser Bogen ungerade ist. Es folgt daraus, dafs die hellsten Punkte der hellen Zonen einem Unterschiede von einer ungeraden Anzahl halber Undulationen zwischen den von beiden Rändern des Schirms ausgegangenen Strahlen entsprechen, und die dunkelsten Punkte der dunkeln Zonen einem Unterschiede von einer geraden Anzahl halber Undulationen. Alle dunkeln Zonen werden also gleiche Abstände unter sich haben, mit Ausnahme der beiden ersten, deren Zwischenraum genau doppelt so grofs ist, als der zwischen den übrigen. Diefs Resultat, welches die Theorie mir zuvor angezeigt hatte, findet sich vollkommen bestätigt von der Erfahrung. Ich will hier nur eine, mit rothem homogenen Lichte gemachte Beobachtung anführen. Um das Centrum der einfallenden Welle auf das Mikrometer zu bringen, wandte ich statt einer gewöhnlichen Linse ein Glas mit Cylinderfläche an, und stellte diefs so, dafs die erzeugende Gerade

pa-

parallel war den Rändern der Oeffnung des Diaphragma's, um den Fransen ihre ganze Länge zu erhalten.

Breite der Oeffnung	$2^{mm},00$
Abstand d. Diaphragma's vom Lichtpunkt, oder *a*	$2^{m},507$
- d. Diaphragma's vom Mikrometer, oder *b*	$1^{m},140$
- zwischen den Mitten der beiden dunkeln Zonen erster Ordnung	$0^{mm},72$
- zwischen der Zone erster Ordnung und der der dritten	$0^{mm},73$
- zwischen der dritter und fünfter Ordn.	$0^{mm},72.$

Man sieht, das erste Intervall ist doppelt so grofs als die übrigen.

Dasselbe Gesetz beobachtete ich auch, in kleineren Abständen, bei Oeffnungen von gröfserer Weite, z. B. von einem und selbst anderthalb Centimetern. Allein als ich die Oeffnung des Diaphragma's noch mehr vergröfserte, wurden die Fransen verworren, mit welcher Sorgfalt ich auch das Mikrometer genau in den Brennpunkt der cylindrischen Linse zu bringen suchte. Diefs rührte davon her, dafs die von diesem Glase gebrochenen Strahlen nur zwischen ziemlich engen Gränzen im Accord vibrirten, wie diefs bei den gewöhnlichen Linsen der Fall ist.

Wenn die so mit einer Cylinder-Linse versehene Oeffnung des Diaphragma's nicht zu beträchtlich ist, so sind die hellen und dunkeln Zonen hiebei eben so scharf als die durch das Zusammentreffen der mittelst zweier Spiegel reflectirten Strahlen erzeugten. Allein bei diesen ist die Intensität des Lichts für alle Fransen gleich, oder wenigstens rühren die Unterschiede, welche man wahrnimmt, allein davon her, dafs das angewandte Licht niemals vollkommen homogen ist; und wenn einerseits die hellen Zonen stufenweis etwas von ihrer Helligkeit verlieren, werden auch die dunkeln Zonen weniger dunkler, so dafs die Summe des Lichts in einer ganzen Franse beinahe unverändert bleibt. Bei dem andern Phänomen dagegen bemerkt man mit der Entfernung vom

Mittelpunkt eine rasche Abnahme der Lichtstärke, welche indeſs nach der eben aus einander gesetzten Theorie leicht zu erklären ist. Denn alle von der Welle *AI'G* ausgegangenen Strahlen, welche in der Mitte der hellen Zone erster Ordnung zusammentreffen, haben gleiche Wege durchlaufen, so daſs alle kleinen Elementar-Wellen, welche sie nach diesem Punkt hinführen, coïncidiren und einander verstärken. Dieſs ist nicht mehr der Fall bei den übrigen hellen Zonen. Der hellste Punkt der Zone zweiter Ordnung z. B. entspricht der Eintheilung der Welle *AI'G* in drei Bogen, deren äuſserste Strahlen um eine halbe Undulation verschieden sind; da nun die von zwei dieser Bogen hervorgebrachten Effecte einander neutralisiren, so empfängt jener Punkt nur das Licht vom dritten, dessen Vibrationen sich selbst zum Theil zerstören, da seine äuſsersten Strahlen um eine halbe Undulation verschieden sind. Eine ähnliche Schluſsfolge zeigt, daſs die Mitte der hellen Zone dritter Ordnung nur erleuchtet seyn kann von einem Fünftel der Welle *A'IG*, dessen Licht noch dazu durch die Discordanz der von nahe an seinen Enden ausgegangenen Strahlen geschwächt werden muſs.

Nehmen wir den allgemeinen Fall wieder vor, wo Fransen von einer engen Oeffnung herrühren, ohne daſs die Krümmung der einfallenden Welle durch die Dazwischensetzung einer Linse verändert worden ist. Unter den Haupterscheinungen der Diffraction ist keine mannigfaltiger und complicirter in ihren Effecten. Indeſs ohne die Natur des Integrals zu kennen, welches uns bald zur Bestimmung der Lage und Intensität der hellen und dunkeln Zonen dienen wird, können wir schon eine interessante Aufgabe lösen, die nämlich: *Wenn die Oeffnung des Diaphragmas verändert wird, welche Veränderungen müssen die Abstände des Diaphragma's von dem leuchtenden Punkt und dem Mikrometer erleiden, damit die Fransen die nämlichen Breiten und die nämlichen Intensitätsverhältnisse behalten?*

Es seyen AG und $A'G'$ (Fig. 10 Taf. II) zwei kleine Oeffnungen von ungleicher Gröfse, durch welche man das Licht eintreten läfst. Ich nehme an, dafs man die leuchtenden Punkte C und C' und die Beobachtungsebene PO und $P'O'$ in zweckmäfsige Entfernungen gebracht habe, damit die Fransen in beiden Fällen durchaus ähnlich seyen. Es seyen P und P' zwei entsprechende Punkte der nämlichen Franse; man soll haben $PO = P'O'$, wo O und O' die Projectionen der Mitten beider Oeffnungen auf die Ebenen PO und $P'O'$ sind. Beschreibt man aus den Punkten C und C' als Mittelpunkten, mit Radien gleich CA und $C'A'$ die Kreisbogen AIG und $A'I'G'$ und ferner aus den Punkten O und O' als Mittelpunkten die tangirenden Bogen FIH und $F'I'H'$, so sind die Abstände zwischen dem ersten und zweiten dieser Bogen die Unterschiede der Wege, welche die in den Punkten O und O' zusammentreffenden Strahlen durchlaufen haben. Nun mufs die Resultante der von den verschiedenen Punkten der einfallenden Wellen ausgehenden Elementarwellen, damit sie dieselben Intensitätsvariationen darbiete, aus ähnlichen Elementen zusammengesetzt seyn, und diese Bedingung wird erfüllt, wenn $AF = A'F'$. In der That erfolgt daraus zunächst, dafs für O und O' die Unterschiede der Wege, welche die von entsprechenden Punkten der Wellen AIG und $A'I'G'$ ausgegangenen Strahlen durchlaufen haben, gleich seyn werden; denkt man sich also die beiden Wellen getheilt in proportionale Bogen, so werden die Vibrationen, welche diese nach O und O' senden, unter sich genau die nämlichen Grade von Accord und Discordanz besitzen, und folglich die beiden Resultanten aus ähnlichen Elementen zusammengesetzt seyn. Man sieht leicht, dafs dasselbe der Fall seyn mufs bei allen übrigen entsprechenden Punkten P und P', die so liegen, dafs die Geraden CP und $C'P'$ die Wellen AG und $A'G'$ in pro-

portionale Stücke theilen. Mithin folgt die Resultante der Elementarwellen in beiden Fällen demselben Gesetz.

Diefs gesetzt, bezeichne ich die Breiten AG und $A'G'$ der beiden Oeffnungen durch c und c', die Abstände CI und $C'I'$ durch a und a', die Abstände OI und $O'I'$ durch b und b'. Da die Geraden CP und $C'P'$ die Bogen AG und $A'G'$ in proportionale Stücke theilen, so hat man:

$$AG : A'G' \text{ oder } c : c' :: MI : M'I',$$

woraus:

$$\frac{c}{c'} = \frac{MI}{M'I'};$$

allein man hat überdiefs die beiden Proportionen:

$$CI : CO \text{ oder } a : a+b :: MI : PO$$

und

$$C'I' : C'O' \text{ oder } a' : a'+b' :: M'I' : P'O',$$

woraus:

$$PO = \frac{MI(a+b)}{a} \text{ und } P'O' = \frac{M'I'(a'+b')}{a'}.$$

Da diese beiden Breiten, der Hypothese nach, gleich gleich sind, so hat man:

$$\frac{MI(a+b)}{a} = \frac{M'I'(a'+b')}{a'}$$

oder

$$\frac{MI}{M'I'} = \frac{a(a'+b')}{a'(a+b)}.$$

Aber:

$$\frac{MI}{M'I'} = \frac{c}{c'} \text{ also } \frac{c}{c'} = \frac{a(a'+b')}{a'(a+b)},$$

oder:

$$ac'(a'+b') = a'c(a+b).$$

Diefs ist die erste Bedingungsgleichung. Man bedarf indefs noch einer andern, um die Gleichheit der Abstände AF und $A'F'$ auszudrücken. Wegen Kleinheit der Bogen AG und FH, $A'G'$ und $F'H'$ hat man:

$$AF = \frac{\overline{AI}^2}{2CI} + \frac{\overline{AI}^2}{2OI} = \tfrac{1}{8}\left(\frac{c^2}{a} + \frac{c^2}{b}\right)$$

$$= \tfrac{1}{8} \cdot \frac{c^2(a+b)}{ab},$$

eben so

$$A'F' = \tfrac{1}{8} \cdot \frac{c'^2(a'+b')}{a'b'},$$

folglich ist die zweite Bedingungsgleichung:

$$\frac{c^2(a+b)}{ab} = \frac{c'^2(a'+b')}{a'b'}.$$

Durch Combination dieser beiden Gleichungen findet man die Formeln:

$$b' = \frac{bc'}{c}$$

und

$$a' = \frac{ab'^2}{b(a+b) - ab'} = \frac{abc'^2}{c^2(a+b) - acc'},$$

mittelst welcher man die Abstände a' und b' berechnen kann, wenn die Breite c' der zweiten Oeffnung gegeben ist.

Zu bemerken ist, dafs die Gleichung $b' = \frac{bc'}{c}$ das Verhältnifs $b : b' = c : c'$ giebt, d. h. eine der Bedingungen für die Gleichheit der Fransen ist die, dafs die Abstände des Diaphragma's vom Mikrometer proportional seyen den Breiten der Oeffnungen.

Die Richtigkeit dieses Gesetzes habe ich durch folgenden Versuch geprüft. Die Breite der Oeffnung war anfangs zwei Millimeter, ihr Abstand vom leuchtenden Punkt $3^m,008$ und vom Mikrometer $1^m,236$; ich nahm mir darauf vor, dieselben Fransen mit einer Oeffnung von 1,5 Millimeter hervorzubringen. Nach den obigen Formeln müfste diese Oeffnung entfernt seyn vom leuchtenden Punkt $1^m,052$ und vom Mikrometer $0^m,927$.

Die folgende Tafel enthält die Resultate der ersten und zweiten Beobachtung; man sieht, sie stimmen vollkommen.

No. der dunkeln Zonen v. d. Mitte ab.	Bemerkungen zu den Beobachtungen.	Abstand d. Mittelpunkts von d. dunkelsten Punkten d. dunkeln Zonen.		Unterschiede.
		1. Beob.	2. Beob.	
1	Breite Zone. Lebhaft.	$0^{mm},0$	$0^{mm},0$	$0^{mm},0$
2	Sehr blafs. Lebhaft.	0 ,63	0 ,63	0
3	Minim. schwach. Dunkel.	1 ,11	1 ,11	0
4	Minim. schwach. Dunkel.	1 ,53	1 ,54	+0,01
5	Sehr dunkel.	1 ,96	1 ,96	0

Auf die Fransen, welche von opaken, sehr schmalen Körpern erzeugt werden, lassen sich ähnliche Schlüsse anwenden wie wir sie eben für kleine Oeffnungen gebraucht haben. Bezeichnet man dieselben Abstände mit denselben Buchstaben, und die Breite des schmalen Körpers, wie früher die der kleinen Oeffnung, mit c, so wird man zu denselben Formeln geführt.

$$b'=\frac{bc'}{c} \text{ und } a'=\frac{abc'^2}{(a+b)c^2-acc'}.$$

Ich habe das Gesetz auch für diesen Fall durch die Erfahrung bewährt. Nach Anwendung eines Stahldrahts von $1^{mm},325$ Durchmesser in der Entfernung $3^{m},047$ vom leuchtenden Punkt und $3^{m},526$ vom Mikrometer, bediente ich mich eines anderen Stahldrahts, der nur $0^{mm},78$ im Durchmesser hielt, und brachte diesen Draht und den Faden des Mikrometers in solche Entfernung von dem leuchtenden Punkt, dafs $a'=0^{m},779$ und $b'=2^{m},078$ war, d. h. gleich den aus der obigen Formel berechneten Werthen. Hier die Resultate dieser Beobachtungen:

No. der dunkeln Zonen von der Mitte ab.	Bemerkungen zu beiden Beobachtungen.	Abstand des Mittelpunkts v. den dunkelsten Punkten der dunkeln Zonen.		Unterschiede.
		1. Beob.	2. Beob.	
Innere				
1		0^{mm},76	0^{mm},74	+0^{mm},02
2	Sehr schwarz	2 ,12	2 ,13	−0 ,01
3		3 ,37	3 ,40	−0 ,03
Aeuſsere	Aeuſserst blaſs			
4 (1ste)	Schmal	4 ,31	4 ,32	−0 ,01
5 (2te)	Schmal	5 ,75	5 ,77	−0 ,02
6 (3te)	Sehr unbestimmt			
7 (4te)		7 ,54	7 ,58	−0 ,04

Diese beiden Beobachtungen stimmen nicht so gut wie die in der vorhergehenden Tafel überein; allein die Unterschiede übersteigen doch nicht die Gränzen der Ungenauigkeiten, welche diese Messungen, wegen der Breite der Fransen, mit sich führen.

Die Fransen, welche von einer Oeffnung oder einem undurchsichtigen, sehr schmalen Körper erzeugt werden, verändern sich nicht bloſs in absoluter Gröſse, wenn man a und b verändert, sondern auch in den relativen Lagen und Intensitäten, so daſs das Ansehen der Erscheinung ganz verändert wird. Dieſs rührt davon her, daſs die Resultante der von der Lichtwelle ausgesandten Vibrationen nicht mehr aus ähnlichen Elementen besteht. Dagegen aber sind die dunkeln und hellen Zonen, welche den Schatten eines Schirms von unbegränzter Ausdehnung umsäumen, immer auf gleiche Weise angeordnet, und bieten hinsichtlich ihrer Intensitäten und Zwischenräume immer dieselben Verhältnisse dar. Der Grund hievon ist leicht einzusehen.

Es sey AB und $A'B'$ (Fig. 11 Taf. II) der opake Körper in zwei verschiedenen Lagen gegen den leuchtenden Punkt und das Mikrometer oder die zur Auffangung der Fransen dienende Ebene. Im ersten Fall sind C

und PT, im letzten C' und $P'T'$ der leuchtende Punkt und diese Ebene. Ist nun P irgend ein Punkt in der Ebene PT, so kann man immer in der andern Ebene $P'T'$ einen solchen Punkt P' finden, dafs die Resultante der von der einfallenden Welle dahin gesandten Vibrationen aus ähnlichen Elementen besteht. Aus den Punkten C und C' als Mittelpunkten und mit Radien gleich CA und $C'A'$ beschreibe ich die Bogen AMI und $A'M'I'$, welche die einfallende Welle vorstellen, ferner beschreibe ich aus den Punkten P und P' als Mittelpunkten die tangirenden Bogen EMF und $E'M'F'$; die Intervalle zwischen diesen und den vorherigen geben die Unterschiede der Wege, welche die in P und P' zusammentreffenden Strahlen durchlaufen haben. Damit die leuchtenden Bewegungen, welche sich in P und P' äufsern, aus ähnlichen, unter sich in gleichem Grade vom Accord oder Discordanz stehenden Elementar-Vibrationen zusammengesetzt seyen, bedarf es nichts weiter als der Gleichheit der Intervalle AF und $A'F'$. Denn denkt man sich zwei einfallende Wellen getheilt in Stücke, die den Bogen AM und $A'M'$ proportional sind, so wird der Unterschied der durchlaufenen Wege gleich seyn für alle Strahlen, welche aus correspondirenden Theilpunkten abgegangen sind. Wegen Kleinheit der Bogen AM und MF, $A'M'$ und $M'F'$ hat man:

$$AF = \frac{\overline{AM}^2}{2MC} + \frac{\overline{AM}^2}{2MP}$$

oder

$$AF = \overline{AM}^2 \left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{2b}\right)$$

und

$$A'F' = \overline{A'M'}^2 \left(\frac{1}{2a'} + \frac{1}{2b'}\right),$$

man hat also:

$$\overline{AM}^2 \left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{2b}\right) = \overline{A'M'}^2 \left(\frac{1}{2a'} + \frac{1}{2b'}\right);$$

allein die Aehnlichkeit der Dreiecke CAM und CTP giebt $AM = \frac{a \cdot TP}{a+b}$ und eben so findet man

$$A'M' = \frac{a' \cdot T'P'}{a'+b'},$$

und substituirt man diese Werthe in der obigen Gleichung, so hat man als Bedingungsgleichung zwischen TP und $T'P'$:

$$T'P' = TP \cdot \frac{\sqrt{\frac{2b'(a'+b')}{a'}}}{\sqrt{\frac{2b(a+b)}{a}}}.$$

Daraus folgt, daſs die Variationen von $T'P'$ denen von TP proportional sind, und daſs also die entsprechenden Theile der Fransen in beiden Fällen eine durchaus ähnliche Lage besitzen. Dieſs ist der Grund, weshalb die Zwischenräume und die Intensitäten der dunkeln und hellen Zonen für alle Werthe von a und b immer die nämlichen Verhältnisse behalten *).

Ich nehme an, daſs der Punkt P, den man betrachtet, sey z. B. der dunkelste Punkt der dunkeln Zone erster Ordnung, und daſs man das Intervall AF, welches diesem Minimo entspricht, mit δ bezeichne; dann wird man haben:

$$\delta = \overline{AM}^2 \left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{2b}\right); \text{ allein } AM = \frac{a \cdot TP}{a+b}.$$

*) Als ich die äuſseren Fransen eines Seidenfadens so nahe wie möglich an ihrem Ursprung mit einer Linse von einer Linie Brennweite beobachtete, schienen mir die Verhältnisse der Intervalle etwas geändert zu seyn; allein es ist klar, daſs dieſs Gesetz sich etwas ändern muſs, wenn b und a sehr klein werden, weil die Strahlen, welche zur Erzeugung der Fransen beitragen, alsdann sehr merkliche Neigungen haben, also die Hypothese, auf welcher dieſs Gesetz beruht, nicht mehr richtig ist. Möglich ist auch, daſs bei einer so kleinen Entfernung das von dem Faden reflectirte Licht merklich auf die Erscheinung einwirkt und das Gesetz derselben stört.

Substituirt man diesen Werth in der vorherigen Gleichung, so ergiebt sich aus derselben:

$$TP = \sqrt{\frac{2b(a+b)\delta}{a}}.$$

Diese Formel ist durchaus der ähnlich, welche wir in der Annahme fanden, daſs die äuſseren Fransen durch das Zusammentreffen der directen und der am Rand des Schirmes reflectirten entspringen. Man sieht also, es folgt aus der neuen Theorie, wie aus der älteren Hypothese, daſs die Werthe von TP, welche verschiedenen Werthen von b entsprechen, einander nicht proportional, sondern die Ordinaten einer Hyperbel sind, deren Abscissen die Werthe von b abgeben.

Ich werde nun die allgemeinen Beziehungen angeben, welche zwischen den Breiten einer und derselben Franse stattfinden, wenn man dem opaken Körper verschiedene Lagen gegen den leuchtenden Punkt und das Mikrometer giebt. Wir haben gesehen, daſs sich diese Gesetze aus der Theorie ableiten lassen, ohne daſs man das Integral zu kennen braucht, welches für jeden Punkt die Resultante aller Elementar-Vibrationen vorstellt; allein um die absolute Breite dieser Fransen zu finden, ist es unumgänglich, diese Resultante zu berechnen; denn man kann die Lage der Maxima und Minima nicht anders bestimmen als durch den Vergleich ihrer verschiedenen Werthe oder mindestens durch die Kenntniſs der Function, welche diese Lage ausdrückt. Um dahin zu gelangen, werden wir auf das Huyghens'sche Princip die Methode anwenden, welche wir angegeben haben, um die Resultanten beliebig vieler Lichtwellen-Systeme von gegebener Intensität und Lage zu berechnen.

Anwendung der Interferenztheorie auf das Huyghens'sche Princip.

Es sey C (Fig. 12 Taf. II) ein leuchtender Punkt, dessen Wellen theilweis von dem opaken Körper aufgefan-

gen werden. Ich nehme zuvörderst an, dieser Schirm sey so breit, dafs das von der andern Seite G herkommende Licht so gut wie nicht da sey, damit man nur das links von A liegende Stück der Welle zu betrachten braucht. DB sey die Ebene, mit welcher man den Schatten und die denselben umsäumenden Fransen auffange. Es handelt sich nun darum, den Ausdruck für die Intensität des Lichts in irgend einem Punkt P dieser Ebene zu finden.

Beschreibt man von C, als Mittelpunkt und mit einem Radius gleich CA, den Kreisbogen AMI, so stellt derselbe die Lichtwelle dar, im Moment wo sie theilweis vom opaken Körper aufgefangen wird. In dieser Lage ist es, wo ich die Welle betrachte, um die Resultante der nach P gesandten Elementar-Vibrationen zu berechnen. Ginge man von einer früheren Lage $A'M'I'$ aus, so müfste man bestimmen, welche Wirkung die Dazwischensetzung des Körpers AG auf jede der von dem Bogen $A'M'I'$ ausfliefsenden Elementarwellen ausüben würde, und betrachtete man die Welle in einer späteren Lage, so müfste man zunächst die relativen, durch die Zwischensetzung des Schirms schon ungleich gewordenen Intensitäten ihrer verschiedenen Punkte bestimmen, was die Rechnungen viel verwickelter und vielleicht unausführbar machen würde. Betrachtet man sie dagegen im Moment, wo sie in A anlangt, so sind die Elemente der Rechnung sehr einfach, weil alle Theile der Welle noch eine gleiche Intensität haben, und überdiefs die davon ausfliefsenden Elementarwellen keine Störung von Seiten des opaken Körpers mehr erleiden können. Wie zahlreiche Unterabtheilungen man auch in diesen Elementarwellen erdenken mag, so ist doch klar, dafs sie dieselben seyn werden für jede dieser Wellen, weil sie sich frei nach allen Richtungen bewegen. Man braucht also nur die Axen dieser Bündel gebrochener Strahlen, d. h. die von den verschiedenen Punkten der Welle AMI nach dem

Punkt *P* gezogenen geraden Linien zu betrachten, und die Längenunterschiede dieser directen Strahleu werden die Unterschiede der Wege geben, welche die im Punkte *P* zusammentreffenden Etementar-Resultanten durchlaufen haben *).

*) Durch ähnliche Schlüsse kann man, ohne die Rechnungen auszuführen, mathematisch beweisen, dafs das Resultat immer dasselbe seyn mufs, man mag die erzeugende Welle betrachten im Moment, wo sie den Rand des Schirms erreicht, oder in einer früheren oder späteren Lage, wenn man berücksichtigt, im ersten Fall, die Abänderungen, welche die Elementarwellen von Seiten des Schirms erleiden, und im zweiten Fall, diejenigen, welche die erzeugende Welle schon erlitten hat. Bei einigem Nachdenken wird man einsehen, dafs diese verschiedenen Berechungsweisen der Resultante nur verschieden sind durch die Art der Gruppirung der Elementar-Vibrationen, in welche man die ursprüngliche Erschütterung eintheilt, und dafs man immer zu demselben Werth für die Lichtstärke im Punkt *P* gelangen mufs, wenn aus dieser Theorie wie aus jeder andern hervorgeht, dafs die Oscillationsgeschwindigkeit der Molecüle des Fluidums sich umgekehrt verhält wie der Abstand vom Erschütterungsmittelpunkt. Diefs können wir schon nachweisen, ohne den Ausdruck des Integrals zu kennen, welches diese Geschwindigkeit ausdrückt.

Nehmen wir zur Einheit des Abstands den des leuchtenden Punkts von der erzeugenden Welle in einer ihrer früheren Lage und zur Einheit der Oscillationsintensität die der Welle in der nämlichen Lage. Betrachten wir nun einen Punkt jenseits, in der Entfernung x vom leuchtenden Punkt, und folglich in der Entfernung $x-1$ von der erzeugenden Welle, ferner einen anderen Punkt in der Entfernung x' vom leuchtenden Punkt, und folglich in der Entfernung $x'-1$ von der erzeugenden Welle, und suchen nun nach einander die Resultante aller Elementar-Vibrationen, welche von der erzeugenden Welle nach diesen beiden Punkten gesandt werden. Wir wissen nicht, welche Intensität diese Welle in einem ihrer Elementen $dzdy$ hat, aber wir wissen, dafs ihre Oscillationsgeschwindigkeit abnehmen mufs wie die Entfernung zunimmt, und dafs, wenn sie z. B. in dem ersten Punkt $\frac{1}{x-1}$ ist, sie in dem zweiten $\frac{1}{x'-1}$ seyn mufs. Diefs gesetzt, denken wir uns, zur leichteren Vergleichung der

Um nun ihre totale Resultante zu berechnen, beziehe ich dieselben mittelst des Verfahrens, welches ich bei Lösung des Interferenzproblems angegeben habe, auf die vom Punkt M, in der Geraden CP, ausgegangenen Welle, und auf eine andere Welle, die von letzterer um eine Viertel-Undulation absteht. Ich bezeichne mit dz irgend eins der kleinen Stücke nn' der ursprünglichen Welle und durch z den Abstand desselben vom Punkte M, dabei nur den Durchschnitt der Welle mit

beiden Resultanten, die erzeugende Welle nach einander in den beiden Fällen getheilt in Elemente, welche für die beiden Punkte gleichen Unterschieden in den durchlaufenen Wegen entsprechen; alsdann werden ihre Grade von Accord oder Discordanz gleich seyn. Bei den geringen Schiefen, bei denen diese Strahlen merkliche Effecte hervorbringen können, ist der Längenunterschied zwischen einem jeden derselben und dem (auf der Welle) senkrechten Strahl proportional dem Quadrat des Zwischenraums zwischen den Punkten, von denen sie ausgegangen sind, mithin sind die entsprechenden Elemente der beiden Eintheilungen unter einander proportional. Durch eine sehr einfache geometrische Rechnung findet man, dafs die Dimensionen der Elemente der sich auf den ersten Punkt beziehenden Eintheilung zu den Dimensionen der Elemente der auf den zweiten Punkt bezüglichen Theilung sich verhalten wie

$$\sqrt{\frac{x-1}{x}} \text{ zu } \sqrt{\frac{x'-1}{x'}}.$$

Die Oberflächen der entsprechenden Elemente verhalten sich also wie $\frac{x-1}{x}$ zu $\frac{x'-1}{x'}$, und folglich würden die beiden Resultanten in demselben Verhältnifs stehen, wenn die Strahlen in den beiden Fällen eine gleiche Intensität hätten; allein wir bemerkten eben, dafs die Oscillationsgeschwindigkeit der nach dem ersten Punkt gesandten Strahlen sich zu der der nach dem zweiten Punkt gesandten Strahlen verhält wie $\frac{1}{x-1}$ zu $\frac{1}{x'-1}$; mithin verhält sich die erste Resultante zu der zweiten wie

$$\frac{x-1}{x}\cdot\frac{1}{x-1} \text{ zu } \frac{x'-1}{x'}\cdot\frac{1}{x'-1} \text{ oder wie } \frac{1}{x}:\frac{1}{x'},$$

d. h, umgekehrt wie die Abstände dieser beiden Punkte von dem leuchtenden Punkt.

einer auf dem Rand des Schirms senkrechten Ebene betrachtend, da dieses, wie ich gezeigt habe, hinreichend ist, die Lage und die *relativen* Intensitäten der dunkeln und hellen Zonen zu bestimmen. Der Abstand ns zwischen der Welle AMI und dem von P als Mittelpunkt beschriebenen tangirenden Bogen ist $= \frac{1}{2} \frac{z^2(a+b)}{ab}$, worin a und b immer die Entfernungen CA und AB bezeichnen. Drückt man die Länge einer Welle durch λ aus, so hat man für die Componente der betrachteten Welle, bezogen auf die vom Punkt M ausgegangene Welle:

$$dz . \cos\left(\pi . \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)$$

und für die andere Componente bezogen auf eine Welle, die von der ersteren um eine Viertel-Undulation verschieden ist:

$$dz . \sin\left(\pi . \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right).$$

Macht man die Summe der ähnlichen Componenten aller übrigen Elementarwellen, so hat man:

$$\int dz . \cos\left(\pi . \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right) \text{ und } \int dz . \sin\left(\pi . \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)$$

folglich ist die Hauptresultante aller dieser kleinen Bewegungen oder die Intensität der Lichtvibrationen im Punkte P gleich:

$$\sqrt{\left[\int dz . \cos\left(\pi . \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)\right]^2 + \left[\int dz . \sin\left(\pi . \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)\right]^2}$$

Was die Intensität des Eindrucks auf das Gesichtsorgan betrifft, welche proportional seyn muſs dem Quadrat der Geschwindigkeiten, mit denen die Molecüle des Eindrucks begabt sind, so wird der Ausdruck für dieselbe seyn:

$$\left[\int dz . \cos\left(\pi . \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)\right]^2 + \left[\int dz . \sin\left(\pi . \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)\right]^2 .$$

Diesen werde ich *Lichtintensität* nennen, um mich der gewöhnlichen Bedeutung dieses Wortes anzuschlie-

fsen; den Ausdruck *Vibrationsintensität* behalte ich zur Bezeichnung des Geschwindigkeitsgrades, welchen die Aethermolecüle bei ihren Oscillationen besitzen.

In dem Fall, den wir betrachten, wo der Körper AG so breit ist, dafs man das von der andern Seite G herkommende Licht vernachlässigen kann, müssen die Integrale von A an bis ins Unendliche nach der Seite I hin genommen werden. Sie zerfallen natürlich in zwei Theile, einen, der zwischen A und M liegt, und einen andern von M bis ins Unendliche nach I hin. Letzterer bleibt constant, während ersterer mit der Lage des Punkts P variirt. Diese Variationen sind es nun, welche die Breite und die relativen Intensitäten der hellen und dunkeln Zonen bestimmen.

Die Analyse giebt einen geschlossenen Ausdruck für die Integrale:

$$\int dz . \cos\left(\pi . \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right) \text{ und } \int dz . \sin\left(\pi . \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right),$$

wenn dieselben von $z=0$ bis $z=\infty$ genommen werden; allein zwischen anderen Gränzen kann man ihren Werth nur mittelst Reihen oder partieller Integrationen erhalten. Nach dem letzteren Verfahren, welches mir das bequemste zu seyn schien, habe ich die weiterhin folgende Tafel berechnet, und dabei die Gränzen eines jeden partiellen Integrals so eng gezogen, dafs das darin enthaltene Quadrat der Hälfte des Bogens vernachlässigt werden konnte *). Dieser Bogen ist hier ein Zehntel-Qua-

*) Wenn i und $i+t$ die sehr nahe an einander liegenden Gränzen sind, zwischen welchen man $dv . \cos . qv^2$ und $dv . \sin . qv^2$ integriren soll, so findet man durch die Annäherungsformeln, welche diese Integrale geben, wenn man das Quadrat von $\frac{1}{2}t$ vernachlässigt:

$$\int dv \cos . qv^2 = \frac{1}{2q(i+t)}[\sin q(i+t)(i+3t) - \sin q(i+t)(i-t)]$$

$$\int dv \sin . qv^2 = \frac{1}{2q(i+t)}[-\cos q(i+t)(i+3t) + \cos q(i+t)(i-t)]$$

drant; diefs giebt den Resultaten eine gröfsere Genauigkeit, als man mit den Beobachtungen erreichen kann. Zu mehrer Einfachheit habe ich $\int dv \,.\, \cos q \,.\, v^2$ und $\int dv \,.\, \sin \,.\, q \,.\, v^2$, worin q den Quadranten oder $\frac{1}{2}\pi$ vorstellt, statt der obigen Integrale substituirt, da man sehr leicht von diesen zu jenen übergehen kann.

Numerische Werthe der Integrale $\int dv \,.\, \cos \,.\, q v^2$ und $\int dv \,.\, \sin \,.\, q v^2$.

Gränzen der Integrale.	$\int dv \cos q v^2$.	$\int dv \sin q v^2$.
von $v = 0^q$		
bis $v = 0^q,1$	0,0999	0,0006
bis $v = 0,2$	0,1999	0,0042
0,3	0,2993	0,0140
0,4	0,3974	0,0332
0,5	0,4923	0,0644
0,6	0,5811	0,1101
0,7	0,6597	0,1716
0,8	0,7230	0,2487
0,9	0,7651	0,3391
1,0	0,7803	0,4376
1,1	0,6643	0,5359
1,2	0,7161	0,6229
1,3	0,6393	0,6859
1,4	0,5439	0,7132
1,5	0,4461	0,6973
1,6	0,3662	0,6388
1,7	0,3245	0,5492
1,8	0,3342	0,4509

Grän-

Diefs sind die Formeln, welche ich zur Berechnung der Tafel angewandt habe. Ist t so klein, dafs man nicht blofs das Quadrat seiner Hälfte, sondern gar das Quadrat seines ganzen Werths vernachlässigen darf, so kann man sich der folgenden noch einfacheren Formeln bedienen:

$$\int dv \,.\, \cos \,.\, q v^2 = \left(\begin{matrix} v = i \\ v = i + t \end{matrix}\right) = \frac{1}{2 i q} [\sin q i (i + 2 t) - \sin q i^2]$$

$$\int dv \,.\, \sin \,.\, q v^2 = \left(\begin{matrix} v = i \\ v = i + t \end{matrix}\right) = \frac{1}{2 i q} [- \cos q i (i + 2 t) + \cos q i^2].$$

Gränzen der Integrale.	$\int dv \cos q v^2$.	$\int dv \cos \sin q v^2$.
von $v=0$		
bis $v=1,9$	0,3949	0,3732
2,0	0,4886	0,3432
2,1	0,5819	0,3739
2,2	0,6367	0,4553
2,3	0,6271	0,5528
2,4	0,5556	0,6194
2,5	0,4581	0,6190
2,6	0,3895	0,5499
2,7	0,3929	0,4528
2,8	0,4678	0,3913
2,9	0,5527	0,4098
3,0	0,6061	0,4959
3,1	0,5621	0,5815
3,2	0,4668	0,5931
3,3	0,4061	0,5191
3,4	0,4388	0,4294
3,5	0,5328	0,4149
3,6	0,5883	0,4919
3,7	0,5424	0,5746
3,8	0,4485	0,5654
3,9	0,4226	0,4750
4,0	0,4986	0,4202
4,1	0,5739	0,4754
4,2	0,5420	0,5628
4,3	0,4497	0,5537
4,4	0,4385	0,4620
4,5	0,5261	0,4339
4,6	0,5674	0,5158
4,7	0,4917	0,5668
4,8	0,4340	0,4965
4,9	0,5003	0,4347
5,0	0,5638	0,4987
5,1	0,5000	0,5620
5,2	0,4390	0,4966
5,3	0,5078	0,4401
5,4	0,5573	0,5136
5,5	0,4785	0,5533

Werden die Integrale $\int dv \cos . qv^2$ und $\int dv \sin . qv^2$ von Null bis in's Unendliche genommen, so sind beide gleich $\frac{1}{2}$. Um demnach mittelst der Tafel die Lichtstärke zu finden, welche einer gegebenen Lage des Punktes P, oder, was dasselbe ist, einem bestimmten Werth von v, betrachtet als eine der Gränzen der Integration, die auf der andern Seite bis in's Unendliche getrieben wird, entspricht, mufs man in der Tafel die Werthe von $\int dv \cos . qv^2$ und $\int dv \sin . qv^2$, welche diesem Werthe von v entsprechen, aufsuchen, zu beiden $\frac{1}{2}$ addiren und die Summe ihrer Quadrate nehmen.

Der blofse Anblick der Tafel zeigt die periodischen Variationen der Lichtstärke, in dem Maafse, als man sich vom Rande des geometrischen Schattens entfernt. Um die Werthe von v zu erhalten, welche den Maximis und Minimis, d. h. den hellsten und dunkelsten Punkten der hellen und dunkeln Zonen entsprechen, habe ich zunächst in der Tafel die ihnen am nächsten kommenden Zahlen aufgesucht und die entsprechenden Lichtintensitäten berechnet, alsdann mittelst dieser Angaben und mit Hülfe einer sehr einfachen Näherungsformel die den Maximis und Minimis entsprechenden Werthe von v mit hinreichender Genauigkeit bestimmt.

Bezeichnet man mit i den genäherten Werth von v, welchen die Tafel unmittelbar giebt, durch I und Y die demselben entsprechenden von $\frac{1}{2} + \int dv . \cos qv^2$ und $\frac{1}{2} + \int dv . \sin qv^2$, und durch t endlich den kleinen Bogen, welchen man zu v addiren mufs, um das Maximum oder Minimum des Lichts zu erreichen, so findet man, wenn man in der Rechnung die Quadrate von t vernachlässigt, für den Werth von t, welcher dem Maximum oder Minimum entspricht, die Formel:

$$\sin[q(i^2+2it)] = \sqrt{\frac{2qiI - \sin qi^2}{[(qiI - \sin qi^2)^2 + (2qiY + \cos qi^2)^2]}} \ldots {}^{*})$$

*) Ich glaube die Rechnung, welche mich zu dieser Formel leitete,

Substituirt man in dieser Formel die aus der Tafel gezogenen Werthe, so erhält man folgende Resultate:

hieher setzen zu müssen, damit man sehe, daſs die mit ihr verknüpften Ungenauigkeiten eben so klein, als die der Tafel sind.

$$\int dv\,.\cos qv^2 \binom{v=-\infty}{v=i+t} = \int dv \cos qv^2 \binom{v=-\infty}{v=i}$$
$$+\int dv \cos qv^2 \binom{v=i}{v=i+t} = I + \int dv \cos qv^2 \binom{v=i}{v=i+t}.$$

Um $\int dv\,.\cos qv^2$ von $v=i$ bis $v=i+t$ zu integriren, mache ich $v=i+u$, und habe so:

$$\int dv \cos qv^2 \binom{v=i}{v=i+t} = \int du\,.\cos q(i^2+2iu+u^2) \binom{u=v}{n=t}.$$

Da nun i die Zahl in der Tafel ist, welche dem gesuchten Bogen $i+t$ am nächsten kommt, so ist t kleiner als die Hälfte der Differenz zweier auf einander folgenden Zahlen in der Tafel, und man kann folglich das Quadrat desselben bei der Integration vernachlässigen, ohne einen gröſseren Fehler, als in der Tafel enthalten ist, zu begehen. Da nun das besagte Integral bloſs von $u=0$ bis $u=t$ genommen werden soll, so kann man u^2 in der Parenthese vernachlässigen, und so wird es:

$$\int du \cos q(i^2+2iu) \binom{u=v}{u=t},$$

welches gleich ist:

$$\frac{1}{2qi}[\sin q(i^2+2it) - \sin qi^2];$$

man hat also:

$$\int dv \cos qv^2 \binom{v=-\infty}{v=i+t} = I + \frac{1}{2qi}[\sin q(i^2+2it) - \sin qi^2]$$

und findet eben so:

$$\int dv \sin qv^2 \binom{v=-\infty}{v=i+t} = Y + \frac{1}{2qi}[-\cos q(i^2+2it) + \cos qi^2]$$

folglich ist der Ausdruck für die Lichtstärke an dem betrachteten Punkt:

$$\left\{I + \frac{1}{2qi}[\sin q(i^2+2it) - \sin qi^2]\right\}^2$$
$$+ \left\{Y + \frac{1}{2qi}[-\cos q(i^2+2it) + \cos qi^2]\right\}^2.$$

Um den dem Maximo oder Minimo dieses Ausdrucks entsprechenden Werth von t zu finden, muſs man den Differentialcoëfficienten dieses Ausdrucks, genommen in Bezug auf t, gleich Null setzen; dieſs giebt die Bedingungsgleichung:

Maxima und Minima für die äufseren Fransen und entsprechenden Lichtintensitäten.

	Werthe von v.	Lichtstärke.
Maximum erster Ordnung	1,2172	2,7413
Minimum - -	1,8726	1,5570
Maximum zweiter -	2,3449	2,3990
Minimum - -	2,7392	1,6867
Maximum dritter -	3,0820	2,3022
Minimum - -	3,3913	1,7440
Maximum vierter -	3,6742	2,2523
Minimum - -	3,9372	1,7783
Maximum fünfter -	4,1832	2,2206
Minimum - -	4,4160	1,8014
Maximum sechster -	4,6369	2,1985
Minimum - -	4,8479	1,8185
Maximum siebenter -	5,0500	2,1818
Minimum - -	5,2442	1,8317

Zu bemerken ist, dafs kein Minimum gleich Null ist, wie bei den Newton'schen Ringen oder den durch das Zusammentreffen zweier gleich starken Lichtbündel entste-

---

$$0=\left[I+\frac{1}{2qi}\left(\sin q(i^2+2it)-\sin qi^2\right)\right]\left[\cos q(i^2+2it)\right]$$
$$+\left[Y+\frac{1}{2qi}\left(-\cos q(i^2+2it)+\cos qi^2\right)\right]\left[\sin q(i^2+2it)\right].$$

Vollzieht man die Multiplicationen und reducirt, so wird diese Gleichung:

$$0=\cos q(i^2+2it)\left(I-\frac{1}{2qi}\sin qi^2\right)$$
$$+\sin q(i^2+2it)\left(Y+\frac{1}{2qi}\cos qi^2\right).$$

Bezeichnet man, Kürze halber, $\sin q(i^2+it)$ mit x, so wird $\cos q(i^2+2it)$ gleich $\sqrt{1-x^2}$; substituirt man diese Werthe und schafft die Wurzelgröfsen fort, so findet man:

$$x^2\left(Y+\frac{1}{2qi}.\cos qi^2\right)^2=(1-x)^2\left(-I+\frac{1}{2qi}\sin qi^2\right)^2,$$

woraus x oder $\sin q(i^2+2it)=$

$$\frac{2qiI-\sin qi^2}{\sqrt{\left[(qiI-\sin qi^2)^2+(2qiY+\cos qi^2)^2\right]}}.$$

henden Fransen, und dafs der Unterschied zwischen den Maximis und Minimis in dem Maafse abnimmt als man sich von der Tangente des Körperrandes entfernt. Hiedurch wird sehr wohl erklärt, weshalb die die Schatten umsäumenden Fransen minder lebhaft und minder zahlreich sind, als Newton'sche Ringe, oder als die Fransen, welche man durch Reflexion eines Lichtpunkts an zwei schwach gegen einander geneigten Spiegeln erhält.

Um mittelst dieser Zahlen die Breite der äufsern Fransen zu berechnen, mufs man sich erinnern, dafs wir die Integrale $\int dv \,.\, \cos qv^2$ und $\int dv \,.\, \sin qv^2$ statt der Integrale des Problems:

$$\int dz . \cos\left(2q . \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right) \text{ und } \int dz . \sin\left(2q . \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)$$

setzten, indem wir $2q \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda} = qv^2$ machten; hieraus ist $z = v\sqrt{\frac{ab\lambda}{2(a+b)}}$, folglich:

$$\int dz . \cos\left(2q . \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right) = \sqrt{\frac{ab\lambda}{2(a+b)}} . \int dv . \cos qv^2$$

und

$$\int dz . \sin\left(2q . \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right) = \sqrt{\frac{ab\lambda}{2(a+b)}} . \int dv . \sin qv^2,$$

also:

$$\left[\int dz . \cos\left(2q . \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)\right]^2 + \left[\int dz . \sin\left(2q . \frac{z^2 a+b)}{ab\lambda}\right)\right]^2$$

$$= \frac{ab\lambda}{2(a+b)} [(\int dv . \cos qv^2)^2 + (\int dv . \sin qv^2)^2].$$

Da nun $\frac{ab\lambda}{2(a+b)}$ ein constanter Factor ist, so folgt, dafs die beiden Gröfsen:

$$\left[\int dz \, \cos\left(2q \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)\right]^2 \text{ und } \left[\int dz . \sin\left(2q \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)\right]^2$$

und:

$$(\int dv \,.\, \cos qv^2)^2 + (\int dv \,.\, \sin qv^2)^2$$

gleichzeitig ihr Maximum oder ihr Minimum erreichen; und wenn man durch n den Werth von v bezeichnet, welcher einem Maximo oder Minimo entspricht, so wird der entsprechende Werth von z gegeben seyn durch die Gleichung:

$$z = n\sqrt{\frac{ab\lambda}{2(a+b)}}.$$

Hieraus wird nun die Breite x einer Franse *) abgeleitet durch die Proportionen $a : z :: a+b : x$, woraus $x = \frac{z(a+b)}{a}$, oder wenn man statt z seinen Werth setzt

$$x = n\sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)b\lambda}{a}}.$$

Es ist zu bemerken, daſs die Wurzelgröſse genau der Abstand ist des Randes des geometrischen Schattens von dem Punkt, welcher einem Unterschied von einer Viertel-Undulation zwischen dem directen und dem vom Rande des Körpers ausgegangenen Strahle entspricht. Dieſs Resultat war leicht vorherzusehen, denn es ist genau der entsprechende Werth von v, welcher in der Tafel über die numerischen Werthe der Integrale $\int dv . \cos qv^2$ und $\int dv . \sin qv^2$ zur Einheit angenommen ward.

Substituirt man in der Formel

$$x = n\sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)b\lambda}{a}}$$

statt n den Werth, welcher dem Minimo erster Ordnung, d. h. dem dunkelsten Punkt der dunkeln Zone erster Ordnung entspricht, so hat man:

$$x = 1{,}873 . \sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)b\lambda}{a}}.$$

Geht man von der Hypothese aus, daſs die Fransen durch das Zusammentreffen der directen und der am Rande des undurchsichtigen Körpers reflectirten Strahlen erzeugt seyen, und nimmt man überdieſs an, daſs die reflectirten Strahlen eine Verzögerung von einer halben

*) D. h. der Abstand ihres dunkelsten oder hellsten Punkts vom Rand des geometrischen Schattens. P.

Undulation erlitten haben, so findet man für dieselbe Zone:

$$x = \sqrt{\frac{2(a+b)b\lambda}{a}} \text{ oder } x = 2\sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)b\lambda}{a}},$$

mithin verhalten sich diese beiden Werthe wie 2 zu 1,873. Der zweite ist merklich kleiner als der erste, weil der Unterschied beinah ein Fünftel beträgt. Man kann also durch sehr genaue Messungen entscheiden, welche der beiden Theorien am besten mit der Erfahrung übereinstimmt, wenn man sich dabei eines homogenen Lichts bedient, dessen Wellenlänge genau bekannt ist.

Am bequemsten zur Bestimmung der Wellenlänge schien es mir zunächst, die Breite der von zwei leicht gegen einander geneigten Spiegeln hervorgebrachten Fransen und zugleich den Abstand zwischen den beiden Bildern des leuchtenden Punkts zu messen; allein da die geringste Krümmung der Spiegel die Genauigkeit beeinträchtigen konnte, zo zog ich es vor, die Fransen anzuwenden, welche mittelst einer schmalen Oeffnung und der zuvor erwähnten cylindrischen Linse erhalten werden. Wir haben damals gesehen, daſs der Raum zwischen den Mitten irgend zweier benachbarten dunkeln Zonen zur Rechten oder Linken der Oeffnung gleich ist $\frac{b\lambda}{c}$, wo λ immer die Wellenlänge, c die Breite der Oeffnung und b deren Abstand vom Mikrometer bezeichnet; daſs dagegen der Abstand zwischen den dunkelsten Punkten der beiden Zonen erster Ordnung genau doppelt so groſs ist als jener Zwischenraum. Mittelst dieser Angaben ist es leicht den Werth von λ aus der Messung der Fransen abzuleiten.

Die folgende Tafel enthält die Resultate von fünf solchen Beobachtungen, nebst den aus ihnen abgeleiteten Wellenlängen. Ich habe dabei die verschiedenen Werthe von a oder dem Abstand des leuchtenden Punkts vom Diaphragma angeführt, um, wenn sie auch für die Rech-

nung überflüssig sind, doch alle Umstände des Versuchs angegeben zu haben. Diese Messungen sind angestellt mit einem beinah homogenen rothen Lichte, erhalten mittelst des zuvor erwähnten Glases, dessen ich mich bei allen meinen Versuchen bediente, um sie vollkommen vergleichbar zu machen. Alle diese Messungen wurden mindestens vier Mal angestellt, und die Mittelwerthe aus ihnen sind in folgender Tafel angegeben.

Abstand des Diaphragmas vom		Breite der Oeffnung.	Anzahl der jedesmal gemessenen Intervalle	Mittel aus den Mikrometer-Messungen.	Wellenlänge, hergeleitet aus diesen Messungen.
leuchtenten Punkt. *a.*	Mikrometer. *b.*	*c.*	$\frac{b\lambda}{c}$		
2^m,507	1^m,140	2^{mm},00	6	2^{mm},185	0^m,000639
2 ,010	1 ,302	4 ,00	10	2 ,075	0 ,000637
2 ,010	1 ,302	3 ,00	8	2 ,222	0 ,000640
1 ,304	2 ,046	3 ,00	8	3 ,466	0 ,000635
1 ,304	2 ,046	2 ,00	6	3 ,922	0 ,000639

Summe der fünf Resultate 0,003190
Fünftel dieser Summe oder Mittelwerth 0,000638

Man sieht, dafs diese Resultate ziemlich wohl unter sich stimmen, weil sie höchstens um ein Hundertel von einander abweichen. Das Mittel aus ihnen $0,^{mm}$,000638 ist die Wellenlänge, welche ich angenommen und bei allen meinen Versuchen zur Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung angewandt habe *).

*) Nach Newton's Messungen bei den Farbenringen ist die Undulationslänge für die äufsersten rothen Strahlen 0^{mm},000645, die für die Strahlen an der Gränze des Roth und Orangefarbenen 0^{mm},000596, also die für die mittleren rothen Strahlen 0^{mm},000620. Mithin entspräche die Länge 0^{mm},000638 einem Punkt des Sonnenspectrums, der dem Ende des Roth näher läge als der Mitte desselben, wenn Newton's Angaben nicht zu ein wenig klein sind.

Bei den ersten Diffractionsversuchen, welche ich mit einem homogenen Lichte angestellt und in den *Annal. de chimie et de physique* bekannt gemacht habe, bediente ich mich nicht des näm-

Bevor ich diesen Werth von λ zur Berechnung der äufsern und innern Fransen bei den Schatten der Körper anwandte, wollte ich ihn noch bei den Fransen prüfen, die von zwei unter einem sehr stumpfen Winkel gegen einander geneigten Spiegeln erzeugt werden. Diefs ist der einfachste Fall von Interferenz, weil man nur zwei Wellensysteme zu betrachten hat, welche ihre Mittelpunkte in den beiden Bildern des leuchtenden Punkts zu liegen haben *). Man kann auf diese Erscheinung die Formel $\frac{b\lambda}{c}$ anwenden, da sie den zwischen zwei benachbarten Minimis enthaltenen Zwischenraum giebt, welchen wir für die inneren Fransen des Schattens eines schmalen Körpers in der Hypothese gefunden haben, dafs alles reflectirte Licht unmittelbar vom Rande des Schirms von der Breite c ausgehe. In dem von zwei Spiegeln

lichen rothen Glases, wie hier; doch glaube ich, dafs das Licht, welches es giebt, sehr wenig von dem hier angewandten abweicht. Wendet man bei Berechnungen der Beobachtungen in meiner ersten Abhandlung eine Wellenlänge $=0^{mm},000638$ an, so findet man indefs ziemlich beträchtliche Unterschiede zwischen der Erfahrung und Theorie, worauf Hr. Babinet mich aufmerksam gemacht hat. Sie rühren jedoch von der Ungenauigkeit meiner ersten Beobachtungen her, die in dem dunkeln Zimmer der polytechnischen Schule angestellt wurden; die Bretterwand daselbst, obgleich stark, hatte nicht ganz die nöthige Festigkeit, wie ich mich später überzeugte, als ich bemerkte, dafs der Faden des Mikrometers seine Lage ein wenig änderte, wenn man links oder rechts vom Fufs des Instruments auf den Boden trat. Die neuen Beobachtungen, deren Resultate ich hier darbiete, verdienen weit mehr Zutrauen, da das Mikrometer auf einem Gewölbe stand, und ich auch überhaupt mehr Erfahrung über alle zur Erreichung genauer Messungen nöthigen Vorsichtsmafsregeln erlangt hatte.

*) Theilt man jede der beiden einfallenden Wellen in kleine Elementarwellen, wie wir es bei den übrigen Diffractionserscheinungen gethan, so wird man offenbar zu demselben Resultat gelangen, weil die Integrale dieser beiden Systeme fingirter Elementarwellen genau die beiden wirklichen, an den Spiegeln reflectirten Wellen sind.

erzeugten Interferenzphänomen stellt *o* den Abstand zwischen den beiden Bildern des leuchtenden Punktes dar.

Ich will hier nur zwei Versuche anführen, die einzigen, bei denen ich keine der zur Vermeidung von Fehlern nöthigen Vorsichtsmaſsregeln vernachlässigt habe. Da ich mir keine mit hinreichender Genauigkeit ebene Metallspiegel verschaffen konnte, so bediente ich mich zweier unbelegten Spiegelgläser von sehr vollkommener Arbeit, und überzog sie auf der Rückseite mit einem schwarzen Firniſs, um die zweite Reflexion zu zerstören. Beide befestigte ich mit weichem Wachs auf einem Träger, und drückte sie nur gelinde, um Biegungen zu verhüten. Eine Unbequemlichkeit bei dieser Befestigungsweise besteht darin, daſs zuweilen die Spiegel ihre Stellung während des Versuchs ein wenig ändern, und die geringsten Veränderungen hierin machen den Versuch fehlerhaft. Um Fehler dieser Art zu verhüten, traf ich die Sorgfalt, die Fransen vor und nach der Messung des Abstands zwischen beiden Bildern des leuchtenden Punkts zu messen, um versichert zu seyn, daſs sie ihre Breite während dieser Operation nicht verändert hätten. Den Zwischenraum zwischen den beiden Bildern des leuchtenden Punkts bestimmte ich mittelst eines Schirms, welcher sich in einer gewissen Entfernung vom Mikrometer befand und ein kleines kreisrundes Loch besaſs, jedoch von solcher Gröſse, daſs die Mitte seines Schattens statt hell und ausgebreitet zu seyn, wie es der Fall bei Anwendung einer sehr kleinen Oeffnung ist, von einem sehr kleinen dunkeln Kreis eingenommen ward, was die Messungen genauer macht. Dieser Schirm war so weit von den beiden Spiegeln entfernt, daſs die Ränder des Lochs hinlänglich abstanden von den Gränzen des gemeinschaftlichen Theils der beiden Lichtfelder, und diese also keinen merklichen Einfluſs auf die centralen Fransen des kleinen Loches haben konnten. Ich maſs den Abstand zwischen den Mitten der beiden Lichtprojectionen des

kleinen Lochs, die gegen die von den beiden Spiegeln erzeugten Fransen symmetrisch lagen, und zwar in der Höhe des Mikrometers, so dafs ich nicht genöthigt war, dasselbe in seiner Lage zu ändern, eine unumgängliche Bedingung, weil diese Fransen fast nie dieselbe Breite in ihrer ganzen Ausdehnung besitzen. Da ich überdiefs den Abstand des kleinen Lochs vom Mikrometer und von den beiden Bildern des Lichtpunkts kannte, so konnte ich durch eine einfache Proportion den Zwischenraum zwischen jenen beiden Bildern bestimmen. Folgendes sind die Resultate meiner Beobachtungen. Jede Mikrometermessung ist wenigstens vier Mal gemacht worden.

Erste Beobachtung.

Abstand des leuchtenden Punkts von den Spiegeln	2^m,323
- der Spiegel vom kleinen Loch	3 ,171
- des kleinen Lochs vom Mikrometer	1 ,522
Gesammter Abstand oder *b*	7^m,016
Abstand zwischen den Mitten der beiden Lichtprojectionen des kleinen Lochs	3^{mm},370
Daraus abgeleiteter Abstand zwischen beiden Bildern des leuchtenden Punkts	12 ,16
Breite von elf Fransen, aus obigen Angaben nach der Formel $\frac{11b\lambda}{c}$ berechnet	4^{mm},05
Die Beobachtung gab	4 ,06
Unterschied	-0^{mm},01

Zweite Beobachtung.

Abstand des leuchtenden Punkts von den Spiegeln	2^m,321
- der Spiegel vom kleinen Loch	3 ,105
- des kleinen Lochs vom Mikrometer	1 ,533
Gesammter Abstand oder *b*	6^m,959

Abstand zwischen den Mitten der beiden Lichtprojectionen des kleinen Lochs	$4^{mm},140$
Daraus hergeleiteter Abstand zwischen den beiden Bildern des leuchtenden Punkts	14 ,65
Breite von elf Fransen, aus obigen Angaben nach der Formel $\frac{11 b \lambda}{c}$ berechnet	$3^{mm},33$
Die Beobachtung gab	3 ,35
Unterschied	$-0^{mm},02.$

Eine ganz ähnliche Erscheinung wie die, welche die beiden Spiegel darbieten, erhält man durch Anwendung eines Glases, dessen eine Seite aus einer einzigen Ebene, die andere aber aus zwei Ebenen besteht, die unter sich einen ausspringenden, aber sehr stumpfen Winkel bilden, damit die beiden, von diesem Glase erzeugten Bilder des leuchtenden Punkts so nahe liegen, dafs die Fransen hinlänglich breit und wahrnehmbar werden. Durch die Dazwischensetzung dieses Glases entstehen, wie durch die Reflexion an zwei Spiegeln, zwei Lichtwellensysteme, die bei ihren gegenseitigen Durchschnitten, je nach ihrem Accord oder Discord, helle und dunkle Zonen erzeugen. Es ist klar, dafs die nämlichen Formeln auf beide Erscheinungen anwendbar sind. Folgendes sind die Resultate eines mit einem solchen prismatischen Glase angestellten Versuchs, wobei übrigens eben so verfahren wurde, wie vorhin bei den von zwei Spiegeln erzeugten Fransen.

Abstand d. leuchtenden Punkts vom kleinen Loch	$5^{m},877$
- des kleinen Lochs vom Mikrometer	1 ,265
Gesammter Abstand oder Werth von b	$7^{m},142$
Abstand zwischen den Mitten der Lichtprojectionen des kleinen Lochs	$4^{mm},66$
Daraus hergeleiteter Abstand zwischen den beiden Bildern des leuchtenden Punkts	21 ,65

Breite von elf Fransen, aus den obigen Angaben

nach der Formel $\frac{11 b \lambda}{c}$ berechnet	2mm,31
Die Beobachtung gab	2 ,30
Unterschied	+0mm,01.

Nachdem ich auf solche Weise bei Phänomenen, deren theoretische Gesetze die einfachsten und einleuchtendsten sind, die Wellenlänge, welche aus der Messung der von einer engen Oeffnung mit cylindrischer Linse erzeugten Fransen hergeleitet war, bestätigt gefunden hatte, wandte ich dieselbe Wellenlänge zur Berechnung der äufsern Fransen der Schatten an, mittelst der Formel:

$$x = n \sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b) b \lambda}{a}},$$

in welcher ich statt n die verschiedenen aus der Tafel der Maxima und Minima gezogenen Werthe setzte.

Die folgende Tafel enthält die Resultate der Rechnung, verglichen mit denen der Beobachtung. Ich habe bei meinen Versuchen blofs die Lage der *Minima* bestimmt, einerseits weil diese zur Prüfung der Theorie hinreichen, anderseits aber, weil mein Auge im Allgemeinen den dunkelsten Punkt einer dunkeln Zone besser unterscheidet, als den hellsten Punkt einer hellen Zone.

Vergleich zwischen der Beobachtung und der Theorie über die äufsern Fransen der Schatten in einem homogenen rothen Licht, dessen Wellenlänge $=0^{mm},000638$.

No. der Beob.	Abstand des schattenwerfend. Körpers vom		Ordnung der dunkeln Zonen.	Abstand d. dunkelsten Punkts jeder Zone vom Rand d. geometrischen Schattens.		Unterschied.
	leuchtend. Punkt. *a.*	Mikrometer. *b.*		Beobacht.	Rechnung.	
	Meter.	Meter.		mm.	mm.	
1	0,1000	0,7985	1	2,84	2,83	−1
			2	4,14	4,14	0
			3	5,14	5,13	−1
			4	5,96	5,96	0
			5	6,68	6,68	0
2	0,1985	0,637	1	1,73	1,73	0
			2	2,54	2,53	−1
			3	3,14	3,14	0
			4	3,65	3,64	−1
			5	4,06	4,08	+2
3	0,202	0,640	1	1,72	1,73	+1
			2	2,50	2,53	+3
			3	3,13	3,13	0
			4	3,62	3,63	+1
			5	4,07	4,07	0
4	0,510	0,110	1	0,39	0,39	0
			2	0,58	0,57	−1
			3	0,71	0,70	−1
			4	0,82	0,81	−1
			5	0,91	0,91	0
5	0,510	0,501	1	1,05	1,05	0
			2	1,54	1,54	0
			3	1,90	1,91	+1
			4	2,21	2,22	+1
			5	2,49	2,49	0

No. der Beob.	Abstand des schattenwerfend. Körpers vom leuchtend. Punkt. *a.* Meter.	Abstand des schattenwerfend. Körpers vom Mikrometer. *b.* Meter.	Ordnung der dunkeln Zonen.	Abstand d. dunkelsten Punkts jeder Zone vom Rand d. geometrischen Schattens. Beobacht. mm.	Abstand d. dunkelsten Punkts jeder Zone vom Rand d. geometrischen Schattens. Rechnung mm.	Unterschied.
6	0,510	1,005	1	1,82	1,83	+1
			2	2,66	2,67	+1
			3	3,30	3,31	+1
			4	3,84	3,84	0
			5	4,31	4,31	0
7	1,011	0,116	1	0,38	0,38	0
			2	0,57	0,56	—1
			3	0,69	0,69	0
			4	0,80	0,80	0
			5	0,90	0,90	0
8	1,011	0,502	1	0,92	0,92	0
			2	1,35	1,34	—1
			3	1,68	1,66	—2
			4	1,93	1,93	0
			5	2,15	2,16	+1
9	1,011	0,996	1	1,49	1.49	0
			1	2,18	2,18	0
			3	2,70	2,69	—1
			4	3,12	3,13	+1
			5	3,51	3,51	0
10	1,011	2,010	1	2,59	2,59	0
			2	3,79	3,79	0
			3	4,68	4,69	+1
			4	5,45	5,45	0
			5	6,10	6,11	+1
11	2,008	0,118	1	0,37	0,37	0
			2	0,55	0,55	0
			3	0.68	0,68	0
			4	0,78	0,79	+1
			5	0,87	0,88	+1

No. der Beob.	Abstand des schattenwerfend. Körpers vom		Ordnung der dunkeln Zonen.	Abstand d. dunkelsten Punkts jeder Zone vom Rand d. geometrischen Schattens.		Unterschied.
	leuchtend. Punkt. *a.* Meter.	Mikrometer. *b.* Meter.		Beobacht. mm.	Rechnung, mm.	
12	2,008	0,999	1	1,30	1,29	—1
			2	1,89	1,89	0
			3	2,34	2,34	0
			4	2,71	2,72	+1
			5	3,03	3,05	+2
13	2,008	2,998	1	2,89	2,89	0
			2	4,23	4,23	0
			3	5,22	5,24	+2
			4	6,08	6,08	0
			5	6,80	6,82	+2
14	3,018	0,0017	1	0,04	0,04	0
			2	0,06	0,06	0
			3	0,08	0,08	0
15	3,018	0,253	1	0,54	0,55	+1
			2	0,80	0,81	+1
			3	1,00	1,00	0
			4	1,16	1,16	0
			5	1,31	1,31	0
16	3,018	0,500	1	0,81	0,81	0
			2	1,17	1,18	+1
			3	1,45	1,46	+1
			4	1,69	1,70	+1
			5	1,89	1,90	+1
17	3,018	1,003	1	1,21	1,22	+1
			2	1,78	1,79	+1
			3	2,20	2,21	+1
			4	2,56	2,57	+1
			5	2,87	2,88	+1

No.

No. der Beob.	Abstand des schattenwerfend. Körpers vom leuchtend. Punkt. *a.* Meter.	Abstand des schattenwerfend. Körpers vom Mikrometer. *b.* Meter.	Ordnung der dunkeln Zonen.	Abstand d. dunkelsten Punkts jeder Zone vom Rand d. geometrischen Schattens. Beobacht. mm.	Abstand d. dunkelsten Punkts jeder Zone vom Rand d. geometrischen Schattens. Rechnung mm.	Unterschied.
18	3,018	1,998	1	1,92	1,93	+1
			2	2,83	2,82	—1
			3	3,49	3,49	0
			4	4,04	4,05	+1
			5	4,54	4,55	+1
19	3,018	3,002	1	2,58	2,59	+1
			2	3,78	3,79	+1
			3	4,68	4,69	+1
			4	5,44	5,44	0
			5	6,09	6,10	+1
20	3,018	3,995	1	3,19	3,22	+3
			2	4,70	4,71	+1
			3	5,83	5,84	+1
			4	6,73	6,78	+5
			5	7,58	7,60	+2
21	4,507	0,131	1	0,38	0,39	+1
			2	0,56	0,57	+1
			3	0,70	0,70	0
			4	0,81	0,82	+1
			5	0,92	0,92	0
22	4,507	1,018	1	1,18	1,18	0
			2	1,73	1,73	0
			3	2,13	2,14	+1
			4	2,49	2,48	—1
			5	2,80	2,79	—1
23	4,507	2,506	1	2,11	2,09	—2
			2	3,07	3,05	—2
			3	3,78	3,78	0
			4	4,39	4,39	0
			5	4,90	4,93	+3

No. der Beob.	Abstand des schattenwerfend. Körpers vom leuchtend. Punkt. *a*. Meter.	Abstand des schattenwerfend. Körpers vom Mikrometer. *b*. Meter.	Ordnung der dunkeln Zonen.	Abstand d. dunkelsten Punkts jeder Zone vom Rand d. geometrischen Schattens. Beobacht. mm.	Abstand d. dunkelsten Punkts jeder Zone vom Rand d. geometrischen Schattens. Rechnung. mm.	Unterschied.
24	6,007	0,117	1	0,36	0,37	+1
			2	0,53	0,53	0
			3	0,66	0,66	0
			4	0,77	0,77	0
			5	0,85	0,86	+1
25	6,007	0,999	1	1,13	1,14	+1
			2	1,67	1,67	0
			3	2,06	2,07	+1
			4	2,40	2,40	0
			5	2,69	2,69	0

Eine auffallendere Uebereinstimmung zwischen der Erfahrung und der Theorie kann man nicht erwarten. Vergleicht man die Kleinheit der Unterschiede mit der Gröfse der gemessenen Breiten, und erwägt die grofsen Vibrationen, die *a* und *b* bei diesen Beobachtungen erlitten, so wird man nicht anstehen, das Integral, welches uns zu diesen Resultaten geführt hat, als den getreuen Ausdruck des Gesetzes der Erscheinungen zu betrachten. Was indefs die Wahrscheinlichkeiten zu Gunsten der neuen Theorie noch mehr erhöht, ist der Umstand: dafs die zu diesen Berechnungen angewandte Wellenlänge abgeleitet wurde aus ganz anderen Erscheinungen, deren Gesetz sich leicht einsehen liefs.

Substituirte man diese Wellenlänge in den Formeln, zu denen wir durch die erste Hypothese geführt wurden, so würde man Resultate erhalten, die beträchtlich von denen der Erfahrung abwichen. Ich will hier nur eine Anwendung dieser Formeln beibringen, da sie mir hinreichend scheint zu zeigen, dafs dieselben nicht so gut mit den Messungen übereinstimmen. Ich wähle die Beob-

achtung No. 23, da sie eine der günstigsten für die erste Theorie ist.

No. der Beob-achtung.	Abstand des schattenwerfend. Körpers vom		Ordnung der Zonen.	Abstand d. dunkelsten Punkts jeder Zone vom Rande d. geometrischen Schattens.		Unterschied.
	leuchtend. Punkt. *a.*	Mikrometer. *b.*		Beobachtung.	Rechnung.	
23	Meter 4,507	Meter 2,506	1	$2^{mm},11$	$2^{mm},23$	+0,12
			2	3 ,07	3 ,15	+0,08
			3	3 ,78	3 ,86	+0,08
			4	4 ,39	4 ,46	+0,07
			5	4 ,90	4 ,99	+0,09

Diese Abweichungen kann man nicht durch die Annahme erklären, dafs die angewandte Wellenlänge $0^{mm},000638$ zu klein sey; denn, wenn man dieselbe so weit vergröfserte, dafs Rechnung und Theorie bei der dunkeln Zone erster Ordnung mit einander übereinstimmten, würde sie offenbar zu grofs für die Zone vierter Ordnung seyn. Es folgt nämlich aus diesen Formeln, dafs der Abstand des Randes des geometrischen Schattens von der Zone vierter Ordnung doppelt so grofs seyn mufs, als der Abstand desselben Punkts von der Zone erster Ordnung. Verdoppelt man nun $2^{mm},11$, so findet man $4^{mm},22$ statt $4^{mm},39$, was die Beobachtung giebt. Geht man folglich von der gröfseren Gröfse aus, um die kleinere zu berechnen, so müfste der Abstand der Zone erster Ordnung, nach dem beobachteten der Zone vierter Ordnung, seyn: $2^{mm},19$ statt $2^{mm},11$, also um $0^{mm},08$ verschieden. Macht man ähnliche Rechnungen für alle in obiger Tafel enthaltenen Beobachtungen, so findet man:

No. der Beobachtung.	Abstand d. Randes des geometrischen Schattens vom dunkelsten Punkt der Zone erster Ordnung, nach der Beobachtung.	Halber Abstand des Randes des geometrischen Schattens vom dunkelsten Punkt der Zone vierter Ordnung.	Unterschiede.
1	2mm,84	2mm,98	+0mm,14
2	1 ,73	1 ,82	+0 ,09
3	1 ,72	1 ,81	+0 ,09
4	0 ,39	0 ,41	+0 ,02
5	1 ,05	1 ,10	+0 ,05
6	1 ,82	1 ,92	+0 ,10
7	0 ,38	0 ,40	+0 ,02
8	0 ,92	0 ,96	+0 ,04
9	1 ,49	1 ,56	+0 ,07
10	2 ,59	2 ,72	+0 ,13
11	0 ,37	0 ,39	+0 ,02
12	1 ,30	1 ,35	+0 ,05
13	2 ,89	3 ,04	,15
14			+0
15	0 ,54	0 ,58	+0 ,04
16	0 ,81	0 ,84	+0 ,03
17	1 ,21	1 ,28	+0 ,07
18	1 ,92	2 ,02	+0 ,10
19	2 ,58	2 ,72	+0 ,14
20	3 ,19	3 ,36	+0 ,17
21	0 ,38	0 ,40	+0 ,02
22	1 ,18	1 ,24	+0 ,06
23	2 ,11	2 ,19	+0 ,08
24	0 ,36	0 ,38	+0 ,02
25	1 ,13	1 ,20	+0 ,07

Man sieht, dafs alle Beobachtungen darin übereinkommen, für das Minimum erster Ordnung einen Abstand kleiner als der halbe Abstand des Minimums vierter Ordnung zu geben, und dafs die Unterschiede zwischen den Resultaten der Beobachtung und der Rechnung in dieser Tafel beträchtlicher sind, als in der vorhergehenden. Abgesehen von den theoretischen Betrachtungen und Versuchen, welche mich zur Bestimmung der

Wellenlänge führten, ist es demnach einleuchtend, dafs die Verhältnisse der Fransenbreiten durch die Abstände, welche den aus dem Huyghens'schen Principe abgeleiteten Minimis entsprechen, getreuer dargestellt werden, als durch die nach der ersten Hypothese berechneten Formeln.

Um demnach zu erkennen, welche der beiden Theorien zu richtigeren Resultaten führe, müfste man, da die Resultate sehr wenig von einander abweichen, die Genauigkeit der Messung fast so weit treiben, als es diese Gattung von Beobachtungen zuläfst, denn wegen der Unbestimmtheit der Fransen erreicht dieselbe ziemlich bald ihre Gränze. Ich halte es daher für nöthig, hier über das bei diesen Versuchen angewandte Verfahren und die dabei befolgten Vorsichtsmafsregeln einiges Detail angeben zu müssen.

Es ist nicht überflüssig, zunächst die Physiker, welche diese Versuche wiederholen wollen, daran zu erinnern, dafs der Beobachter bei Beurtheilung des leuchtenden Punkts sein Auge hinter der Lupe in einem solchen Abstande halten mufs, dafs deren Fläche, wenn sie aufserhalb des Schattens ist, gänzlich beleuchtet erscheint. In dieser gegenseitigen Stellung des Auges und der Lupe mufs er suchen die Messung der Fransen vorzunehmen; dann malen sich die Fransen auf der Netzhaut ab, wie sie wirklich im Brennpunkt der Lupe vorhanden sind, gleich wie das von dem Objectiv eines Fernrohrs erzeugte Luftbild getreu in's Auge geschickt wird von dem Ocular, welches blofs die scheinbaren Dimensionen desselben vergröfsert.

Statt des Seidenfadens habe ich mich für gewöhnlich einer vor der Linse des Mikrometers befestigten Glasplatte bedient, in welche ein zarter Strich gravirt war. Dieser Strich ging indefs nicht durch das ganze Gesichtsfeld der Linse, sondern nur bis zu dessen Mitte, so dafs ich über das Ende dieses Strichs hinaus die Fortsetzung

der dunkeln Zone sehen konnte, vor welcher ich ihn aufgestellt hatte. Hiedurch läfst sich bequemer und richtiger beurtheilen, wann der Strich genau vor dem dunkelsten Punkt steht, besonders wenn die Fransen etwas breit sind. Um die Lage des Randes vom geometrischen Schatten in Bezug auf die dunkeln Zonen zu beurtheilen, wandte ich statt eines opaken Körpers von bekannter Breite zwei Stahlplatten an, welche sich beliebig einander näher oder ferner bringen liefsen, und deren Abstand ich mittelst eines auf dem Schlitten dieses kleinen Instruments befestigten Nonius wenigstens bis nahe auf ein Hundertel eines Millimeters messen konnte. Diese beiden Platten waren durch einen von beiden Seiten zugeschärften, etwas abgerundeten Rand begränzt. Mit dem Mikrometer mafs ich die Abstände zwischen den dunkeln Zonen, die von den Rändern dieser beiden Platten erzeugt wurden, und da ich überdiefs den Zwischenraum zwischen diesen beiden Rändern kannte, so wie auch den Abstand derselben vom leuchtenden Punkt und vom Mikrometer, so fand ich durch eine sehr einfache Rechnung die Breite des Raums zwischen den geometrischen Schatten der beiden Schirme. Ich brauchte also nur von diesem Raum den Zwischenraum zwischen zwei entsprechenden Zonen abzuziehen, und die Hälfte des Restes zu nehmen, um den Abstand einer dieser Zonen vom Rande des nächsten geometrischen Schattens zu erhalten. Jede Messung wurde wenigstens zwei Mal angestellt.

Ich sorgte dafür, dafs die Platten so weit von einander standen, dafs keine einen Einflufs auf die von der andern erzeugten Fransen haben konnte. Bei fast allen meinen Beobachtungen betrug der Abstand der Platten ein Centimeter.

Zur Bildung des leuchtenden Punkts bediente ich mich einer desto convexeren Linse, je näher ihr der dunkele Körper stand. Bei den Versuchen 1, 2, 3 hatte die angewandte Linse nur eine Brennweite von einem halben

Millimeter, damit die Fransen wegen der Feinheit des Lichtpunkts weniger verwaschen wären, und besonders um den Abstand dieses Punktes vom opaken Körper mit hinreichender Genauigkeit messen zu können; diefs ist leicht, wenn die Brennweite der Linse kurz ist. Damit das kleine Sonnenbild, welches den leuchtenden Punkt im Focus der Lupe bildete, seine Lage durch die tägliche Bewegung der Erde nicht während der Messung der Fransen ändere, wurden die reflectirten Sonnenstrahlen durch einen Heliostat, den mir Hr. Berthollet die Güte hatte zu leihen, und der mir vom gröfsten Nutzen war, in constanter Richtung erhalten.

Wir haben durch die vorhergehenden Untersuchungen gesehen, dafs man die Bildung und Lage der äufsern Fransen in genügender Weise erklären kann, wenn man sie betrachtet als erzeugt durch das Zusammenwirken einer Unzahl von Elementar-Wellen, welche von dem nicht vom opaken Körper aufgefangenen Theil der Welle ausgehen. Aus derselben Theorie folgt, dafs das in den Schatten gebeugte Licht keine dunkeln oder hellen Zonen erzeugen darf, sondern continuirlich an Intensität abnehmen mufs, sobald der Schirm so grofs ist, dafs kein Licht von seiner andern Seite herkommen kann, wiewohl jenes gebeugte Licht, wie das, welches die äufsern Fransen veranlafst, noch aus dem Zusammenwirken einer Unzahl von Elementar-Wellen entspringt. Diefs ergiebt die Betrachtung der folgenden Tafel, welche die Intensität des in den Schatten verbreiteten Lichts für verschiedene Neigungen der gebeugten Strahlen enthält. Diese Intensitäten sind berechnet mittelst der Tafel über die numerischen Werthe der Integrale:

$$\int dv \cos qv^2 \text{ und } \int dv \sin qv^2,$$

indem die Summe der Quadrate der entsprechenden um $\frac{1}{2}$ verminderten Zahlen genommen ist. Trotz der Ungenauigkeiten, die daraus entspringen, dafs die Gränzen der partiellen Integrationen in jener Tafel nicht zwischen hinlänglichen nahe zusammenliegenden Gränzen genommen

sind, sieht man doch, dafs die Lichtintensität rasch mit der Zunahme von v abnimmt, ohne dafs sich irgend eins der aufserhalb des Schattens zu beobachtenden Maxima oder Minima zeigt.

Intensitäten des unter verschiedenen Neigungen in den Schatten gebeugten Lichts.

Werthe von v.	Entsprechende Intensitäten.	Werthe von v.	Entsprechende Intensitäten.
0°,1	0,4095	2°,9	0,0121
0 ,2	0,3359	3 ,0	0,0113
0 ,3	0,2765	3 ,1	0,0105
0 ,4	0,2284	3 ,2	0,0098
0 ,5	0,1898	3 ,3	0,0092
0 ,6	0,1586	3 ,4	0,0087
0 ,7	0,1334	3 ,5	0,0083
0 ,8	0,1129	3 ,6	0,0079
0 ,9	0,0962	3 ,7	0,0074
1 ,0	0,0825	3 ,8	0,0069
1 ,1	0,0711	3 ,9	0,0066
1 ,2	0,0618	4 ,0	0,0064
1 ,3	0,0540	4 ,1	0,0061
1 ,4	0,0474	4 ,2	0,0057
1 ,5	0,0418	4 ,3	0,0054
1 ,6	0,0372	4 ,4	0,0052
1 ,7	0,0332	4 ,5	0,0051
1 ,8	0,0299	4 ,6	0,0048
1 ,9	0,0271	4 ,7	0,0045
2 ,0	0,0247	4 ,8	0,0044
2 ,1	0,0226	4 ,9	0,0043
2 ,2	0,0207	5 ,0	0,0041
2 ,3	0,0189	5 ,1	0,0038
2 ,4	0,0173	5 ,2	0,0037
2 ,5	0,0159	5 ,3	0,0036
2 ,6	0,0147	5 ,4	0,0035
2 ,7	0,0137	5 ,5	0,0033
2 ,8	0,0129		

Bezeichnen a und b wie früher den Abstand des Schirms vom leuchtenden Punkt und von der Ebene, mit

welcher man den Schatten auffängt, und ist x der Abstand des in dieser Ebene betrachteten Punkts vom Rande des geometrischen Schattens, so hat man:

$$x = v\sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)b\lambda}{a}}$$

und folglich:

$$\frac{x}{b} = v\sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)\lambda}{ab}}.$$

Mit Hülfe dieser Formel kann man die den verschiedenen Werthen von v entsprechenden Werthe des Abstands x oder der Neigung $\frac{x}{b}$ des gebeugten Strahls berechnen; und umgekehrt, wenn x oder die Schiefe $\frac{x}{b}$ gegeben ist, kann man v daraus herleiten und die Intensität des gebeugten Lichts berechnen. Eine merkwürdige Folgerung aus der Formel:

$$x = v\sqrt{\frac{\frac{1}{2}(a+b)b\lambda}{a}}$$

ist die: dafs die Werthe von x nicht den Werthen von b proportional sind, sondern den Ordinaten einer Hyperbel, zu denen diese die Abscissen sind. Es folgt also aus dieser Theorie, dafs die Punkte gleicher Intensität in Bezug auf den geometrischen Schatten nicht einer geraden Linie folgen, wenn man b verändert, sondern einer Hyperbel von merklicher Krümmung, wie die Trajectorien der äufsern Fransen.

Die aus der Interferenztheorie mit Anwendung des Huyghens'schen Satzes abgeleiteten Intensitätsverhältnisse des gebeugten Lichts habe ich bis jetzt noch nicht durch directe Versuche geprüft. Diese Beobachtungen bieten grofse Schwierigkeiten dar *), und ich glaube kaum, dafs

*) Es ist sehr schwierig, die Intensität des Lichts mit Genauigkeit zu messen, selbst unter den günstigsten Umständen, wo die beleuchteten Räume, welche verglichen werden sollen, hinreichend

man ihnen so viele Genauigkeit wird geben können, als der Bestimmung der dunkelsten und hellsten Punkte in den Fransen, deren Resultate mir übrigens Bestätigungen (wenn gleich indirecte) von diesen Intensitätsverhältnissen zu seyn scheinen. Denn wenn die Lage der Maxima und Minima, wie sie aus dem allgemeinen Ausdruck für die Lichtintensität abgeleitet worden ist, mit den Beobachtungen übereinstimmt, diese auch mit Genauigkeit angestellt werden können, so wird es sehr wahrscheinlich, dafs dieses Integral wirklich alle Intensitätsvariationen des gebeugten Lichts vorstelle.

Mittelst der Tafel über die Maxima und Minima der äufsern Fransen kann man, wie wir gesehen, leicht die Lage der dunkelsten und hellsten Punkte ihrer dunkeln und hellen Zonen für alle Werthe von a und b berechnen. Dasselbe gilt nicht für die Fransen innerhalb des Schattens eines schmalen Körpers, oder für die, welche von einer kleinen Oeffnung erzeugt werden. Die beiden

ausgedehnt sind und beide ein gleichförmiges Licht darbieten; um so schwieriger also, wenn diese Räume von einem Punkt zum andern an Helligkeit verschieden sind, sich nur in einer aufserordentlich schmalen Zone, gewissermafsen in einer einzigen Lichtlinie, als von gleichförmiger Intensität betrachten lassen. Ich glaube indefs, dafs es bei den Diffractionserscheinungen gelingen würde, die Formeln für die Lichtintensität auf eine genügende, wiewohl immer indirecte Art, zu verificiren, mittelst eines sehr einfachen Verfahrens, welches ich, seit der Niederlegung meiner Abhandlung im Institut, erdacht habe. Diefs bestände darin, mittelst der doppelten Strahlenbrechung, die verschiedenen Fransen über einander zu legen, z. B. die im Innern eines schmalen Schattens befindlichen, über die äufsern Fransen, und die Lage der aus dieser Mengung erfolgenden neuen *Maxima* und *Minima* zu beobachten. Wenn, wie ich überzeugt bin, die auf diese Uebereinanderlage verschiedener Fransen angewandten Formeln noch mit den beobachteten neuen Lagen der Maxima und Minima stimmten, so könnte man nicht mehr zweifeln, dafs sie wirklich die relativen Intensitäten der verschiedenen Punkte der Fransen vorstellen.

Gränzen des Integrals variiren hier gleichzeitig, und so ist es nicht mehr möglich, allgemeine auf alle Fälle anwendbare Resultate aufzustellen, und man ist gezwungen, die Maxima und Minima in jedem besonderen Fall mit Hülfe der Tafel über die numerischen Werthe von $\int dv \cos qv^2$ und $\int dv \sin qv^2$ zu bestimmen.

Ich will hier das Resultat aller Berechnungen dieser Art angeben, welche ich bisher zur Verification der Theorie gemacht habe. Da sie sehr lang sind, so habe ich sie nicht so vervielfältigt als ich gewünscht hätte *); allein ich habe diesen Mangel durch die Verschiedenartigkeit der Fälle, auf welche ich sie anwandte, zu ersetzen gesucht, und auch dadurch, dafs ich die vorgezogene Theorie bei Beobachtungen prüfte, welche mir die ungewöhnlichsten Anordnungen der Fransen dargeboten hatten.

Zunächst will ich mich mit den von einer kleinen Oeffnung erzeugten Fransen beschäftigen, welche zugleich die äufsern Fransen und die im Schatten eines schmalen Körpers vorkommenden enthalten.

Es sey C (Taf. II Fig. 13) der leuchtende Punkt, AG eine schmale Oeffnung, deren Ränder A und G geradlinig und parallel sind, BD die konische Projection derselben auf die Ebene, in der man die Fransen beobachtet, und P ein Punkt in dieser Ebene, für den man die Lichtstärke erfahren will. Dazu mufs man integriren:

$$\int dz \cdot \cos\left(2q \cdot \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right) \text{ und } \int dz \cdot \sin\left(2q \cdot \frac{z^2(a+b)}{ab\lambda}\right)$$

zwischen den Gränzen A und G integriren, und die Quadrate dieser Integrale addiren. Die Summe ist die Lichtstärke im Punkt P. Allein man mufs sich erinnern, dafs der Anfangspunkt von x auf dem directen Strahl CP liegt, und dafs folglich die beiden Gränzen A und G entsprechen den Werthen:

$$z = MG \text{ und } z = -MA.$$

*) Sehr möglich ist, dafs es kürzere Methoden giebt, die mir bei meiner geringen Uebung in der Analyse entgangen sind.

Nachdem man die entsprechenden Werthe von v berechnet hat mit der Formel:

$$v = x\sqrt{\frac{2(a+b)}{ab\lambda}} \text{ oder } v = x\sqrt{\frac{2a}{(a+b)b\lambda}},$$

in welcher x den Abstand des Punkts P vom Rande des geometrischen Schattens bedeutet, sucht man in der Tafel der Integrale $\int dv\,.\,\cos qv^2$ und $\int dv\,.\,\sin qv^2$ die Zahlen auf, welche sich diesen Werthen von v am meisten nähern.

Ich setze voraus, daſs t die Differenz sey zwischen dem berechneten Werth und der Zahl i der Tafel, so findet man die entsprechenden Integrale mittelst der approximativen Formeln:

$$\int_0^{i+t} dv\,.\,\cos qv^2 = \int_0^i dv\,.\,\cos qv^2 + \frac{1}{2iq}[\sin qi(i+2t) - \sin qi^2]$$

$$\int_0^{i+t} dv\,.\,\sin qv^2 = \int_0^i dv\,.\,\sin qv^2 + \frac{1}{2iq}[-\cos qi(i+2t) + \cos qi^2].$$

Nachdem für die beiden Werthe von v, welche den Gränzen A und G der Oeffnung entsprechen, die nämliche Rechnung gemacht ist, addirt man die beiden homologen Integrale, wenn der Punkt M innerhalb liegt, oder subtrahirt das eine von dem andern, wenn er auſserhalb liegt, und nimmt dann die Summe der Quadrate der beiden gefundenen Zahlen. Eben so erhält man die Lichtintensitäten für alle übrigen Punkte, deren Lage gegeben ist, und vergleicht man diese verschiedenen Resultate, so findet man, zwischen welchen die Maxima und Minima liegen. Kennt man die Lichtintensitäten für drei ziemlich nahe liegende Punkte, zwischen denen sich ein Maximum oder Minimum befindet, so kann man die Lage desselben leicht mit hinlänglicher Genauigkeit durch die Methode der Interpolationen bestimmen, wenn man vor-

aussetzt, dafs innerhalb dieser kleinen Strecke die Curve, welche die Intensitäten dieser Punkte zu Ordinaten, und die Abstände derselben vom gemeinschaftlichen Anfang zu Abscissen hat, nahe mit einer Curve zweiten Grades zusammenfalle. Diese Hypothese führt zu der Formel:

$$x = \frac{p'z''^2 - p''z'^2}{2(p'z'' - p''z')},$$

in welcher z' und z'' die Abstände eines der äufsersten Punkte von den beiden andern, p' und p'' die Unterschiede ihrer Intensitäten, und endlich x den Abstand desselben Punkts vom Maximum oder Minimum bedeuten. Ich habe diese Formel versucht bei den Maximis und Minimis der äufsern Fransen, die schon nach einem andern Verfahren berechnet waren; und ohne genähertere Zahlen als die der Tafel anzuwenden, habe ich Resultate von hinreichender Genauigkeit erhalten, selbst für das Minimum siebenter Ordnung, wiewohl der Unterschied von zwei auf einander folgenden Werthen von v in der Tafel ein beträchtlicher Theil von dem Intervall ist, welches das Minimum und Maximum siebenter Ordnung trennt.

Um diese Rechnungsmethode auf die Beobachtungen anzuwenden, habe ich zunächst den Tafel-Werth von c, d. h. von der Breite der Oeffnung bestimmt, mittelst der Formel:

$$v = c\sqrt{\frac{2(a+b)}{ab\lambda}},$$

wodurch ich dann das Tafel-Intervall der beiden Gränzen hatte. Durch ein leichtes Probiren suchte ich dann, zwischen welchen Zahlen der Tafel sich die Maxima und Minima befanden, und darauf bestimmte ich ihre Lage genauer durch das eben angezeigte Verfahren. Nachdem ich so die Werthe von v, welche den Maximis und Minimis entsprechen, berechnet hatte, zog ich sie von der Hälfte des Tafel-Werthes von c ab, um sie auf die Mitte der Oeffnung zu beziehen. Endlich gab die Formel:

$$x = v\sqrt{\frac{(a+b)b\lambda}{2a}}$$

den Abstand derselben Minima oder Maxima von der Mitte der Lichtprojection der Oeffnung, welchen Ausgangspunkt ich bei meinen früheren Beobachtungen angenommen hatte.

No. der hellen und dunkeln Zonen von der Mitte ab.	Genäherte Werthe von v, gezählt vom Rand der Oeffnung.	Entsprechende Intensitäten.	Werthe von v entsprechend den vom Rande der Oeffnung gezählten Max. und Minimis.	Abstände der Maxima und Minima von der Projection der Mitte der Oeffnung.		Unterschiede.
				Berechnung.	Beobachtung.	
Erste Beobachtung. $a=2^m,010$; $b=0^m,617$; $c=0^{mm},50$; Tafel-Werth von $c=1,288$.						
1. Minimum	+0,812 +0,912 +1,012	0,03495 0,01645 0,03406	+0,913	$0^{mm},79$	$0^{mm},77$	$+0^{mm},02$
2. Minimum	+2,412 +2,512 +2,612	0,00238 0,00235 0,00541	+2,463	1 ,58	1 ,58	+0 ,00
Zweite Beobachtung. $a=2^m,010$; $b=1^m,503$; $c=1^{mm},00$; Tafel-Werth von $c=1,910$.						
1. Minimum	0 +0,100 +0,200	0,2978 0,2765 0,2933	+0,106	$0^{mm},97$	$0^{mm},86$	$+0^{mm},11$
2. Minimum	+1,000 +1,100 +1,200	0,04451 0,02608 0,02771	+1,142	1 ,92	1 ,88	+0 ,04

No. der hellen und dunkeln Zonen von der Mitte ab.	Genäherte Werthe von v, gezählt vom Rand der Oeffnung.	Entsprechende Intensitäten.	Werthe von v, entsprechend den vom Rande der Oeffnung gezählten Max. und Minimis.	Abstände der Maxima und Minima von der Projection der Mitte der Oeffnung.		Unterschiede.
				Berechnung.	Beobachtung.	
Dritte Beobachtung. $a = 2^m,010$; $b = 0^m,401$; $c = 1^{mm},00$; Tafel-Werth von $c = 3,062$.						
1. Minimum	—1,262 —1,162 —1,100	2,2578 2,2153 2,2577	—1,181	$0^{mm},14$	$0^{mm},16$	$—0^{mm},02$
2. Minimum	—0,300 —0,262 —0,162	0,7135 0,6925 0,6950	—0,215	0 ,51	0 ,48	—3
3. Minimum	+0,400 +0,438 +0,500	0,1501 0,1477 0,1604	+0,431	0 ,77	0 ,76	+1
4. Minimum	+0,938 +1,038 +1,138	0,0799 0,0417 0,0432	+1,084	1 ,02	1 01	+1
5. Minimum	+1,800 +1,738 +1,700	0,0170 0,0128 0,0141	+1,736	1 ,28	1 ,28	0

No. der hellen und dunkeln Zonen von der Mitte ab.	Genäherte Werthe von v, gezählt vom Rand der Oeffnung.	Entsprechende Intensitäten.	Werthe von v, entsprechend den vom Rande der Oeffnung gezählten Max. und Minimis.	Abstände der Maxima und Minima von der Projection der Mitte der Oeffnung. Berechnung.	Beobachtung.	Unterschiede.
Vierte Beobachtung. $a=3^m,008$; $b=1^m,236$; $c=2^{mm},00$; Tafel-Werth von $c=3,783$.						
1. Minimum	—1,983 —1,892 —1,800	1,2813 1,1753 1,2813	—1,892	0	0	0
2. Minimum	—1,013 —1,000 —0,980	2,2164 2,2139 2,2172	—0,998	$0^{mm},67$	0 ,63	$+0^{mm},04$
3. Minimum	—0,323 —0,303 —0,283	0,8465 0,8451 0,8465	—0,303	$1^{mm},18$	$1^{mm},11$	+7
4. Minimum	+0,117 +0,217 +0,317	0,3183 0,2516 0,2770	+0,239	1 ,59	1 ,53	+6
5. Minimum	+0,617 +0,717 +0,817	0,1422 0,0838 0,0909	+0,739	1 ,96	1 ,96	0

No. der hellen und dunkeln Zonen von der Mitte ab.	Genäherte Werthe von v, gezählt vom Rand der Oeffnung.	Entsprechende Intensitäten.	Werthe von v, entsprechend den vom Rande der Oeffnung gezählten Max. und Minimis.	Abstände der Maxima und Minima von der Projection der Mitte der Oeffnung.		Unterschiede.
				Berechnung.	Beobachtung.	
Fünfte Beobachtung. $a=2^m,010$; $b=0^m,492$; $c=1^{mm},50$; Tafelwerth von $c=4,224$.						
1. Minimum	−1,300 −1,200 −1,100	2,7239 3,0466 2,9780	−1,168	$0^{mm},42$	$0^{mm},43$	$-0^{mm},01$
Sechste Beobachtung. $a=2^m,010$; $b=0^m,276$: $c=1^{mm},50$; Tafel-Werth von $c=5,391$.						
1. Minimum	−2,791 −2,695 −2,600	1,6110 1,4474 1,6110	−2,695	0	0	0
2. Minimum	−2,091 −1,991 −1,891	1,7500 1,4408 1,4770	−1,951	$0^{mm},24$	$0^{mm},24$	0

Man sieht, dafs die Messungen und die Theorie im Allgemeinen ziemlich gut übereinstimmen, ausgenommen bei der zweiten und vierten Beobachtung, wo die Differenzen sehr merklich sind, beträchtlicher als es die Breite der Fransen; zuläfst denn bei der zweiten Beobachtung wichen die partiellen Messungen höchstens um $0^{mm},04$ von einander ab, und die vierte Beobachtung, die ich schon beigebracht habe, stimmte vollkommen, wie man gesehen, mit einem andern Versuch, welcher die nämlichen Fransen darbieten mufste *). Mithin kann man diese Unterschiede nur durch die Annahme erklären, dafs die Theorie unrichtig sey, oder dafs ein optischer Betrug hier constante Fehler in den Beobachtungen veranlafst habe.

Die Theorie beruht auf einer so einfachen und an sich so wahrscheinlichen Hypothese, und wird im Uebrigen durch mannigfaltige und zahlreiche Versuche auf eine so schlagende Weise bestätigt, dafs man kaum an der Richtigkeit des Fundamentalprincips zweifeln kann. Es ist sehr wahrscheinlich, dafs diese Anomalie nur scheinbar ist, und von einem falschen Urtheil des Auges über die Lage der besprochenen Minima herrührt. Es ist zunächst zu bemerken, dafs diese Minima sehr wenig hervorstachen und dafs ein jedes derselben zwischen zwei hellen Zonen von sehr ungleicher Lichtstärke lag. Da nun mein Auge, um die Lage eines Minimums zu beurtheilen, einen Theil dieser beiden Zonen umfafste, so mufste diejenige Hälfte der dunkeln Zone, welche auf Seite der helleren Zone lag, mir vermöge dieser Nachbarschaft dunkler, und dadurch dieser Zone das scheinbare Minimum näher gerückt erscheinen. Wirklich liegen alle Differenzen nach dieser Seite hin. Was recht beweist, dafs das Auge eine ziemlich beträchtliche Strecke der Fransen umfafste, um die Lage der Minima oder Maxima zu beurtheilen, ist der Umstand, dafs, wenn ich bei Wiederholung der vierten Beobachtung versuchte, die erwähnte Illusion zu zerstören, indem ich ein Diaphragma mit sehr

*) Siehe S. 165. P.

enger Oeffnung, welche nur die dunkele Zone sehen liefs, im Brennpunkt des Mikrometers anbrachte, diese Zone hier von einem gleichförmigen Farbenton erschien, in welchem ich nicht mehr das Minimum erkennen konnte.

Wenn ich dennoch in den äufsern Fransen, selbst in sehr verwaschenen Zonen, die Minima mit ziemlicher Genauigkeit angegeben habe, so rührt diefs ohne Zweifel davon her, dafs die hellen Zonen, zwischen welchen dieselben liegen, wenig an Intensität verschieden sind; und, wenn die Resultate der Erfahrung mit denen der Theorie sehr gut übereinstimmten bei den Fransen, welche durch eine enge Oeffnung und einer davor gesetzten cylindrischen Linse erzeugt wurden, wiewohl dabei die Intensitätsdifferenzen zwischen zwei benachbarten hellen Zonen, besonders zwischen denen der ersten und zweiten Ordnung, sehr grofs waren, so hatte diefs seinen Grund darin, dafs die dunkele Zone, welche dieselben trennte, in ihrem Minimum fast vollständig schwarz war. Uebrigens fand ich immer die Erfahrung vollkommen mit der Rechnung übereinstimmend, wenn das Minimum oder Maximum sehr hervorstechend war. Bei der fünften Beobachtung z. B. mafs ich den Abstand des Mittelpunkts vom Maximum erster Ordnung, weil diese helle Zone sehr fein war und ich den hellsten Punkt mit vieler Genauigkeit bestimmen konnte. Nun sieht man aber, dafs der Unterschied zwischen der Rechnung und der Messung hier nur ein Hundertel eines Millimeters beträgt.

Die Theorie repräsentirt nicht blofs die Lage der Maxima und Minima mit Treue, sondern auch alle übrigen Eigenschaften der Erscheinungen, so weit man wenigstens zu urtheilen im Stande ist, ohne dafs man die Intensitätsvariationen des Lichts mit Genauigkeit zu messen braucht. So z. B. war bei der fünften Beobachtung der Theil, welcher der Mitte der Oeffnung entsprach, von einer breiten dunkeln Zone eingenommen, deren Farbenton mir fast gleichförmig erschien bis zu zwei etwa

0^{mm},26 von der Mitte abstehenden Gränzen, nach welchen die Lichtstärke plötzlich zunahm, um die erwähnte helle Zone erster Ordnung zu bilden. Berechnet man nun die Lichtstärke zwischen diesen Gränzen, so findet man, dafs sie wirklich sehr wenig variirt, und dafs dagegen ihre Zunahme bei dem Uebergange von diesen Gränzen zu der hellen Zone sehr rasch geschieht. Folgendes sind die Resultate der Rechnung für verschiedene Punkte der dunkeln Zone und der beiden sie einschliefsenden hellen Zonen. Die Lage eines jeden Punkts ist hier bezeichnet durch den entsprechenden Werth von v, der, wie immer, von einem der Ränder der Oeffnung gezählt ist.

	No.	Werth von v.	Intensitäten.
	1	1,100	2,9780
	2	1,200	3,0466
Gränze d. gleichförmig. Farbentons nach der Beobachtung	3	1,300	2,7239
	4	1,400	2,2843
	5	1,524	1,9671
	6	1,824	1,9100
	7	2,112	1,9802

Auf der andern Seite der Mitte dieselben Intensitäten.

Zu Abscissen die Abstände dieser Punkte von einem gemeinschaftlichen Anfangspunkt, und zu Ordinaten die entsprechenden Intensitäten nehmend, construirte ich nun die Curve MCM' (Taf. II Fig. 14) welche wirklich ein Bild von der Erscheinung liefert, wovon man sich durch Wiederholung der Versuche überzeugen kann. Ich hätte gewünscht, ähnliche Constructionen für alle übrigen Beobachtungen machen zu können, um den Vergleich der Theorie mit der Erfahrung zu erleichtern; allein die Länge der Rechnungen und die geringe Zeit, die mir zur Vollendung meiner Abhandlung übrig blieb, haben mir diefs nicht erlaubt.

Aus demselben Grunde habe ich auch über die von einem schmalen Körper erzeugten Fransen nur eine kleine Zahl von Resultaten darbieten können. Bei Bestimmung ihrer Maxima und Minima bin ich einen Gang gefolgt durchaus analog dem, welchen ich bei den von einer kleinen Oeffnung erzeugten Fransen angezeigt habe, nur habe ich das Integral, statt es zwischen A und G (Fig. 13 Taf. II) zu nehmen (da A und G nun die Breite des das Licht auffangenden Körpers bedeutet) von A bis in's Unendliche nach Seite von S hin, und von G bis in's Unendliche nach Seite von T hin genommen, oder was dasselbe ist, ich habe das Tafel-Integral, genommen zwischen den Gränzen A und G, von Eins abgezogen.

Vergleich zwischen der Theorie und Erfahrung in Bezug auf die Maxima und Minima der Fransen, die von einem schmalen undurchsichtigen Körper erzeugt werden.

No. der hellen und dunkeln Zonen von der Mitte ab.	Genäherte Werthe von v, gezählt vom Rand des opaken Körpers.	Entsprechende Intensitäten.	Werthe von v entsprechend d. vom Körperrande gezählten Max. und Min.	Abstände der Maxima und Minima von der Projection der Mitte der Oeffnung.		Unterschiede.
				Berechnung.	Beobachtung.	
Erste Beobachtung. $a=5^m,049$; $b=0^m,615$; $c=0^{mm},78$; Tafel-Werth von $c=1,865$.						
1. Minim., innere Zone erster Ordnung.	−0,565 −0,465 −0,365	0,08541 0,05519 0,11333	−0,481	$0^{mm},21$	$0^{mm},23$	−2
4. Minim., äußer. Zone erster Ordnung.	+1,735 +1,835 +1,935	1,5834 1,3669 1,5797	+1,835	1 ,30	1 ,30	0
5. Minim., äußer. Zone zweiter Ordnung.	+2,635 +2,735 +2,835	1,9025 1,5395 1,6959	+2,755	$1^{mm},73$	$1^{mm},72$	+1

No. der hellen und dunkeln Zonen von der Mitte ab.	Genäherte Werthe von v, gezählt vom Rand des opaken Körpers.	Entsprechende Intensitäten.	Werthe von v, entsprechend d. vom Körperrande gezählten Max. und Min.	Abstände der Maxima und Minima von der Projection der Mitte der Oeffnung. Berechnung.	Beobachtung.	Unterschiede.
Zweite Beobachtung. $a=3^m,047$; $b=1^m,213$; $c=1^{mm},326$; Tafel-Werth von $c=2,520$.						
1. Minim., inner. Zone erster Ordnung.	—1,000 —0,900 —0,800	0,05937 0,01568 0,05127	—0,895	$0^{mm},27$	$0^{mm},27$	0
2. Minim., inner. Zone zweiter Ordnung.	—0,300 —0,200 —0,100	0,2649 0,2147 0,2722	—0,203	0 ,78	0 ,81	—3
6. Maxim., äufser. Zone zweiter Ordnung.	+2,200 +2,300 +2,400	2,1547 2,5708 2,4681	+2,330	2 ,64	2 ,64	0

No. der hellen und dunkeln Zonen von der Mitte ab.	Genäherte Werthe von v, gezählt vom Rand des opaken Körpers.	Entsprechende Intensitäten.	Werthe von v, entsprechend d. vom Körperrande gezählten Maximis und Minimis.	Abstände der Maxima und Minima von der Projection der Mitte der Oeffnung. Berechnung.	Beobachtung.	Unterschiede.
Dritte Beobachtung. $a=6^m,598$; $b=0^m,553$; $c=1^{mm},322$; Tafel-Werth von $c=3,277$.						
3. Minim., inner. Zone dritter Ordnung.	−0,300 −0,200 −0,100	0,2725 0,2332 0,3293	−0,431	$0^{mm},62$	$0^{mm},63$	−1
5. Minim., inner. Zone fünfter Ordnung.	+0,723 +0,760 +0,800	1,9753 1,9514 1,9737	+0,762	1 ,05	1 10	−1
Vierte Beobachtung. $a=0^m,778$; $b=0^m,553$; $c=1^{mm},322$; Tafel-Werth von $c=4,117$.						
3. Minim., inner. Zone dritter Ordnung.	−1,000 −0,900 −0,800	0,10815 0,05264 0,07836	−0,882	$0^{mm},65$	$0^{mm},65$	0
5. Minim., inner. Zone fünfter Ordnung.	−0,100 0,000 +0,083	0,4813 0,4368 0,4843	−0,010	1 ,13	1 ,16	−3

Man sieht, dafs die Rechnung gut mit der Erfahrung übereinstimmt, ausgenommen beim fünften Minimo der dritten Beobachtung, wo der Unterschied zu merklich gegen die Breite der Fransen ist, als dafs man ihn einer gewöhnlichen Unsicherheit der Messungen zuschreiben könnte. Allein es ist zu bemerken, dafs diefs Minimum ein wenig schwach ist, und überdiefs zwischen zwei hellen Zonen von sehr ungleicher Intensität liegt; es mufs also der helleren Zone näher, oder von dem Centrum des Schattens entfernter zu liegen scheinen als es wirklich der Fall ist, und in diesem Sinne weicht auch die Rechnung von der Beobachtung ab.

Die Beobachtungen 3 und 4 bestätigen, was die Theorie uns schon über den Einflufs der Variationen von a auf die Lage der innern Fransen gelehrt hat. Wir sehen, dafs die Breiten derselben nicht constant bleiben, wiewohl c und b in den beiden Versuchen gleich sind; die Fransen sind bei der zweiten Beobachtung merklich breiter. Der Lagen-Unterschied, welchen die zweite Beobachtung für das Minimum fünfter Ordnung giebt, beträgt $0^{mm},06$; der aus der Theorie abgeleitete ist $0^{mm},08$; man sieht, sie sind fast gleich.

Bei der ersten Beobachtung wurden die äufseren Fransen durch die geringe Breite des opaken Körpers sonderbar verändert. Die dunkeln Zonen erster und zweiter Ordnung waren viel feiner als sie es gewöhnlich sind, und die dritte dunkle Zone war fast ausgelöscht. Ich wollte die Theorie auf diesen merkwürdigen Charakter der Erscheinung prüfen. Ich berechnete die Lichtintensitäten für verschiedene Punkte dieser Fransen, und indem ich sie mit den Intensitäten derselben Punkte für den Fall eines Schirms von unendlicher Ausdehnung verglich, fand ich, dafs wirklich die Intensitätsvariationen bei den dunkeln Zonen erster und zweiter Ordnung rascher, und bei denen dritter Ordnung langsamer geschehen im ersten Fall als im zweiten. Die Curven *ABC EFGHIK* und *abcefghik* (Fig. 15 Taf. II) sind nach

den in nachstehender Tafel enthaltenen Resultaten meiner Rechnung construirt. Die erste stellt die Lichtvariationen für den Fall der Beobachtung No. 1 dar, und die andere dieselben Variationen für den gewöhnlichen Fall eines sehr breiten Schirms.

No. der Ordinaten.	Abscissen.	Ordinaten für Beobacht. No. 1.	Ordinaten für den gewöhnlich. Fall.
1	1,535	2,5202	2,2327
2	1,735	1,5834	1,7042
3	1,835	1,3669	1,5689
4	1,935	1,5797	1,5894
5	2,135	2,1851	2,0323
6	2,535	2,2772	2,0743
6'	2,635	1,9025	1,8091
7	2,735	1,5395	1,6870
8	2,835	1,6959	1,7934
8'	2,935	2,2098	2,0544
9	3,200	1,9532	2,1296
10	3,300	1,8984	1,8596
11	3,350	1,8907	1,7693
12	3,400	1,8999	1,7451
13	3,500	1,8303	1,9037
14	3,600	2,0319	2,1683

Die Beobachtung No. 2 bot auch eine sonderbare Veränderung der äufsern Fransen dar. Die dunkle Zone erster Ordnung zeigte einen fast gleichförmigen Farbenton zwischen zwei Gränzen, von denen eine etwa $2^{mm},16$ und die andere $2^{mm},44$ von der Mitte des Schattens abstand; darauf nahm die Lichtstärke plötzlich zu. Die helle Zone zweiter Ordnung war weit lebhafter und weit feiner als gewöhnlich, und die dunkle Zone derselben Ordnung war dagegen weit unbestimmter und weit breiter geworden. Die Theorie stimmt auch hier mit der Beobachtung, wie man sieht, wenn man die Augen auf Fig. 16 Taf. II wirft, welche die Intensitätsvariationen der verschiedenen Punkte dieser Fransen für den Fall der Beobachtung No. 2 und den eines Schirms von un-

endlicher Erstreckung vorstellt. Diese Figur ist nach den in folgender Tafel enthaltenen Resultaten der Rechnung construirt.

	No. der Ordinaten.	Abscissen der Werthe von ρ.	Ordinaten für Beobachtung No. 2.	Ordinate für den gewöhnl. Fall.
	1	1,600	1,9304	2,0472
Beob. Gränze	2	1,677	1,6378	1,8369
	3	1,900	1,7466	1,5633
Beob. Gränze	4	2,057	1,6907	1,8187
	5	2,200	2,1547	2,2047
	6	2,300	2,5708	2,3787
	7	2,400	2,4681	2,3673
	8	2,500	2,0166	2,0511
	9	2,600	1,8093	1,8935
	10	2,700	1,8532	1,7051
	11	2,800	1,7789	1,7310
	12	2,900	1,7981	1,9571
	13	3,000	2,2184	2,2153

Ich habe so eben das Huyghens'sche Princip auf die drei Hauptklassen der Diffractionserscheinungen angewandt, nämlich: 1) auf die Fransen, erzeugt von dem geradlinigen und sehr langen Rand eines einzigen Schirms, der so breit ist, daſs kein merkliches Licht von seiner anderen Seite herkommen kann; 2) auf die Fransen, welche von zwei solchen einander sehr genäherten Schirmen gebildet werden; und endlich 3) auf die, welche den Schatten eines sehr schmalen Schirms begleiten und zertheilen *). Durch die Vergleichung der Beobachtung mit den mittelst der Interferenztheorie aus jenem Principe her-

*) Ich rechne nicht hieher die Fransen, welche von einem prismatischen Glase oder von zwei Spiegeln erzeugt werden; genau genommen gehören sie nicht zur Diffraction, weil sie nicht von diffrangirten oder inflectirten Strahlen, sondern von zwei regelmäſsig reflectirten oder refrangirten Lichtbündeln hervorgebracht werden.

geleiteten Resultaten habe ich gezeigt, dafs dasselbe hinreicht, die Erscheinungen unter diesen Umständen zu erklären, und dafs der allgemeine Ausdruck für die Lichtintensität, auf den man dadurch geführt wird, diese Erscheinungen bis zu ihren seltsamsten und anscheinend unregelmäfsigsten Gestaltungen darstellt.

Allein aufser diesen drei Hauptfällen läfst sich noch eine Unzahl anderer aus der Combination derselben entspringender Fälle erdenken. Auf diese wird sich die Theorie mit gleicher Leichtigkeit und ohne Zweifel gleichem Erfolg anwenden lassen, nur würden die Rechnungen wegen der grofsen Zahl der Integralgränzen länger, und die Apparate zusammengesetzter seyn.

Im ersten Abschnitt dieser Abhandlung beschrieb ich eine Erscheinung, welche durch Combination der beiden Hauptfälle von Diffraction erhalten wird, nämlich die Fransen, welche das Licht bei seinem Durchgange durch zwei sehr schmale und einander hinreichend nahe Oeffnungen hervorbringt *). Als ich ein wie Fig. 6 Taf. II ausgeschnittenes Kupferblech anwandte und mich hinreichend von diesem Schirm entfernte, damit die von jedem der Schlitze $CEE'E'$ und $DFD'F'$ erzeugten Fransen sich so weit ausbreiteten, dafs der Schatten von $CDEF$ nur noch die helle Zone erster Ordnung enthielt, bemerkte ich, dafs die Fransen, welche aus dem Zusammentreffen dieser beiden Lichtbündel entsprangen, viel schärfer und lebhafter waren als die inneren Fransen von $ACBD$. Der untere Theil $CEDF$, anfangs weit heller als der andere, wurde dunkler in dem Maafse als ich mich hinlänglich vom Schirm entfernte; allein seine Fransen zeigten fortwährend reinere Farben im weifsen Lichte, und schärfere dunkle und helle Zonen im homogenen Lichte. Da der Apparat, dessen ich mich bediente, zu einfach war, um genaue Messungen an ihm anstellen zu können, so werde ich nur im Allgemeinen zeigen, wie man diese Erscheinung erklären kann.

*) *Siehe S. 130.* P.

Es sey L (Fig. 17 Taf. II) der leuchtende Punkt, IK die Horizontalprojection des Theils $AEBF$ (Fig 6) vom Schirm, und P der im Innern seines Schattens betrachtete und z. B. auf der Linie OL liegende Punkt. Vom Punkt L, als Mittelpunkt, mit einem Radius gleich LI, beschreibe man den Bogen IMM', welcher die einfallende Welle vorstellt. Beschreibt man ferner von P, als Mittelpunkt, mit einem Radius gleich IP, den Bogen Imm', so geben die Abstände zwischen den beiden Bogen die Unterschiede der Wege, die von den im Punkt P zusammentreffenden Elementarwellen durchlaufen sind. Betrachten wir zunächst den oberen Theil des Schirms, d. h. den, wo die Welle Imm' nicht mehr jenseits des Punkts I aufgefangen wird. Denken wir uns diese Welle getheilt in eine Unzahl kleiner Bogen IM, MM' u. s. w. solchergestalt, dafs die Geraden gezogen von zwei benachbarten Theilpunkten zu dem Punkt P, um eine halbe Welle verschieden sind. Setzen wir ferner, um die Ideen zu befestigen und zu vereinfachen, der Punkt P sey so entfernt vom Rande des Schattens oder der Strahl IP so geneigt gegen die einfallende Welle, dafs diese Bogen beinah einander gleich seyen; alsdann liegt jeder von ihnen zwischen zwei andern, die den Effect, welchen er im Punkt P hervorzubringen trachtet, zerstören, mit Ausnahme des letzten Bogens IM, dessen Strahlen durch ihre Discordanz mit den Vibrationen des benachbarten Bogens MM' nur die Hälfte ihrer Intensitäten verlieren. Wenn man daher diesen Bogen MM' und den ganzen Rest der Welle auffängt, so vermehrt man das Licht im Punkt P *); und diese Wirkung ist es, welche der Theil $GC'E'$ des Schirms (Fig. 6) in einer gewissen Entfernung hervorbringt. Allein in dem Maafse als der Punkt P (Fig. 17)

*) Noch weit mehr würde es verstärkt werden, wenn der Schirm allen Bogen von gerader Zahl in der Reihe gegenüber durchbohrt wäre, und blofs die Bogen von ungerader Ordnungszahl auffinge.

vom opaken Körper entfernt wird, nähert sich der Bogen Imm' dem Bogen IMM', und er kann sich ihm sogar bis in's Unbestimmte nähern, wenn der Punkt L in einer unendlichen Entfernung liegt. Da die Theilpunkte M, M' u. s. w. durch die Abstände zwischen diesen beiden Bogen bestimmt werden, so entfernen sie sich desto mehr vom Punkte I, je mehr die Bogen sich näher kommen; es erfolgt daraus eine continuirliche Vergröfserung des Theils MI der einfallenden Welle, dessen zum Punkt P gesandte Strahlen immer mindestens die Hälfte ihrer Intensität hinter dem oberen Theil des Schirms behalten. Allein in dem unteren Theil wird, da der Schlitz $CEC'E'$ (Fig. 6) nicht an Breite zunimmt, und wenn der leuchtende Punkt L hinlänglich entfernt ist, der Bogen IM (Fig. 17) zuletzt so grofs gegen jenen Schlitz, dafs der Punkt P mehr Licht in dem oberen Theil des Schattens als in dem unteren Theil empfängt.

Betrachten wir nun die Fransen, welche durch das Zusammentreffen der von den beiden Seiten des Schirms $AEBF$ (Fig. 6) herkommenden Lichtstrahlen erzeugt werden. Hinter dem oberen Theil $ABCD$ nimmt das inflectirte Licht rasch an Intensität ab, in dem Maafse als es sich vom Rand des geometrischen Schattens entfernt, und daher sind alle Fransen, mit Ausnahme der dem Centro sehr nahe liegenden, von zwei an Intensität sehr verschiedenen Lichtbündeln gebildet; folglich müssen, wenn man sich eines homogenen Lichts bedient, die dunkeln Zonen wenig hervorstechen, und, wenn man weifses Licht gebraucht, die Farben sich in ein Grau verlieren. Hinter dem unteren Theil $CEDF$ haben aber die beiden durch die Schlitze $CEC'E'$ und $DFD'F'$ ausgetretenen Lichtbündel eine fast gleichförmige Intensität in einer ziemlich beträchtlichen Erstreckung der von jedem Schlitz erzeugten hellen Zone erster Ordnung, und wenn sie in Bezug auf das sie trennende Intervall so schmal sind, dafs der Raum, innerhalb dessen das gebeugte Licht

beinahe gleichförmig ist, alle aus dem Zusammentreffen der beiden Lichtbündel entstehenden Fransen umfafst, alsdann zerstören die Lichtvibrationen einander fast gänzlich in den Punkten der vollständigen Discordanz; in dem unteren Theil des Schattens werden also, wenn man homogenes Licht gebraucht, die dunkeln Zonen mehr hervorstechen, und, wenn man weifses Licht anwendet, die Farben viel reiner seyn als in dem oberen.

Beobachtet man die Fransen nahe beim Schirm, ehe die breiteren Fransen, welche von jedem Schlitz erzeugt werden, aus dem Schatten von $AEBF$ getreten sind, so zeigt die Erscheinung eine sehr verwickelte Gestalt, welche sich mit dem Abstand der Lupe, vor Allem wenn der Zwischenraum zwischen den Schlitzen in Bezug auf die Breite derselben nicht sehr beträchtlich ist, rasch verändert. Es würde interessant seyn, die Lage der Maxima und Minima der hellen und dunkeln Zonen durch Rechnung zu bestimmen und diese Resultate mit denen der Beobachtung zu vergleichen. Ich zweifle nicht, dafs dadurch die Theorie eine neue Bestätigung erhielte.

Bisher habe ich vorausgesetzt, dafs alle Wellen von einem einzigen Mittelpunkt ausgehen. Bei den Diffractionserscheinungen bestehen indefs die leuchtenden Punkte immer aus unzählig vielen, dicht zusammenliegenden Vibrationsmittelpunkten, und auf jeden einzelnen derselben mufs das Vorhingesagte angewandt werden. So lange sie sehr wenig von einander entfernt sind, coïncidiren die von ihnen erzeugten Fransen beinahe; allein in dem Maafse als die Dimensionen des leuchtenden Gegenstandes wachsen, vermengen sich die dunkeln Zonen einiger jener Mittelpunkte mit den hellen anderer, bis sie endlich einander vollständig verwischen. Diese Wirkung ist bei den äufseren Fransen desto merklicher, je weiter man sich vom Schirm entfernt, weil sie, wie diese Entfernung wächst, während die Breite der dunkeln und hellen Zonen in einem weit langsameren Verhältnifs zunimmt. Diefs

ist der Grund, weshalb ein leuchtender Punkt, der so fein ist, dafs er in der Nähe des Körpers sehr scharfe Fransen giebt, nur sehr verworrene in einer beträchtlicheren Entfernung giebt.

Es ist nicht nöthig, dafs der dazwischengesetzte Körper undurchsichtig sey, damit er an seinen Rändern die Diffractionserscheinungen hervorbringe; es genügt dazu vielmehr, dafs ein Theil der Welle in Bezug auf die anliegenden Theile verzögert werde. Diese Wirkungen bringen durchsichtige Körper hervor, deren Brechungsvermögen merklich von dem des umgebenden Mittels abweicht, und daher erzeugen auch sie Fransen, welche den Schatten ihres (der Körper) Umrisses innerhalb und aufserhalb einfassen. Diese Fransen sind denen dunkler Körper durchaus ähnlich, sobald der Gangunterschied zwischen den durchgegangenen und den äufsern Strahlen eine etwas beträchtliche Zahl von Undulationen enthält, weil dann die Effecte der gegenseitigen Einwirkung dieser nicht mehr merklich sind, und aus ihrer Vermischung nur eine einfache Addition von gleichförmigem Licht entspringt. Diefs ist aber nicht mehr der Fall, wenn der durchsichtige Schirm sehr dünn ist, oder sein Brechungsvermögen sehr wenig von dem des umgebenden Mittels abweicht; alsdann werden die Fransen merklich gestört durch den gegenseitigen Einflufs der durch den durchsichtigen Körper gehenden und neben ihm vorbeistreifenden Strahlen. Aus einem ähnlichen Grunde bringen die Streifen, welche auf Glimmerblättchen durch geringe Dickenverschiedenheiten entspringen, Fransen hervor, welche sich, wie Hr. Arago bemerkt hat, im weifsen Lichte auf eine ganz eigenthümliche Weise färben.

Was diejenigen Fransen betrifft, welche wir *innere* genannt haben, so kann man sie mit einem durchsichtigen Körper nur erhalten, wenn er hinlänglich schmal ist, weil das durch ihn gehende directe Licht weit lebhafter ist als die gebeugten Strahlen, und folglich die Effecte

von

von deren gegenseitiger Einwirkung versteckt, und weil überdiefs die dunkeln und hellen Zonen, welche ein solcher durchsichtiger Körper als schmale Oeffnung zu erzeugen strebt, nicht coïncidiren mit denen, welche er als Schirm von geringer Breite hervorzubringen trachtet.

Sind die Diffractionserscheinungen einmal für homogenes Licht erklärt, so ist es auch leicht, sie für weifses Licht zu begreifen. Die Fransen entspringen dann aus der Uebereinanderlage aller der dunkeln und hellen Zonen, welche in ungleicher Breite von den verschiedenen Wellengattungen, aus denen das weifse Licht besteht, gebildet werden. Nachdem man für den betrachteten Punkt die Intensität einer jeden Hauptgattung von Strahlen nach deren Wellenlänge mittelst der auseinandergesetzten Theorie berechnet hat, findet man die daraus entspringende Farbe dadurch, dafs man diese Werthe in die empirische Formel setzt, welche Newton gegeben hat, um das Resultat irgend eines Gemenges farbiger Strahlen zu bestimmen.

Polirte Flächen, die von einem Lichtpunkt beleuchtet werden, zeigen Diffractionserscheinungen ganz denen ähnlich, welche man im directen Licht beobachtet. Das von einem Spiegel reflectirte Lichtfeld ist von ähnlichen Fransen umsäumt wie sie an den Rändern der Körper vorkommen. Ist der Spiegel sehr schmal oder schwärzt man ihn bis auf einen schmalen Streifen, oder neigt man ihn so stark, dafs das Lichtfeld hinlänglich schmal wird *),

*) Das Ansehen der Erscheinungen ist durchaus dasselbe, wie wenn die Strahlen von dem Bilde des leuchtenden Punkts ausgingen, und man den Spiegel ersetzte durch einen Schirm mit einer Oeffnung von gleicher Breite und ähnlicher Neigung wie die reflectirende Fläche. Allein die so erzeugten Fransen sind nicht ganz ähnlich denen einer Oeffnung, die nicht dieselbe Neigung hätte, z. B. senkrecht gegen den Lichtbündel wäre, wenn auch sonst der Abstand vom strahlenden Punkt und der geometrische Schatten bei dem geneigten Spiegel und der geneigten Oeffnung gleich

so bekommt man die sonderbare Erscheinung eines durch eine sehr schmale Oeffnung dilatirten Lichtbündels. Zwei frei gelassene schmale Streifen auf einem übrigens geschwärzten Spiegel bringen, wenn sie einander hinreichend nahe ste-

wären. Die Verschiedenheit ist desto merklicher, je breiter die Oeffnung oder der geneigte Spiegel gegen den Abstand derselben vom leuchtenden Punkte ist. Dasselbe gilt von den innern Fransen eines geneigten Schirms, verglichen mit denen eines senkrechten Schirms.

Der Grund dieser Verschiedenheit ist leicht einzusehen. Es seyen A und G (Fig. 18 Taf. II) die beiden Ränder des geneigten Schirms und C der leuchtende Punkt. Betrachten wir die einfallende Welle einerseits in dem Moment, da sie in A anlangt, und andererseits im Moment, da sie den Punkt G noch nicht überschritten hat, so dafs die Elementarwellen weder vorher oder nachher durch die Dazwischensetzung des Schirms modificirt sind. Denken wir uns den Schirm für einen Augenblick fortgenommen, und verlängern die Bogen GN und AM bis sie in D und B eine und dieselbe, durch den leuchtenden Punkt gezogene Gerade treffen. Klar ist, dafs die Resultante aller Vibrationen, welche von der halben Welle DGN ausgehen und im Punkt P zusammentreffen, an Gröfse und Lage ähnlich seyn mufs der Resultante der von der Halbwelle BAM abgegangenen und in P zusammentreffenden Elementarwellen. Diefs gesetzt, handelt es sich nun darum, die Mitte der hellen Zone erster Ordnung in dem Schatten des Schirms AG zu bestimmen; man mufs nun sehen, für welche Lage des Punktes P eine vollkommene Coïncidenz zwischen der Resultante der von GN abgegangenen Elementarwellen und der Resultante der auf dem Bogen AM entspringenden Elementarwellen stattfindet. Klar ist, dafs diese Bedingung erfüllt seyn wird, wenn die von dem Schirm aufgefangenen Bogen DG und AB einem gleichen Unterschiede in den durchlaufenen Wegen entsprechen, d. h. wenn $CG+GP-CP=CA+AP-CP$ oder $CG+GP=CA+AP$, weil alsdann die Integrale, welche die beiden Resultanten geben, aus denselben Elementen bestehen. Allein die Linie CP, welche der Gleichung $CG+GP=CA+AP$ genügt, ist nicht die, welche den Winkel ACG in zwei gleiche Theile theilt; sie nähert sich mehr der der Lupe näher liegenden Seite A, und dadurch wird die Symmetrie der innern Fransen in Bezug auf die Ränder des geometrischen Schattens zerstört, und dieser Effect stei-

hen, dieselben Fransen hervor, wie zwei ähnliche Schlitze in einem Schirm. Zieht man, statt einen großsen Theil der reflectirenden Fläche zu schwärzen, vielmehr daselbst einen schwarzen Strich von geringer Breite, so erzeugt dieser ähnliche Fransen wie man sie im Schatten eines schmalen Körpers beobachtet. Endlich machen sich die Erscheinungen durchaus gerade so, wie wenn die Spiegelfläche durchsichtig wäre und die Strahlen wirklich vom leuchtenden Punkte ausgingen. Der Grund hievon ist sehr einfach. Wie bekannt, liegt nämlich das Bild auf dem vom leuchtenden Punkt auf den Spiegel gefällten Perpendikel in gleicher Entfernung hinter dem Spiegel, wie dieser Punkt vor dem Spiegel. Betrachtet man also die Strahlen als ausgegangen von dem Bilde des leuchtenden Punktes, so ändert man nichts an dem Unterschiede der Wege, welche die zur Bildung der Fransen beitragenden Elementarwellen durchlaufen haben.

Bei dieser Gelegenheit muſs ich bemerken, daſs, da die Resultante der Elementarwellen für irgend einen Ort alleinig von den Unterschieden der durchlaufenen Wege abhängt, sie nach der Reflexion dieselbe Lage haben muſs, wie wenn die Strahlen wirklich von dem erwähnten Punkt ausgingen; folglich werden, bei Anwendung einer polirten Fläche von unbegränzter Ausdehnung, alle partiellen Resultanten in gleicher Entfernung von jenem Punkte liegen, und derselbe wird mithin das Centrum der reflectirten Welle seyn.

Durch die Betrachtung dieser Elementarwellen er-

gert sich noch in seinem Ansehen durch die groſse Ausdehnung der äuſsern Fransen, welche von der andern Seite des Schirmes herkommen.

Durch ähnliche Schlüsse läſst sich beweisen, daſs die von einem geneigten Diaphragma hervorgebrachten Fransen nicht symmetrisch liegen können gegen die Linie, welche den Winkel zwischen den beiden die Ränder der Oeffnung tangirenden Strahlen halbirt, wie dieſs andererseits der Fall ist, wenn die Ebene des Diaphragma's senkrecht ist auf dem Lichtbündel.

klärte **Huyghens** auf eine so einfache Weise die Gesetze der Reflexion und Refraction, indem er diese Erscheinungen auf die Sätze für die Fortpflanzung des Lichts in einem homogenen Mittel zurückführte. Allein seine Erklärung läfst Einiges zu wünschen übrig. Er hat nicht gezeigt, weshalb aus dieser Unzahl von Elementarwellen-Systemen nur ein einziges Wellensystem hervorgeht, weil er nicht das Interferenzprincip mit in seine Betrachtung zog. Er nahm an, dafs das Licht nur in den Punkten merklich sey, wo die Elementarwellen vollkommen coïncidiren, während die totale Abwesenheit der Lichtbewegungen nur aus der Entgegengesetztheit der Elementarbewegungen herrühren kann. Ohne Zweifel war diefs der Umstand, welcher ihn glauben liefs, dafs sich kein merkliches Licht in die Schatten beuge, und ihn dadurch verhinderte, die Diffractionserscheinungen zu diviniren, deren Gesetze ihm seine Theorie ohne Hülfe der Erfahrung hätte entschleiern können.

Diese Theorie, unterstützt vom Interferenzprincip, giebt mithin den Gang der reflectirten Strahlen nicht blofs in dem besonderen Fall, wo man eine polirte Fläche von unbegränzter Ausdehnung hat, sondern auch in denen, wo eine solche Fläche sehr schmal und discontinuirlich ist. Sie zeigt, wie die geringe Breite der Fläche das reflectirte Licht dilatirt, und wie ein System sehr schmaler Spiegel, die neben einander liegend nur durch sehr kleine Zwischenräume getrennt sind, vermöge des gegenseitigen Einflusses der so dilatirten Lichtbündel farbige Bilder geben kann: diefs ist das Phänomen der gefurchten Flächen. Mit gleicher Leichtigkeit erklärt sie auch die farbigen Bilder und Ringe, welche durch ein sehr feines Gewebe oder durch ein unregelmäfsiges Haufwerk sehr zarter Fäden oder kleiner Körperchen von beinahe gleicher Gröfse erzeugt werden, wenn ein solches sich zwischen dem Auge des Beobachters und einem leuchtenden Gegenstande befindet.

Ich halte es nicht für nöthig, bei diesen Erschei-

nungen länger zu verweilen, da sie nur Combinationen von denen sind, deren Beschreibung und allgemeine Theorie ich vorhin gegeben habe.

Zusatz I. Berechnung der Lichtstärke in der Mitte des Schattens eines kreisrunden Schirms oder einer kreisrunden Oeffnung bei deren Beleuchtung von einem Lichtpunkt.

Nachdem die Academie die Abhandlungen, welche zur Bewerbung um den für die Diffraction ausgesetzten Preis eingesandt waren, beurtheilt hatte, machte mich Hr. Poisson darauf aufmerksam, dafs die bestimmten Integrale, welche die Lichtstärke ausdrücken, für die Mitte des Schattens eines kreisrunden Schirms oder einer kreisrunden Oeffnung leicht erhalten werden können. Ich unternahm daher die Rechnung für den letzten Fall, und fand dadurch die Erklärung der so lebhaften Farben, welche ich oft in der Mitte eines Lichtbündels, nachdem er durch ein vollkommen rundes Löchelchen gegangen war, beobachtet hatte. Hr. Poisson hatte mir schon das sonderbare Theorem mitgetheilt, zu welchem er in dem ersten Fall geführt worden war, nämlich: dafs die Mitte des Schattens eines kreisrunden Schirms eben so hell erscheinen müsse wie wenn der Schirm nicht da sey, wenigstens im Fall die Strahlen unter geringen Schiefen dahin gelangen. Ich will hier die einfachste Lösung dieser beiden Probleme geben, ohne Anwendung der bestimmten Integrale, deren ich mich in der vorhergehenden Abhandlung zur Berechnung der übrigen Diffractionserscheinungen bedient habe.

Theilen wir die Oeffnung in eine Reihe concentrischer Kreise, die einander unendlich nahe liegen. Nehmen wir an, die Radien derselben seyen proportional den Quadratwurzeln der natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4 u. s. w., so werden die Oberflächen dieser Kreise in der

Progression 1, 2, 3, 4 u. s. w. stehen, und die Oberflächen der dazwischen liegenden Ringe werden sämmtlich einander gleich seyn. Diefs läfst sich auf die einfallende, die Oeffnung des Diaphragma's treffende, Wellenfläche anwenden, dieselbe mag eben oder sphärisch seyn. Hiedurch haben wir die einfallende Welle getheilt in eine Unzahl kleiner concentrischer Ringe von gleich grofser Oberfläche, deren jeder also nach dem Centrum der Projection jener Oeffnung Strahlen hinsendet, die, wenn sie nicht zu schief liegen, gleiche Intensität haben. Auch ist zu bemerken, dafs die Strahlen, welche jeder Ring nach dem Centrum des Schattens sendet, gleiche Länge besitzen, folglich gleiche Wege durchlaufen haben und dort in vollem Accord stehen. Mithin sind die resultirenden Wellensysteme proportional den Oberflächen jener Ringe, und daher auch von gleicher Intensität.

Diefs gesetzt, betrachten wir den besonderen Fall, wo der Gangunterschied zwischen dem centralen und jedem vom Rand der Oeffnung ausgegangenen Strahl ein ganzes Vielfache von einer halben Wellenlänge ist, und nehmen zunächst an, diefs Vielfache sey eine gerade Zahl. Leicht ist dann einzusehen, dafs alle im Centrum des Schattens anlangenden Wellen sich gegenseitig zerstören werden. Denn theilen wir das Stück der einfallenden Wellenfläche, welches von der Oeffnung des Diaphragma's aufgefangen wird, in concentrische Kreise von solchen Abständen unter sich, dafs die Strahlen, welche von zwei benachbarten Kreisen ausgehen und im Centrum des Schattens zusammentreffen, um eine halbe Wellenlänge verschieden sind, so haben wir auch die Oeffnung in eben so viele concentrische Ringe getheilt, die alle, den kleinen Kreis in der Mitte mit eingeschlossen, zwischen ihrem centralen und ihren Gränzstrahlen den Gangunterschied von einer halben Wellenlänge zeigen; und da die Anzahl dieser halben Wellenlänge gerade ist, so ist es auch die der Abtheilungen der Oeffnung. Nun ist klar, dafs diese

eine gleiche Oberfläche haben, oder, mit andern Worten, dafs jede von ihnen eine gleiche Anzahl der vorhin erwähnten Elementar-Ringe enthält, und dafs die entsprechenden Elementar-Ringe von zwei an einander gränzenden Abtheilungen Strahlen nach dem Centro des Schattens senden werden, die in vollständiger Discordanz stehen. Alle Strahlen also, die von zwei an einander gränzenden Abtheilungen nach jenem Centro hingesandt werden, zerstören sich gegenseitig; und weil die Abtheilungen in gerader Anzahl vorhanden sind, so findet eine vollständige Zerstörung aller von der einfallenden Welle ausfliefsender Elementarwellen statt, und der Mittelpunkt der Projection der Oeffnung mufs alles Lichts beraubt seyn. Dagegen empfängt er die gröfstmögliche Lichtmenge, wenn der Gangunterschied zwischen dem centralen Strahl und jedem der äufsersten Strahlen eine ungerade Anzahl halber Wellenlängen beträgt, weil dann eine dieser Abtheilungen ganz übrig bleibt zur Erleuchtung des Schattencentrums.

Will man nun wissen, welches Intensitätsverhältnifs stattfindet zwischen dem Licht, welches im letzteren Fall zum Punkt gelangt, und dem, welches derselbe Punkt bei Fortnahme des Schirms empfangen würde, so braucht man nur die eben entwickelte Schlufsfolge auf den Fall einer unendlich breiten Oeffnung anzuwenden. Um indefs ein richtiges Resultat zu erhalten, darf man hier nicht mehr voraussetzen, dafs jede Abtheilung der Oeffnung oder jeder Hauptring die Wirkung des nächstfolgenden Ringes, dessen Strahlen um eine halbe Wellenlänge verschieden sind, zerstöre; denn wiewohl die Oberfläche der beiden Ringe und die Intensität der von ihnen ausgesandten Strahlen unendlich wenig verschieden sind, so können doch diese Unterschiede, ungeachtet ihrer Geringfügigkeit, da sie sich unendlich oft wiederholen, eine merkbare Gröfse hervorbringen. Weit strenger ist es zu sagen, dafs die Vibrationen, welche von jedem Ringe aus-

ben, zerstört werden durch die Hälfte der Vibrationen aus dem vorhergehenden Ringe und durch die Hälfte der aus dem nachfolgenden Ringe; denn, wenn die Unterschiede, von denen wir sprechen, unendlich kleine Gröfsen erster Ordnung zwischen zwei benachbarten Ringen sind, so werden sie unendlich kleine Gröfsen zweiter Ordnung seyn, wenn man die Oberfläche eines Ringes oder die Intensität seiner Strahlen vergleicht mit der halben Summe der Oberflächen oder der Intensität der Strahlen der beiden Ringe, von welchen er eingeschlossen ist. Man hat also nicht mehr zu fürchten, dafs das Resultat der Rechnung durch die Summe der vernachlässigten Gröfsen, wie zahlreich sie auch seyen, mit einem merklichen Fehler behaftet sey.

Wendeten wir diesen Gang der Rechnung auf eine Oeffnung von endlicher Gröfse an, so würden wir zu demselben Resultat gelangen, welches wir so eben durch eine andere Combination der Elementar-Wellen gefunden haben. Denn, wenn die Strahlen eines jeden Ringes durch die Hälfte der Strahlen aus den beiden angränzenden Abtheilungen zerstört werden, so bleibt nur die Hälfte der Strahlen (oder absoluten Geschwindigkeiten) in dem kleinen centralen Kreis und in dem letzten Ringe übrig, und diese zerstören einander, wenn die Zahl der Abtheilungen gerade ist, oder verstärken einander, wenn diese Zahl ungerade ist, so dafs dieselbe Lichtmenge erzeugt werden würde, welche ein einziger Ring oder der kleine centrale Kreis geliefert hätte. Diese Addition oder Subtraction ist aber, wohl verstanden, nur dann richtig, wenn die äufsersten Strahlen nicht zu schief liegen.

Gesetzt nun, die kreisrunde Oeffnung sey unendlich grofs. Da die Elementarwellen desto schwächer werden, je mehr die Strahlen, welche sie herbeiführen, sich von der senkrechten Richtung gegen die einfallende Welle entfernen, so kann man diejenigen, welche von dem äufsersten Ring herkommen, als Null betrachten, und es

bleibt nur die Hälfte der Oscillationsgeschwindigkeiten übrig, welche den Aethertheilchen von den Strahlen des kleinen centralen Kreises eingeprägt werden. Da nun die Intensität des Lichts dem Quadrat der Oscillationsgeschwindigkeiten proportional ist, so wird der Punkt, mit dem wir uns beschäftigen, vier Mal weniger Licht erhalten, wenn die Oeffnung unendlich groſs oder kein Schirm vorhanden ist, als bei Anwesenheit eines Schirms mit einem kreisrunden Loch von solchem Durchmesser (in Bezug auf die Lage des Punkts), daſs zwischen dem Strahle aus der Mitte und einem vom Rande ein Unterschied von einer ungeraden Anzahl halber Wellenlängen stattfindet. Wie groſs auch der Durchmesser des Diaphragma's seyn mag, so kann man doch immer der eben genannten Bedingung Genüge leisten, wenn man den Abstand der Papptafel, mit welcher man den Schatten auffängt, und nöthigenfalls selbst den des leuchtenden Punkts zweckmäſsig abändert.

Bezeichnet man durch n den Radius der kreisrunden Oeffnung, so wie durch a und b den Abstand des Schirms vom leuchtenden Punkt und von der Papptafel, so ist bekanntlich der Gangunterschied zwischen dem Strahl aus der Mitte und jedem vom Rande gleich:

$$\frac{\frac{1}{2}r^2(a+b)}{ab}.$$

Mittelst dieser Formel kann man leicht berechnen, in welchen Abstand man die Papptafel oder den Brennpunkt der zur Beobachtung der Fransen dienenden Lupe bringen muſs, um im Centrum der Projection der Oeffnung ein Minimum oder Maximum von Licht zu erhalten. Dazu braucht man nur diesen Ausdruck gleich zu setzen einer geraden oder ungeraden Anzahl halber Wellenlängen; dieſs giebt im ersten Fall:

$$\frac{r^2(a+b)}{ab}=(2n\lambda)$$

und im zweiten:

$$\frac{r^2(a+b)}{ab}=(2n+1)\lambda$$

Mittelst dieser zwei Gleichungen berechnet man für alle die Werthe 1, 2, 3 u. s. w., welche man n geben wird, den Abstand von b, welcher in einem homogenen Lichte von bekannter Wellenlänge einem Maximum oder Minimum entspricht.

Ich habe diese Formel durch Beobachtungen geprüft, und mich desselben rothen Lichts bedient, welches ich bei meinen übrigen Diffractionsexperimenten anwandte. Wirklich fand ich, wenn der Brennpunkt der Lupe in die nach der ersten Formel berechneten Abstände gebracht wurde, den Mittelpunkt der kreisrunden Oeffnung wie einen Tintenfleck aussehend, dagegen schien derselbe Punkt bei den aus der zweiten Formel hergeleiteten Abständen das Maximum der Helligkeit zu erreichen.

Vollkommen dunkel zeigte sich der schwarze Punkt nur für die Abstände, deren entsprechende Werthe von n nicht gröfser als 3 oder 4 waren. Darüber hinaus, d. h. näher am Schirm, begann der Mangel an Homogenität bei dem angewandten Licht sich sichtbar zu machen, und der centrale Fleck war nicht mehr so dunkel.

Die Schlufsfolgen, welche wir für den Fall einer unbegränzten Oeffnung gemacht haben, lassen sich auch auf einen kreisrunden Schirm anwenden, und geben einen recht einfachen Beweis von dem sonderbaren Theorem, welches Hr. Poisson aus den allgemeinen Integralen abgeleitet hat. Theilen wir nämlich die einfallende Wellenfläche, vom Umfang des kreisrunden Schirmes ab, in eine unendliche Reihe von Hauptringen, deren entsprechende, nach dem Centrum des Schattens hingesandte Strahlen um eine halbe Wellenlänge verschieden sind, so werden auch diese Hauptabtheilungen dieselbe Anzahl kleiner Elementarringe von gleicher Oberfläche enthalten, und die Strahlen dieser Ringe werden von einer Abtheilung zur andern um eine halbe Wellenlänge verschieden

seyn. Man kann demnach annehmen, dafs alle Strahlen, welche von jedem Hauptringe herkommen, vollständig zerstört werden durch die Hälfte der Vibrationen der Strahlen aus den beiden angränzenden Ringen, mit Ausnahme des äufsersten Ringes und des am Rande des Schirms, welche beide die Hälfte ihrer Oscillationsgeschwindigkeiten behalten. Allein, wie wir schon bemerkt haben, die Strahlen des äufsersten Ringes können wegen ihrer grofsen Schiefe als Null betrachtet werden, so dafs nur die Hälfte der Strahlen des den Rand des Schirms berührenden Ringes übrig bleibt. Nun hat aber dieser Ring dieselbe Oberfläche wie der kleine centrale Kreis der kreisrunden Oeffnung, und andererseits haben die Strahlen, welche er zum Centrum des Schattens sendet, wenigstens wenn sie nicht zu schief liegen, beinah dieselbe Intensität wie diejenigen, welche von dem kleinen centralen Kreis ausgehen; mithin mufs in diesem Fall das Centrum des Schattens eines kreisrunden Schirms eben so stark erleuchtet seyn, als wenn es das Licht durch eine kreisrunde Oeffnung von unbegränzter Gröfse erhielt, d. h. als wenn kein Schirm vorhanden wäre. Hr. Arago hat diesen Satz bei einem Schirm von 2 Millimeter im Durchmesser bewährt gefunden *).

*) Dieser Schirm war in seiner Mitte mit ein wenig weichem Wachs auf eine Glasplatte mit parallelen Flächen geklebt. So lange der Diameter des Schirms etwas grofs ist, z. B. ein Centimeter beträgt, stört die geringste Fehlerhaftigkeit seiner Ränder oder der Glasplatte, auf welcher er befestigt ist, die Regelmäfsigkeit der dunkeln und hellen Ringe, welche den weifsen Fleck in der Mitte des Schattens umgeben. Die kleine Metallscheibe mufs mit der gröfsten Genauigkeit abgedreht seyn, und zwar in Gestalt eines abgestumpften Kegels, damit ihre Ränder scharf zulaufen. Die Glasplatte mufs völlig streifenfrei seyn und genau parallele Flächen haben. Bedient man sich eines aufserordentlich entfernten Lichtpunkts, z. B. eines Fixsterns, so kann man einen gröfseren Schirm anwenden, wenn man sich so weit von diesem entfernt, dafs der helle Punkt im Centro des Schattens einen hinlänglichen Durchmesser erlangt. Besser aber wäre

Dieser Satz ist, wie man sieht, unabhängig von dem Durchmesser des Schirms und dem Abstand, in welchem man dessen Schatten auffängt, sobald dieser nicht aus einer zu grofsen Schiefe für die inflectirten Strahlen entspringt. Er ist auch unabhängig von der Wellenlänge, d. h. bei jeder Gattung von Farbenstrahlen empfängt das Centrum des Schattens eben so viel Licht wie wenn kein Schirm vorhanden wäre. Folglich mufs dieser Punkt bei Anwendung von weifsem Lichte immer weifs seyn, und zwar bei jedem Abstand von dem Schirm.

Diefs ist nicht mehr der Fall bei dem Centrum der Projection einer kreisrunden Oeffnung, die von einem Lichtpunkt erleuchtet wird. Dasselbe zeigt oft im weifsen Lichte die lebhaftesten Farben, und diese verändern sich mit dem Durchmesser der Oeffnung und mit deren Abstand vom leuchtenden Punkt oder von der Papptafel, mit welcher man den Schatten auffängt. Die Lebhaftigkeit dieser Farben rührt davon her, dafs nach der Reihe eine jede Gattung farbiger Strahlen, aus denen das weifse Licht besteht, *vollständig* zerstört wird, wodurch dann die Farben der übrigen Strahlen mehr hervortreten.

Um diese Farben zu berechnen, wird es nöthig den allgemeinen Ausdruck für die Intensität des Lichtes aufzusuchen, wenn der Gangunterschied zwischen dem centralen Strahl und den Strahlen, die von den Rändern der Oeffnung ausgehen, irgend eine Bruchzahl von halben Undulationen enthält.

Für einen Punkt der Oeffnung, welcher von der Mitte den Abstand z besitzt, ist, wie man gesehen, der Gangunterschied zwischen dem von ihm ausgehenden Strahl und der Axe, gleich:

$$\frac{\frac{1}{2}z^2(a+b)}{ab}.$$

Die Oberfläche des kleinen Elementarringes, welcher durch diesen Punkt geht, ist $2\pi z dz$, und die Ele-

es vielleicht, den Schirm an zwei sehr feinen Fäden aufzuhängen, statt ihn auf eine Glasplatte aufzukleben.

mentar-Resultante aller Vibrationen, welche er in's Centrum des Schattens sendet, ist proportional diesem Ausdruck. Ich zerlege dieses Wellensystem in zwei andere, von denen eins im völligen Accord mit dem vom Centro der Oeffnung ausgesandten Vibrationen stehen, und das andere um eine Viertel-Undulation von ihnen verschieden seyn mag. Die Intensität des ersteren wird seyn:

$$2\pi z dz \cos\left(\frac{\pi z^2 (a+b)}{ab\lambda}\right)$$

und die des anderen:

$$2\pi z dz \sin\left(\frac{\pi z^2 (a+b)}{ab\lambda}\right).$$

Um die Summe aller Elementar-Componenten zu erhalten, die mit dem centralen Strahl in vollem Accord stehen, mufs man den ersten Ausdruck integriren; das Integral des zweiten giebt eben so die Summe aller der Componenten, deren Vibrationen von den ersteren um eine Viertel-Undulation verschieden sind. Diese Integrationen sind sehr leicht, weil $2zdz$ gerade das Differential von x^2 ist. Integrirt man hierauf von $z=0$ bis $z=r$, und addirt die Quadrate der beiden Integrale, so findet man für das Quadrat der Endresultante:

$$2\left(\frac{ab\lambda}{a+b}\right)^2 \left[1-\cos\left(\frac{\pi(a+b)r^2}{ab\lambda}\right)\right].$$

Um diesem Ausdruck für die Intensität des Lichts mehr Deutlichkeit und Genauigkeit zu geben, mufs man ihn auf eine andere, feste, zur Einheit angenommene Lichtintensität beziehen, z. B. auf die einer jeden Wellengattung bei der Einheit des Abstandes von dem leuchtenden Punkt. In diesem Fall ist $a+b=1$. Ueberdiefs wissen wir, dafs, wenn kein Schirm vorhanden ist, die Hauptresultante der Elementarwellen gleich ist der Hälfte der einer kreisrunden Oeffnung, welche nur die Gröfse des kleinen centralen Kreises besäfse, d. h. für welche der Unterschied der durchlaufenen Wege $\frac{1}{2}\frac{(a+b)r^2}{ab}$

gleich wäre $\frac{1}{2}\lambda$; so daſs man hätte $\frac{(a+b)r^2}{ab\lambda}=1$. In diesem besonderen Fall wird die obige Formel $2(ab\lambda)^2$. Nun giebt eine solche Oeffnung ein Wellensystem, in welchem die Oscillationsgeschwindigkeiten der Aethertheilchen doppelt so groſs sind als sie im Fall der gänzlichen Abwesenheit des Schirms seyn würden. Folglich ist die Lichtintensität vierfach, und die, welche man nach Fortnahme des Diaphragma's haben würde, wird ausgedrückt durch $\frac{1}{2}(ab\lambda)^2$, wenn man sie aus der oben stehenden allgemeinen Formel ableitet. Weil aber diese letztere Lichtintensität die zur Einheit angenommene ist, so muſs man die allgemeine Formel solchergestalt abändern, daſs man bei Abwesenheit des Schirms 1 statt $\frac{1}{2}(ab\lambda)^2$ findet, d. h. man muſs sie durch $\frac{1}{2}(ab\lambda)^2$ dividiren. Sie wird alsdann:

$$\frac{2}{(a+b)^2}\left[1-\cos\left(\frac{\pi(a+b)r^2}{ab\lambda}\right)\right].$$

Diese Formel führt zu denselben Gleichungen, welche wir oben gefunden haben, um die Abstände von b zu bestimmen, welche den Maximis und Minimis des Lichts entsprechen. In der That sieht man, daſs sie Null wird, wenn

$\cos\left(\frac{\pi(a+b)r^2}{ab\lambda}\right)$ gleich 1 ist oder $\frac{(a+b)r^2}{ab\lambda}$

gleich einer geraden Zahl, und daſs sie im Gegentheil ihr Maximum erreicht, sobald $\frac{(a+b)r^2}{ab\lambda}$ eine ungerade Zahl ist. Im ersten Falle hat man:

$$\frac{(a+b)r^2}{ab\lambda}=2;\ \frac{(a+b)r^2}{ab\lambda}=4; \text{ u. s. w.}$$

woraus:

$$b=\frac{ar^2}{2a\lambda-r^2};\ b=\frac{ar^2}{4a\lambda-r^2}; \text{ u. s. w.}$$

Ich werde hier nur einen der Versuche anführen, durch welche ich diese Formel geprüft habe. Der Ab-

stand des Schirms vom leuchtenden Punkt war 4000 Millimeter, und der Durchmesser der Oeffnung $2^{mm},01$ oder deren Radius $1^{mm},005$. Substituirt man 4000 Millim. statt a, und $1^{mm},005$ statt r in dem ersten der Werthe von b, so findet man 987 Millim. für den Abstand, bei welchem das Centrum des Schattens ein Schwarz erster Ordnung darbietet in einem rothen Lichte, dessen Wellenlänge λ gleich ist $0^{mm},000638$, und wirklich, als ich den Brennpunkt der Lupe in diese Entfernung brachte, schien mir das Centrum der kreisrunden Oeffnung ein sehr dunkeles Schwarz zu seyn.

In weifsem Lichte schien mir die Farbe des Centrums, so weit ich wenigstens ohne Vergleichung mit dem Sonnenspectrum urtheilen konnte, ein helles Blau, ein zwischen dem Blau und Indigfarbenen liegendes, zu seyn.

Der allgemeine Ausdruck für die Lichtintensität der unter senkrechter Incidenz reflectirten Farbenringe ist $1 - \cos\left(\frac{4\pi e}{\lambda}\right)$, worin e die Dicke der Luftschicht bezeichnet. Vergleicht man diese Formel mit der vorhergehenden, so sieht man, dafs die Mitte des Schattens einer kreisrunden Oeffnung dieselbe Farbenreihe wie die reflectirten Ringe darbieten mufs, und dafs in dem erwähnten Versuch die centrale Farbe dieselbe seyn mufs wie die einer Luftschicht von der Dicke $0^{mm},000319$ oder 12,56 Milliontel eines englischen Zolls. Nun ist in der Newton'schen Tafel das reine Indig durch die Dicke 12,83 gegeben; mithin entspricht 12,56 einem schwach violetten Indig.

Diefs entspricht nun nicht genau der Beobachtung, da sie mir eine fast mitten zwischen Indig und Blau liegende Farbe gab. Allein, berechnet man die Intensität der sieben Haupt-Strahlengattungen und bestimmt mit Hülfe der empirischen Formel Newton's die Farbe des Gemenges der farbigen Strahlen, so gelangt man zu einem Resultat, welches besser mit der Beobachtung übereinstimmt.

Man findet zunächst für die Intensitäten der sieben Haupt-Farbengattungen:

u . . violett	1,998		j . . gelb	0,448
i . . indigo	1,879		o . . orange	0,169
b . . blau	1,836		r . . roth	0,016
v . . grün	0,975			

Substituirt man diese Werthe in den folgenden Formeln, worin $S=r+0+j+v+b+i+u$ *):

$$X=\frac{1}{S}\left\{(r+u)0{,}8228+(o+i)0{,}2074-(j+b)0{,}5140 - v.0{,}9538\right\}$$

und

$$Y=\frac{1}{S}\left\{(r-u)0{,}4823+(o-i)0{,}9632+(j-b)0{,}8137\right\}$$

so hat man:

$$X=-\frac{0{,}022}{7{,}321}=-0{,}0030 \text{ und } Y=-\frac{3{,}732}{7{,}321}=-0{,}5098.$$

Allein $tang\, U=\frac{Y}{X}=\frac{3{,}732}{0{,}022}$, und daraus $U=269^\circ 40'$. Nun entspricht die Gränze zwischen Blau und Indigo dem Winkel $265^\circ 4'$, welcher nur $4^\circ 36'$ von dem vorhergehenden abweicht. Mithin mufs die centrale Farbe fast genau zwischen Blau und Indig liegen. Ueberdiefs findet man für Δ, welches gleich $\frac{Y}{sin\, U}$ ist: 0,510, und folglich für $1-\Delta=0{,}490$, d. h. dieses Blau enthält fast zur Hälfte weifses Licht, wodurch es viel heller seyn mufs als das ihm entsprechende Blau des Sonnenspectrums. Diese Resultate stimmen, wie man sieht, ziemlich wohl mit der Beobachtung überein, und deuten zugleich auf einen geringen Unterschied zwischen der Tafel Newton's und den Farben, welche mit Hülfe seiner Formel nach

*) Siehe den *Traité de physique* von Hrn. Biot, *T. III p.* 451.

nach den aus dem Interferenzprincip hergeleiteten Intensitäten berechnet sind.

Zusatz II. Erklärung der Refraction nach der Undulationstheorie.

Da die Theorie der Lichtvibrationen noch so wenig gekannt ist, so glauben wir den Lesern nicht zu mifsfallen, wenn wir hier kurz aus einander setzen, wie sie die Gesetze der Refraction erklärt.

Die eifrigsten Vertheidiger der Emissionstheorie können die Ueberlegenheit der anderen Theorie, was die Resultate, d. h. die aus ihr abgeleiteten Formeln, betrifft, nicht läugnen. Die Undulationstheorie war es, welche dem Dr. Young so merkwürdige numerische Beziehungen zwischen den verschiedenartigsten Erscheinungen der Optik entdecken liefs; sie ist es auch, welche die allgemeinen Diffractionsgesetze, die durch blofse Beobachtungen hätten niemals entdeckt werden können, so wie die wahren Ursachen der Färbung der Krystallblättchen kennen lehrte. Man hat dieser Theorie das Schwankende ihrer Erklärungen vorgeworfen, und doch führen dieselben zu Formeln, die von den Thatsachen bestätigt werden. Und wiewohl sie den Gang der gebrochenen Strahlen für viele Fälle berechnet, wo diese ein weit verwickelteres Gesetz als das von Descartes befolgen, so hat man doch behauptet, sie könne dieses Gesetz nicht genügend erklären. Aus diesem Grunde wollen wir versuchen den Leser in den Stand zu setzen, sich selbst ein Urtheil bilden zu können.

Zunächst werden wir die Definitionen und Grundsätze, welche zum Verständnifs des Beweises nöthig sind, in wenig Worten in Erinnerung bringen.

Wenn in einem Punkt eines Fluidums von gleichförmiger Elasticität eine Erschütterung erregt wird, so pflanzt sich dieselbe nach allen Richtungen mit gleicher

Schnelligkeit fort, und bildet dadurch sphärische Wellen, deren Mittelpunkt jener Punkt ist. Wir nennen *Wellenfläche* diejenige Fläche, in deren sämmtlichen Punkten die Erschütterung gleichzeitig anlangt, oder, mit andern Worten, die Vereinigung aller der Punkte, welche zugleich eine Bewegung erhalten, die der nämlichen Oscillationsepoche des Bewegers entspricht, z. B. der, wo die Geschwindigkeit dieses Null ist oder ihr Maximum erlangt. Diese Fläche ist für den besonderen Fall, den wir betrachten, eine Kugelfläche; allein sie kann auch eine andere Form annehmen und z. B. ellipsoïdisch werden, wenn die Elasticität des Mittels nicht nach allen Richtungen gleich ist. *Strahl* nennt man die gerade Linie, gezogen vom Erschütterungsmittelpunkt zur Wellenfläche; in dieser Linie pflanzt sich die Erschütterung fort, und sie steht senkrecht auf der Wellenfläche, wenn diese sphärisch ist. In Richtung dieser Senkrechten geschieht das Sehen sowohl mit bloſsem Auge wie mit einem Fernrohr.

Eine wesentlich zu betrachtende Sache bei der uns beschäftigenden Aufgabe ist die Natur der Erschütterung. Wir werden annehmen, daſs sie oscillatorisch sey, und daſs die Oscillationen des schwingenden Körpertheilchens, welches den Aether erschüttert, sich regelmäſsig in sehr groſser Anzahl wiederholen; daraus wird eine ununterbrochene Reihe gleich langer Wellen entstehen. Wir nennen eine *ganze Undulation* den ganzen Theil der Flüssigkeit, der durch eine vollständige Oscillation erschüttert wird, d. h. durch einen Hin- und einen Hergang des vibrirenden Körpertheilchens. Die ganze Undulation besteht aus zwei halben Undulationen, von denen die eine dem Hingange und die andere dem Hergange des vibrirenden Körpertheilchens entspricht; sie sind, was die Oscillationsgeschwindigkeiten der Flüssigkeitstheilchen und die aus deren relativen Verschiebungen entspringenden Beschleunigungskräfte betrifft, einan-

der ganz ähnlich und symmetrisch; allein was die Richtung dieser Geschwindigkeiten und dieser beschleunigenden Kräfte betrifft, so sind diese in der einen halben Welle positiv und in der andern negativ. Dieſs ist eine nothwendige Folge von der oscillatorischen Natur der ursprünglichen Erschütterung. Es folgt daraus, daſs, wenn zwei Reihen ähnlicher gleich langer Wellen sich in gleicher Richtung fortpflanzen, und die eine um eine halbe Wellenlänge hinter der andern hergeht, ein vollständiger Gegensatz in den Bewegungen stattfindet, welche sie den Aethertheilchen einzuprägen trachten, wenn übrigens diese Bewegungen in beiden Wellensystemen parallel sind. Denn, wenn die Geschwindigkeiten und Beschleunigungskräfte, welche sie nach jedem Punkt des Aethers hinführen, überall von entgegengesetztem Zeichen sind, und sie überdieſs gleich sind, d. h. beide Wellensysteme gleiche Intensität besitzen, so werden die Bewegungen sich gegenseitig aufheben in der ganzen Erstreckung dieser Wellensysteme, mit Ausnahme der ersten und letzten halben Welle, die der Interferenz entgehen, allein einen zu kleinen Theil der gesammten Bewegung ausmachen, als daſs sie in wahrnehmbarer Weise auf das Auge wirken könnten. Allemal also, wenn zwei Systeme paralleler Wellen von gleicher Natur und gleicher Stärke in ihrem Gang um eine halbe Undulation verschieden sind, kann man sagen, daſs sie einander vollständig zerstören.

Dieſs gesetzt, sey *CA* (Fig. 19 Taf. II) die Trennungsfläche zweier Mittel, in welchen der Gang des Lichts nicht denselben Grad von Schnelligkeit besitzt. Es sey *AB* die einfallende Welle, welche unter irgend einem Winkel gegen *AC* neigen und, zur Vereinfachung der Schluſsfolge, wie die brechende Fläche als eben angenommen seyn mag, was letzteres so viel heiſst, als den leuchtenden Punkt in unendliche Entfernung setzen. Die verschiedenen Stücke der Oberfläche dieser Welle werden nur eins nach dem andern auf *AC* anlangen. Will man z. B.

die Ankunftszeiten der beiden Punkte E und B mit einander vergleichen, so mufs man senkrecht auf der Wellenfläche die Linien EF und BC ziehen; dieselben sind die diesen Punkten entsprechenden Strahlen, die Linien, nach welchen die Erschütterung sich fortpflanzt und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit gemessen wird. Der Längenunterschied zwischen BC und EF ist der Unterschied der von den Punkten E und B durchlaufenen Wege, wie auch die kleinen Inflexionen beschaffen seyn mögen, welche die Welle und die Strahlen in der Nähe von AC erleiden können, weil diese Inflexionen, wegen vollkommener Aehnlichkeit der Umstände, gleich sind für alle Stücke der Welle, welche nach einander auf AC anlangen. Dividirt man also $BC-EF$ durch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts in dem ersten Mittel, so hat man die Zeit, welche zwischen der Ankunft des Punktes E und der des Punktes B auf der brechenden Fläche AC verstreicht.

Nach dem Satz von der Coëxistenz kleiner Bewegungen können wir jeden erschütterten Punkt dieser Fläche seinerseits als einen Erschütterungsmittelpunkt für das zweite Mittel betrachten, in welchem er, wenn er allein wirkte, eine sphärische Welle bilden würde, deren Mittelpunkt er wäre. Würde aber diese Welle in der ganzen Ausdehnung ihrer Oberfläche eine gleiche Intensität haben, d. h. würden die Oscillationen der Aethertheilchen auf ihr überall dieselbe Amplitude und dieselbe absolute Geschwindigkeit besitzen? Ohne Zweifel nicht, vielmehr könnte diese Geschwindigkeit in einem Stück der Wellenfläche Null seyn. Allein 1) haben die absoluten Geschwindigkeiten der Aethertheilchen keinen Einflufs auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, und daher ist letztere nach allen Richtungen gleich, die abgeleitete Welle also sphärisch *).

*) Man könnte einwenden, dafs, wiewohl die Wellen, welche in einem Mittel von gleicher Elasticität nach allen Richtungen fortgepflanzt werden, offenbar sphärisch sind, sobald der Erschüt-

2) Aendern die absoluten Geschwindigkeiten der Aethertheile ihre Intensität oder Richtung nicht plötzlich von einem Punkt der Wellenfläche zum nächstfolgenden, sondern allmälig und auf eine mit dem Continuitätsgesetz übereinstimmende Weise. Betrachtet man also zwei sehr benachbarte Punkte der Wellenfläche, oder, allgemeiner gesprochen, zwei Punkte, deren Strahlen unter sich einen sehr kleinen Winkel machen, so kann man immer sagen, dafs daselbst die absoluten Geschwindigkeiten beinahe gleich und parallel sind. 3) Was für Störungen auch die Erschütterung bei ihrem Uebergange aus dem ersten in das zweite Mittel erlitten haben mag, so hat sie doch dabei nicht die Beschaffenheit der Oscillationsbewegung verloren, und jede der Wellen, welche aus jedem Punkt der brechenden Fläche hervorgehen, besteht immer aus zwei halben Wellen von entgegengesetztem Zeichen, in welchen die Intensitäten der absoluten Geschwindigkeiten und der beschleunigenden Kräfte diefs- undjen-

terungsmittelpunkt im Innern dieses Mittels liegt, es nicht eben so gewifs sey, dafs die Wellen ihre Kugelgestalt behalten, wenn sie auf der Gränze des Mittels entspringen. Allein es ist leicht diese Schwierigkeit zu heben, wenn man die Wellen, statt ihre Mittelpunkte auf die brechende Fläche selbst zu verlegen, sie von einer unter derselben und ihr parallelen Fläche ausgehen läfst. In dem von uns betrachteten Fall, wo die einfallende Welle eben ist, die Strahlen also parallel liegen, sind offenbar die Unterschiede zwischen den Ankunftszeiten der einzelnen Strahlen auf dieser zweiten Fläche gleich den Unterschieden zwischen ihren Ankunftszeiten auf der brechenden Fläche, weil sie alle, wegen der Aehnlichkeit der Umstände, eine gleiche Zeit zur Durchlaufung des zwischen beiden Ebenen eingeschlossenen Raums gebrauchen. Mithin wird nichts an den aus diesen Unterschieden abgeleiteten Folgerungen verändert seyn; und da die Centra der Elementarwellen sich dann im Innern des zweiten Mittels und beliebig weit von der brechenden Fläche befinden, so kann man nicht mehr einwenden, dafs sie nicht mehr sphärisch seyn, besonders in dem Theil ihrer Oberfläche, welcher zur Bildung der gebrochenen Welle beiträgt.

seits gleich sind; denn da die positiven und negativen Gröfsen in der ursprünglichen Erschütterung gleich sind, so werden sie es auch noch in den abgeleiteten Wellen seyn. Die sehr kleine Verschiebung eines Molecüls, befinde es sich nun im Innern eines homogenen Mittels oder auf der Berührungsfläche zweier Mittel von ungleicher Elasticität, bewirkt nämlich, wenn sie mit gleicher Geschwindigkeit und in derselben Richtung, aber einmal in dieser und das andere Mal in umgekehrtem Sinne vollzogen wird, bei den benachbarten Molecülen beschleunigende Kräfte von entgegengesetztem Zeichen, wiewohl übrigens von gleicher Stärke und gleicher Richtung. Diefs findet immer statt, wie auch das Gesetz der Kräfte, welches die Molecüle auf einander ausüben, wenn die Verschiebung sehr klein ist, beschaffen seyn mag. Mithin werden sich die benachbarten Molecüle in beiden Fällen mit gleicher Geschwindigkeit und in gleicher Richtung, aber in entgegengesetztem Sinne bewegen. Was wir so eben von dem zuerst verschobenen Molecüle sagten, gilt auch von denen, welche dieses erschüttert hat, und so fort; daraus sieht man, dafs die Bewegungen der Molecüle und die aus ihren relativen Verschiebungen hervorgehenden Beschleunigungskräfte in den beiden Fällen, was ihre Intensität und Richtung betrifft, durchaus ähnlich sind, und nur im Zeichen von einander abweichen. Nun ist in den beiden Hälften der einfallenden Welle bis auf das Zeichen Alles ähnlich, sowohl die Geschwindigkeiten der Molecüle und die relativen Verschiebungen derselben, als auch die daraus entspringenden Beschleunigungskräfte; mithin werden auch die im zweiten Mittel hervorgebrachten Wirkungen, verglichen in jedem Augenblick und Molecül für Molecül, was den Betrag dieser Gröfsen betrifft, gleich, was aber ihre Zeichen betrifft, entgegengesetzt seyn.

Wiewohl der Satz, dessen Fundamentalgrund wir so eben gegeben haben, fast an sich evident ist, so wollen wir doch, da er einem gelehrten Mathematiker be-

streitbar erschien, versuchen, ihn auf eine andere Art zu beweisen.

Zufolge des allgemeinen Satzes von der Zusammensetzung kleiner Bewegungen, ist die gesammte Bewegung, welche in einem Punkt durch irgend eine Anzahl verschiedener Erschütterungen in einem bestimmten Augenblick erregt wird, die statische Resultante aller absoluten Geschwindigkeiten, welche jede dieser Erschütterungen, wenn sie für sich gewirkt hätte, in demselben Augenblick nach diesem Punkt gesandt haben würde. Diefs gesetzt, denken wir uns in dem ersten Mittel zwei Wellensysteme, die dem vorhin betrachteten ähnlich sind, gleiche Intensität besitzen, parallele Flächen haben und um eine halbe Wellenlänge verschieden sind. Es werden dann keine Vibrationen mehr im ersten Mittel stattfinden. Die Wirkung, welche in dem zweiten Mittel in jedem Punkt hervorgebracht wird, mufs nun die statische Resultante der Vibrationen seyn, welche jedes der beiden einfallenden Wellensysteme für sich hervorgebracht haben würde. Diefs ist eine Folge von dem eben erwähnten Satz, und nach demselben Satz ist auch die Bewegung, welche nach jedem Punkt des zweiten Mittels von jedem der beiden Systeme hingeführt wird, die statische Resultante aller der Bewegungen, welche von den an den einzelnen erschütterten Theilen der Fläche CM erzeugten Elementarwellen, wenn jeder dieser kleinen Erschütterungsmittelpunkte für sich gewirkt hätte, in demselben Augenblick nach demselben Punkt hingeführt haben würden. Allein die von den nämlichen Punkten der Oberfläche ausgehenden Systeme von Elementarwellen würden gleiche Intensität haben wie die beiden sie erzeugenden einfallenden Wellensysteme; sie würden einander genau decken und nur in ihren Vibrationen um eine halbe Wellenlänge verschieden seyn; nun ist aber klar, dafs, wenn sie einander nicht zerstörten, die positiven Geschwindig-

keiten z. B. über die negativen vorwalteten, eine Bewegung in dem zweiten Mittel stattfinden würde, während im ersten keine stattfindet; was abgeschmackt seyn würde. Man kann also sagen, dafs zwei Systeme gebrochener Elementarwellen von gleicher Intensität und parallelen Oberflächen oder Strahlen einander zerstören, wenn sie um eine halbe Wellenlänge verschieden sind. Wir werden sogleich eine Anwendung von diesem Satze machen.

Suchen wir jetzt, welche respective Lagen die von den verschiedenen Punkten von AC ausgegangenen Elementarwellen in einem bestimmten Augenblick, z. B. wenn die Erschütterung B in C angelangt ist, haben werden. Beschreibt man von A als Centrum und mit einem Radius AD gleich dem Wege, welchen das Licht im zweiten Mittel in derselben Zeit zurückgelegt, während der es im ersten Mittel von B nach C geht, einen Kreisbogen, so wird derselbe die Welle vorstellen, welche von A ausgegangen ist im Moment da der von B ausgegangene Strahl in C anlangt; und wenn man von der in C projicirten Geraden an diese Welle die Tangentialebene CD legt, so wird dieselbe auch in demselben Augenblick alle übrigen, von den verschiedenen Punkten von AC ausgegangenen Elementarwellen berühren. Nimmt man nämlich zur Einheit der Zeit diejenige, welche das Licht zur Durchlaufung von BC und AD gebraucht, so werden diese zwei Linien die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichts in den beiden Mitteln vorstellen. Irgend ein anderer Punkt E der einfallenden Welle wird EF durchlaufen in der Zeit gleich $\frac{EF}{BC}$; und wenn man vom Punkt F als Centrum einen CD berührenden Kreisbogen beschreibt, so wird das Licht den Radius FG in der Zeit $\frac{FG}{AD}$ durchlaufen. Nun läfst sich mit Hülfe der ähnlichen Dreiecke AEF und ABC einerseits, und CFG und CAD andererseits leicht beweisen, dafs die

beiden Quotienten zusammen addirt eine Summe gleich der Einheit geben, d. h. gleich der Zeit, welche das Licht gebraucht, um von B nach C oder von A nach D zu gehen; mithin repräsentirt der von F als Mittelpunkt tangentiell an CD beschriebene Bogen richtig die Lage der von F ausgegangenen Welle in dem betrachteten Augenblick. Um eben so die gleichzeitigen Lagen der von den übrigen Punkten f, f' ausgegangenen Wellen zu haben, muſs man von jedem dieser Punkte als Centrum Kreisbogen beschreiben, die CD berühren, welche Ebene demnach der geometrische Ort der ersteren Erschütterungen seyn wird.

Die gebrochene Welle, oder genauer gesprochen, das System gebrochener Wellen muſs gebildet seyn aus der Vereinigung aller der von AC ausgegangenen Systeme von Elementarwellen. Um die Bewegungen zu bestimmen, welche in irgend einem Punkt G vor sich gehen, muſs man die statische Resultante aller der Bewegungen suchen, welche in demselben Augenblick von den verschiedenen Punkten f, F, f' u. s. w. der Fläche AC nach dem Punkt G gesandt werden.

Diese Aufgabe würde sehr schwer zu lösen seyn, wenn der Punkt G sehr nahe an AC läge; denn man müſste wissen nach welchem Gesetze die Intensität der Elementarstrahlen rings um jeden Erschütterungsmittelpunkt variire. Allein dieſs ist nicht mehr nöthig, wenn G einen gegen die Länge einer Welle sehr groſsen Abstand von der brechenden Fläche besitzt, weil dann alle Strahlen wie lG, $l'G$, $l''G$, deren Schiefe gegen FG etwas beträchtlich ist, sich gegenseitig zerstören, so daſs nur die mit FG fast parallelen Strahlen fG, $f'G$ einen merklichen Einfluſs auf die Intensität des resultirenden Wellensystems und seiner Lage in G ausüben. Da nun diese, beinah parallelen Strahlen auf gleiche Weise gegen die brechende Fläche geneigt sind, sie also sich unter ähnlichen Umständen befinden, so müssen sie nach

G parallele und gleich intensive Oscillationen hinführen. Die Zusammensetzung der Bewegungen reducirt sich dann auf Additionen und Subtractionen der von diesen Strahlen herbeigeführten absoluten Geschwindigkeiten.

Es ist leicht einzusehen, weshalb die gegen FG etwas schiefen Strahlen sich gegenseitig zerstören. Die gebrochene Linie EFG ist diejenige, auf welcher die Erschütterung am schnellsten nach G gelangt; denn da die von den Punkten f, F, f' u. s. w. ausgegangenen Strahlen die Ebene CD in demselben Augenblick berühren, so ist klar, dafs die Strahlen fG, $f'G$ später als der Strahl FG in G anlangen. Diefs gesetzt, theilen wir AC in kleine Stücke von solcher Gröfse, dafs die Strahlen, welche von zwei benachbarten Theilpunkten ausgehen, bei ihrer Ankunft in G um eine halbe Wellenlänge verschieden sind. Die Geometrie beweist, dafs diese kleinen Stücke nahe beim kürzesten Wege, d. h. nahe bei F, sehr ungleich sind; so wie man sich aber hiervon entfernt, kommen sie der Gleichheit immer näher, und sie weichen fast nicht mehr von einander ab, sobald die von den Theilpunkten nach G gezogenen Linien ein wenig stark gegen FG neigen (immer dabei vorausgesetzt, dafs die Länge von FG sehr grofs gegen die einer halben Welle sey). Aus dieser Gleichheit zweier zusammenliegender Stücke folgt, dafs sie eine gleiche Zahl von Erschütterungsmittelpunkten enthalten und beide eine gleiche Lichtmenge nach G senden; denn wegen des geringen Abstandes zwischen den Theilpunkten in Bezug auf die Entfernung derselben von G sind die ausgesandten Strahlen fast parallel, und sie müssen daher Vibrationen von gleicher Intensität und gleicher Richtung dahin führen; und weil die entsprechenden Strahlen dieser beiden Stücke überdiefs um eine halbe Wellenlänge verschieden sind, so müssen alle Wellensysteme, welche sie herbeiführen, einander zerstören. Mithin zerstören sich die von zwei an einander liegenden Stücken ausgesandten Strah-

len, sobald sie ein wenig stark gegen FG geneigt sind; oder genauer genommen, die absoluten Geschwindigkeiten, welche eins dieser Stücke erregt, werden zerstört durch die Hälfte der Vibrationen aus dem vorhergehenden und aus dem nachfolgenden Stück. Denn, wenn der Intensitätsunterschied ein unendlich Kleines erster Ordnung ist zwischen den Strahlen aus zwei zusammenstoſsenden Stükken, so ist er nur ein unendlich Kleines zweiter Ordnung zwischen den Strahlen eines intermediären Stücks und der halben Summe der Strahlen aus den beiden anstoſsenden Stücken; und wir begehen also keinen merklichen Fehler, wenn wir in der Rechnung eine Unzahl dieser kleinen Unterschiede vernachlässigen. Dieselbe Bemerkung gilt auch für die kleinen Richtungsunterschiede in den Oscillationen, welche von drei einander folgenden Stücken ausgesandt werden *). Mithin tragen nur diejenigen Strahlen wirksam zur Bildung des in G resultirenden Wellensystems bei, welche beinah parallel mit FG sind.

Betrachten wir irgend einen andern Punkt P auf der Linie CD; es sey MNP die Linie des kürzesten Weges von diesem Punkt zur einfallenden Welle AB. Die in P resultirende Welle wird gleichfalls nur gebildet seyn von den Elementarwellen, die von Punkten wie n, n' ausgegangen sind, welche so nahe an N liegen, daſs die Strahlen nP, $n'P$ fast mit NP parallel liegen,

*) Bei der Erklärung des Interferenzprincips haben wir bemerkt, daſs, sobald zwei Wellensysteme in ihrem Gang um eine halbe Wellenlänge verschieden sind, die beiden äuſsersten halben Wellen sich der Interferenz entziehen. Da hier eine Unzahl von Wellensystemen vorhanden ist, so könnte man im ersten Augenblick glauben, es entzöge sich eine Unzahl halber Wellen der Interferenz; denkt man aber ein wenig nach, so findet man, daſs sie zu zwei einander zerstören, oder, was auf dasselbe hinausläuft, daſs jedes Elementarsystem in seiner ganzen Erstreckung zerstört wird durch das, was um eine halbe Undulation voraus ist, und durch das, welches um eben so viel zurück ist.

und die Strahlen von einer vorwaltenden Schiefe werden einander zerstören. Nun ist klar, dafs die Stücke, welche Unterschieden von einer halben Wellenlänge entsprechen, und welche in der Nähe von N, wie in der Nähe von F, ungleich sind, übrigens demselben Abnahmegesetze folgen, nur werden sie in dem Verhältnifs $\sqrt{NP}$ zu $\sqrt{FG}$ kleiner seyn. Wenn man also jene und diese Stücke in kleine Elemente theilt, welche respectiv den Gröfsen $\sqrt{NP}$ und $\sqrt{FG}$ proportional sind, so werden beide gleich viel davon enthalten, und es werden zwischen den Wegen, welche die von den entsprechenden Elementen ausgesandten Strahlen durchlaufen, dieselben Unterschiede stattfinden. Alle nach P hingeführten Systeme von Elementarwellen befinden sich also in denselben Lagen in Bezug auf P, als die nach G gesandten Systeme von Elementarwellen in Bezug auf G. Mithin liegen die beiden in P und in G resultirenden Wellensysteme auf gleiche Weise in Bezug auf diese Punkte. Wendet man nun die S. 144 und 145, S. 174 und 175 gegebenen Interferenzformeln an, und integrirt successiv nach zwei Richtungen, d. h. parallel und senkrecht gegen die Ebene der Figur, welche hier die Einfallsebene ist, so findet man, dafs das resultirende Wellensystem um eine Viertelwelle hinter dem System von Elementarwellen liegt, welches den kürzesten Weg zurückgelegt hat. Allein wir brauchen hier diese Integrale nicht zu kennen, um die Richtung der Wellenfläche des resultirenden Systems zu kennen; denn, wie wir eben gesehen, mufs dieselbe gegen alle Punkte P, G u. s. w. von DC ähnlich liegen. Mithin sind die Flächen der Wellen dieses Systems parallel mit DC.

Nun ist $\sin ACD : \sin BAC :: AD : BC$, d. h. die Sinus der Winkel, welche die einfallenden und gebrochenen Wellen mit der brechenden Fläche machen, stehen in dem beständigen Verhältnifs der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichts in den beiden Mitteln. Allein

diese Winkel sind denen gleich, welche die auf den Wellen Senkrechten, d. h. die Strahlen, mit den auf der brechenden Fläche Senkrechten machen; mithin stehen die Sinus der Winkel der Incidenz und Refraction in dem constanten Verhältniſs der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten.

Um diesen Beweis zu vervollständigen und zu zeigen, daſs diese Theorie mit den erfahrungsmäſsigen Gesetzen der Refraction übereinstimmt, bleibt noch zu beweisen, daſs die auf der Welle Senkrechte, welche wir *Strahl* genannt haben, wirklich die Richtung des Gesichtsstrahls ist. Dahin gelangt man leicht durch ähnliche Betrachtungen, wie wir sie eben zur Bestimmung der Richtung der gebrochenen Welle gebraucht haben. Allein wir begnügen uns mit diesem Resultat, da wir den theoretischen Entwicklungen, welche Gegenstand dieses Zusatzes ausmachen, keine gröſsere Ausdehnung geben können. Ueberdieſs ist es, ohne die Theorie des Sehens zu erschöpfen, a priori klar, daſs die ausfahrende Welle den Lichtpunkt, von dem sie ausflieſst, auf dem Grund des Auges in derselben Richtung bezüglich auf ihre Ebene verzeichnen muſs, als es die einfallende in Bezug auf die ihrige thut, und daſs demnach Alles auf die gegenseitige Neigung dieser Ebenen zurückkommt.

Wir schlieſsen mit der Bemerkung, daſs nicht bloſs alle Punkte der Oberfläche jeder Welle des resultirenden Systems sich in gleichem Abstand von DC befindet, sondern auch, daſs, wenn die einfallende Welle in ihrer ganzen Ausdehnung eine gleichförmige Intensität besitzt, die Gleichheit der Intensität sich auch in der gebrochenen Welle erhalten muſs. Vergleichen wir nämlich die resultirenden Vibrationen, die in irgend zwei Punkten P und G vollzogen werden. Wir haben bemerkt, daſs, wenn die Stücke von AC, welche den Strahlen der schnellsten Ankunft NP und FG so nahe liegen, daſs sie wirksam zu den in P und G hervorgebrach-

ten Effecten beitragen, in Elemente proportional den Quadratwurzeln aus den Abständen *NP* und *FG* getheilt werden, die von den entsprechenden Erschütterungsmittelpunkten ausgesandten Elementarwellen auf gleiche Weise gegen die Punkte *P* und *G* liegen. Nun hängt die Intensität der Resultante nur von den respectiven Lagen und der Intensität der componirenden Wellensysteme ab. Es braucht also nur bewiesen zu werden, dafs die Intensität der Elementarwellen hier und dort gleich ist. Da die Erschütterungsmittelpunkte, in welche wir *AC* nahe bei *F* und *N* theilen, parallel und senkrecht gegen die Ebene der Figur, Breiten proportional den Quadratwurzeln aus *FG* und *NP* besitzen, so stehen die absoluten Geschwindigkeiten der Molecüle in den von ihnen ausgesandten Elementarwellen, bei gleichen Abständen von den Erschütterungsmittelpunkten, in dem Verhältnifs *FG* und *NP*. Allein die Analyse beweist, dafs die absoluten Geschwindigkeiten sich umgekehrt wie die Abstände verhalten, mithin werden dieselben gleich seyn in *P* und in *G*.

Die Schlüsse, welche wir eben machten, setzen voraus, dafs die brechende Fläche unendlich grofs sey oder wenigstens ihre Gränzen so entfernt von den Punkten *N* und *F* liegen, dafs die unterdrückten Strahlen keinen merklichen Einflufs auf die Intensität der Resultante in den Punkten *P* und *G* ausüben. Im entgegengesetzten Fall könnte offenbar die Gleichheit der Intensität, wie die Aehnlichkeit der Lagen des in *P* und *G* resultirenden Wellensystems gestört seyn. Die schon erwähnten Interferenzformeln geben ein Mittel die Intensität des Lichts und den Gang der abwechselnd dunkeln und hellen Zonen, in die es dann zerfällt, zu bestimmen. Die Resultate der Rechnung kommen mit denen der Erfahrung überein. Darin vor Allem ist die aus der Undulationstheorie abgeleitete Erklärung der Refraction der von Newton aufgestellten überlegen; denn diese erklärt den

Gang des Lichts nur in dem besonderen Fall einer continuirlichen und unbegränzten Fläche.

Die von uns so eben aus einander gesetzte Theorie bestimmt die Lage der verschiedenen Punkte der gebrochenen Welle nur für eine gegen die Länge einer Lichtwelle sehr grofse Entfernung von der brechenden Fläche; wenn man sich aber erinnert, dafs ein einziges Millimeter schon fast die Länge von zwei tausend Lichtwellen enthält, so wird man einsehen, dafs die für diesen Fall erhaltenen numerischen Resultate auf alle Versuche anwendbar sind, die zur Messung der Refraction und zur Prüfung des Gesetzes von Descartes angestellt wurden.

V. *Auszug aus einer Abhandlung über die Reflexion des Lichts; von A. Fresnel.*

(*Ann. de chim. et de phys. T. XV p.* 379.)

Der Gegenstand dieser Abhandlung ist die Aufsuchung der mechanischen Ursachen der Reflexion des Lichts. Nach der Undulationstheorie läfst sich die Reflexion auf zwei sehr verschiedene Weisen betrachten. Man kann annehmen, sie erfolge alleinig aus der gröfseren Dichte des in dem reflectirenden Körper enthaltenen Aethers, und kann sie demnach vergleichen mit der Reflexion der Wellen eines elastischen Fluidums, das mit einem andern dichteren Fluidum in Berührung steht. Man kann sie aber auch ohne die Annahme einer Verdichtung des Aethers durch die Voraussetzung erklären, dafs das Licht an den eignen Theilchen des Körpers reflectirt werde.

Die zweite Hypothese, welche die Reflexion von dem Stofs der Lichtwellen gegen die wägbaren Theilchen herleitet, bietet im ersten Augenblick eine Schwierigkeit dar, welche jedoch bei aufmerksamerer Betrachtung bald

verschwindet. Man kann nämlich fragen: Wenn jedes Theilchen für sich ein Reflexionscentrum seyn kann, weshalb reflectiren durchsichtige Körper nicht in ihrer ganzen Dicke das Licht.

Theilt man im Gedanken den reflectirenden Körper in sehr dünne Schichten, deren Dicke dem Unterschiede einer halben Undulation in den von den reflectirten Strahlen durchlaufenen Wegen entspricht, so ist es mittelst des Interferenzprincips leicht einzusehen, dafs diese Elementarwellen sich im Innern eines homogenen Mediums gegenseitig zerstören müssen, und dafs die Summe aller dieser Reflexionen auf diejenigen zurückkommen wird, welche an der ersten und letzten Schicht stattfinden, sobald die Zwischenräume dieser Theilchen unendlich klein sind in Bezug auf die Länge einer Lichtwelle. Da jedoch diese Zwischenräume in Wirklichkeit niemals ganz gegen eine Wellenlänge zu vernachlässigen sind, so kann man offenbar nicht mehr in der Nachbarschaft eines jeden wägbaren Theilchens ein anderes in solchem Abstande befindlich annehmen, dafs die von beiden Theilchen reflectirten Strahlen genau um eine halbe Undulation verschieden seyen und einander vollständig zerstören; es mufs also eine innere Reflexion erfolgen, die, wegen der fast vollständigen Discordanz der Elementarwellen, zwar schwach, aber doch endlich sichtbar seyn wird, sobald das Mittel eine hinlängliche Dicke hat.

Die Atmosphäre bietet uns hievon ein auffallendes Beispiel dar durch die Fülle von Sonnenlicht, welches sie von allen Seiten in unsere Augen sendet, selbst an Tagen ihrer gröfsten Reinheit. Die Polarisationsgesetze, welche sie dabei zeigt, lassen sich, wie Hr. Arago bemerkt hat, nur in der Annahme begreifen, dafs es die eignen Theilchen der Luft seyen, welche dieses Licht reflectiren, und dafs die Schwäche dieser partiellen Reflexionen durch ihre Vielheit ersetzt wird.

Viele andere Erscheinungen bestätigen die Hypothese, dafs

die Reflexion an den wägbaren Theilchen selbst geschieht. Allein da sie keinen strengen Beweis für dieselbe abgeben, sondern nur die Wahrscheinlichkeit derselben erhöhen, so habe ich unter den Folgerungen aus dieser und der andern Hypothese, welche die Reflexion bloſs von einem Unterschied in der Dichte des Aethers herleitet, einen Fall aufgesucht, wo der Versuch die Aufgabe entscheiden konnte.

Beide Hypothesen erklären die Farbenringe, welche an den beiden Flächen einer dünnen Schicht durch Reflexion des Lichts entstehen, gleich gut; sie stimmen daher auch nothwendig bei den durchgelassenen Ringen überein, da diese zufolge des Satzes von der Erhaltung lebendiger Kräfte in allen Fällen complementar zu den reflectirten Ringen seyn müssen. Allein analysirt man die Entstehung der durchgelassenen Ringe, die, wie Thomas Young bewiesen hat, durch die Interferenz der directen und der in der dünnen Schicht zwei Mal reflectirten Strahlen gebildet werden, so kommt man zu dem sonderbaren Schluſs, daſs wenn die Reflexion an den eignen Theilchen der Körper geschieht, die Strahlen, welche an der Auſsenseite eines Mittels von gröſserem Brechungsvermögen als das mit ihm in Berührung stehende reflectirt werden, um eine halbe Wellenlänge von den einfallenden oder durchgelassenen Strahlen abweichen müssen, und dieſs unabhängig von dem Unterschiede der durchlaufenen Wege, die für die reflectirten Strahlen so gezählt werden, wie wenn sie unmittelbar von der Trennungsfläche beider Mittel ausgingen; wogegen in der Annahme, daſs die Reflexion bloſs durch den Unterschied der Dichte des Aethers in den beiden sich berührenden Mitteln erzeugt werde, die directen und die an der Auſsenseite des stärker brechenden Mittels reflectirten Strahlen, abgesehen vom Unterschiede der durchlaufenen Wege, im Accord stehen müssen. Mithin führen diese beiden

Hypothesen in diesem Falle zu entgegengesetzten Folgerungen.

Um diese Folgerungen zu prüfen, liefs ich zwei Lichtbündel interferiren, die beide von demselben Lichtpunkt ausgegangen waren, von denen aber der eine an der Aufsenseite eines unbelegten, auf der Rückseite geschwärzten Glasplatte einmal reflectirt worden. Die beiden Lichtbündel wurden darauf durch zwei schwarze Glasspiegel in fast parallele Richtungen gebracht. Diese zweite Reflexion an ähnlich liegenden Spiegeln konnte, da sie beiden Lichtbündeln ähnliche Modificationen einprägte, die aus der ersten Reflexion hervorgegangene Verschiedenheit nicht verändern. Nun zeigten die Fransen, welche durch die Interferenz der beiden Wellensysteme erzeugt wurden, die nämliche Anordnung in den Farben, wie die Ringe, welche an einer zwischen zwei Glasplatten eingeschlossenen Luftschicht reflectirt werden. Das Centrum der Gruppe ward eingenommen von einer schwarzen, in ihrer Mitte vollkommen farblosen Zone, und die Farben lagen symmetrisch diefs- und jenseits dieser centralen Zone, so dafs man sich hinsichtlich der Lage dieser nicht irren konnte. Weil nun die centrale Zone, welche immer gleichen Wegen entspricht, vollkommen schwarz war, so mufs man daraus schliefsen, dafs die beiden Wellensysteme, unabhängig von den durchlaufenen Wegen, um eine halbe Wellenlänge verschieden waren.

Man sieht also, das Resultat der Erfahrung ist der ersten Hypothese durchaus zuwider, bestätigt vielmehr die zweite, nach welcher die Reflexion an den Körpertheilchen selbst geschieht.

Diese Betrachtungsweise der Reflexion, welche in ihrer Allgemeinheit die verschiedenen Durchsichtigkeitsgrade der Körper umfafst, und die Möglichkeit einer genügenden Erklärung ihrer natürlichen Farben einsehen läfst, hat noch den Vortheil, dafs es den Haupt-Einwurf,

welchen man dem Undulationssystem gemacht hat, nämlich den in Betreff der Dispersion, zerstört.

Die Analyse beweist, dafs Wellen von ungleicher Länge sich in einem homogenen elastischen Fluidum mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen müssen, so dafs, wenn die Verlangsamung des Lichts z. B. im Glase nur von der gröfseren Dichte des darin eingeschlossenen Aethers abhinge, die verschiedenen Arten Lichtwellen, welche sich im Vacuo mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen müssen, auch eine gleiche Verzögerung in dem Glase erleiden und sich deshalb auf gleiche Weise brechen würden, denn das Verhältnifs des Sinus der Incidenz zu dem der Refraction hängt alleinig von dem Verhältnifs ab, welches zwischen den Geschwindigkeiten des Lichts in beiden Mitteln stattfindet. Allein nach dem Versuch, welchen ich angeführt habe, ist es sehr wahrscheinlich, dafs der Aether, welcher sich in dem Glase befindet, nicht merklich dichter ist als der, welcher dasselbe umgiebt; die Verkürzung der Lichtwellen, die in das Glas eindringen, rührt also hauptsächlich von den eignen Molecülen desselben her, deren grofsen Einflufs auf die Dispersion man übrigens aus einem sehr einfachen Grunde nicht bezweifeln kann, nämlich deshalb, weil die Dispersion variirt mit der Art der Anordnung dieser Molecüle, nach Verhältnissen, die von denen der mittleren Brechungsverhältnisse durchaus verschieden sind.

Allein das Phänomen, welches vielleicht am überzeugendsten den unmittelbaren Einflufs der Körpertheilchen auf den Gang des Lichtes darthut, ist die Doppelbrechung, welche dem Lichte verschiedene Geschwindigkeiten einprägt, je nach der Richtung, in welcher man es durch den Krystall gehen läfst, wiewohl die Dichte des in diesem eingeschlossenen Aethers immer dieselbe ist.

Ich will bei dieser Gelegenheit eines Gesetzes erwähnen, welches ich bei der Doppelbrechung des ge-

krümmten Glases entdeckt habe, und aus dem man ersieht, bis zu welchem Grade die Anordnung der Körpertheilchen auf den Gang des Lichtes einwirkt.

Wenn man eine Glasplatte krümmt, so erlangt sie ähnliche Eigenschaften wie dünne Krystallblättchen; gleich diesen färbt sie das polarisirte Licht, wie Hr. Brewster schon vor längerer Zeit beobachtet hat. Die Analogie deutet darauf, dafs diese Farben, da sie denen der Krystallblättchen vollkommen ähnlich sind, auch aus der Interferenz zweier Lichtwellen entspringen, welche die Glasplatte mit ungleicher Geschwindigkeit durchlaufen, und diefs wird auch durch die Erfahrung bestätigt.

Um die Geschwindigkeitsänderungen, welche diesen beiden Wellensystemen entsprechen, zu messen, habe ich die feinen Verfahrungsarten angewandt, welche die Diffraction an die Hand giebt; und dabei habe ich gefunden, dafs die Geschwindigkeit der ordentlich gebrochenen Strahlen doppelt so stark als die der aufserordentlichen Strahlen von der Geschwindigkeit des Lichts in dem ungekrümmten Glase abweicht. Sonach ist der Geschwindigkeitsunterschied zwischen den ordentlichen und aufserordentlichen Strahlen gleich der Zu- oder Abnahme, welche die Geschwindigkeit des aufserordentlich gebrochenen Lichts durch die Biegung des Glases erleidet: ein recht merkwürdiges Resultat, weil hier die Doppelbrechung so grofs ist als die aus der Dilatation oder Condensation des Mittels entspringende Refractionsänderung.

Ich habe versucht, die absolute Dilatation oder Condensation eines Glasparallepipeds an den Punkten zu messen, wo die beiden Lichtbündel, die ich interferiren liefs, hindurchgingen; allein ich habe noch kein Resultat erhalten, welches mir Zutrauen zu verdienen schien.

Durch diesen Versuch habe ich indefs gefunden, dafs die aus der Dilatation oder Condensation des Glases entspringende Aenderung in der Lichtgeschwindigkeit für die ordentlich gebrochenen Strahlen beinahe halb so grofs ist

als die, welche sich aus der absoluten Condensation oder Dilatation des Glases ergiebt, wenn man die Formel anwendet, zu der man sowohl nach der Emissions- als nach der Undulationstheorie geführt wird, sobald man voraussetzt, nach der ersteren Theorie, dafs die auf die Lichtmolecüle ausgeübte Anziehung proportional ist der Dichte des Mittels, und, nach der letzteren, dafs das brechende Mittel ein homogenes elastisches Fluidum sey, dessen Dichte gleiche Veränderungen wie das Glasparallepiped erleidet, wenn seine Elasticität constant bleibt.

Nach diesen beiden Voraussetzungen müssen die kleinen Aenderungen in der Lichtgeschwindigkeit halb so grofs als die Veränderungen der Dichte des Mittels seyn, und ich habe bei jenem Versuche gefunden, dafs die ersteren Aenderungen nur ein Viertel so grofs als die letzteren waren bei den ordentlichen Strahlen, deren Gang übrigens die gröfseren Veränderungen erleidet *).

Ich habe mir vorgenommen, diese Untersuchungen, sobald es meine Geschäfte erlauben, fortzusetzen, und durch genaue Beobachtungen zu bestimmen, welche Zusammen- oder Auseinanderrückungen der Glastheilchen einem jeden Grade des Geschwindigkeitsunterschiedes zwischen den ordentlichen und aufserordentlichen Strahlen entsprechen **). Versuche dieser Art, bei denen man die in der Anordnung der Theilchen des brechenden Mittels herbeigeführten Modificationen nach Belieben verändern und genau messen könnte, würden vielleicht auf die mechanischen Ursachen der Doppelbrechung einiges Licht werfen.

*) Diefs zweite Gesetz ist nur aus einem isolirten Resultat abgeleitet, und bedarf daher zu seiner Bestätigung noch fernerer Versuche.

**) Es scheint nicht, dafs Fresnel diesen Vorsatz ausgeführt habe; wenigstens ist in der nach seinem Tode bekannt gemachten Abhandlung über die Reflexion (Ann. Bd. XXII S. 90) von dergleichen Versuchen nicht die Rede. *P.*

VI. *Bestimmung der krummen Fläche der Lichtwellen in einem Mittel, dessen Elasticität verschieden ist nach den drei Hauptrichtungen, d. h. nach denjenigen, in welchen die von der Elasticität erregte Kraft in derselben Richtung wirkt, in der die Theilchen dieses Mittels verschoben wurden; von Hrn. Ampère.*

(*Ann. de chim. et de phys. T. XXXIX p.* 113.)

Wenn das Licht aus einem krystallisirten Mittel in ein anderes gleichfalls krystallisirtes übergeht, so theilt sich jeder der beiden einfallenden Strahlen, die im ersten Mittel einer gleichen Richtung folgen können, in zwei Strahlen, und wenn man die Richtung dieser letzteren bestimmen will, so mufs man die krumme Fläche der Lichtwellen sowohl im ersten als in dem zweiten Mittel kennen. Für den besonderen Fall, wo der Strahl aus einem Mittel von gleicher Elasticität nach allen Richtungen übergeht in ein Mittel, von dessen drei Haupt-Elasticitäten zwei einander gleich sind, gelangt man leicht dahin mittelst der von Huyghens gegebenen Construction. Alsdann bildet die Lichtwelle im ersten Mittel eine Kugelfläche, und in dem zweiten besteht sie aus der Vereinigung einer Kugelfläche und der Fläche eines Umdrehungs-Ellipsoïds. Wie bekannt hat Laplace blofs für den letzteren Fall bewiesen, dafs diese Construction in dem Emissionssystem aus dem Satz von der kleinsten Wirkung erfolge; allein er wandte seine Rechnung nur auf ein Ellipsoïd an, da er die Gleichung der erzeugenden Ellipse gebrauchte. Indefs habe ich in einer i. J. 1814 in der Academie vorgelesenen Note einen allgemeinen Beweis von derselben Construction, ange-

wandt auf alle krystallisirte Mittel, gegeben. Ich ging damals noch, nach der Emissionstheorie, von dem Principe der kleinsten Wirkung aus: allein man weiſs, daſs alle nach dieser Theorie auf dieses Princip gestützten Rechnungen sich unmittelbar in die Wellentheorie übersetzen lassen, wenn man den Ausdruck für die Geschwindigkeit umkehrt. Man kann daher jenen allgemeinen Beweis von der auf alle möglichen Media ausgedehnten Huyghens'schen Construction als hinreichend betrachten für die Bestimmung der Richtung der beiden gebrochenen Strahlen, die jedem der beiden einfallenden, einer gegebenen Richtung folgenden Strahlen entsprechen, sobald das Mittel, zu welchem das Licht hinaustritt, nicht drei gleiche Haupt-Elasticitäten besitzt. Um indeſs von ihm Gebrauch zu machen, muſs man die krumme Fläche der Lichtwellen kennen, sowohl für das Mittel, aus welchem sie treten, als für das, in welches sie treten. In Fresnel's bewundernswürdiger Abhandlung über die doppelte Strahlenbrechung *), worin dieser groſse Physiker auf von nun an unerschütterlichen Grundlagen die wahre Theorie des Lichts errichtet hat, beschäftigte sich derselbe auch mit Bestimmung der krummen Fläche der Lichtwellen für jedwedes Mittel, und gelangte dabei zu folgenden Resultaten.

Er bezeichnet durch a^2, b^2, c^2 drei den drei Haupt-Elasticitäten des Mittels proportionale Constanten, durch x, y, z die drei Coordinaten irgend eines Punkts der Wellenfläche, bezogen auf die zu Axen genommenen Richtungen dieser drei Haupt-Elasticitäten, durch m den Differentialcoëfficienten von z, wenn man nur x variiren läſst, durch n den Differentialcoëfficienten von z, wenn man nur y variiren läſst, und endlich durch v den Perpendikel, gefällt von dem Anfangspunkt auf den Punkt der Tangentialebene, dessen Coordinaten x, y, z sind, so daſs:

*) S. Annal. Bd. XXIII S. 372 und S. 494. *P.*

$$v = \frac{z - mx - ny}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}}.$$

Fresnel beweist dann (S. 516 seiner Abhandl. in Bd. XXIII der Ann.), dafs man zur Bestimmung von v die Gleichung habe:

$$(a^2 - v^2)(c^2 - v^2)n^2 + (b^2 - v^2)(c^2 - v^2)m^2 + (a^2 - v^2)(b^2 - v^2) = 0$$

und schliefst daraus mit Recht, dafs wenn man den aus dieser Gleichung in Function von m und n gezogenen Werth von v^2 substituirt in der Gleichung:

$$(z - mx - ny)^2 = v^2(1 + m^2 + n^2)$$

und darin die Gröfsen m und n als Constante betrachtet, man die allen Tangentialebenen der Wellenfläche gemeinschaftliche Gleichung haben werde, und ferner, dafs wenn man m und n zwischen dieser Gleichung und ihren beiden partiellen Differentialcoëfficienten (erhalten der eine durch blofse Variation von m, der andere durch blofse von n) eliminirt, daraus die Gleichung der Wellenfläche zwischen x, y, z entspringe.

In dem Glauben, dafs diese Elimination zu verwickelte Rechnungen erfordere, um ausgeführt werden zu können, bildete **Fresnel** eine andere Gleichung von den drei Gröfsen, zwischen denen x, y, z eliminirt werden sollten; allein er hat davon keinen Gebrauch mehr gemacht, um zu der gesuchten Gleichung in x, y, z zu gelangen. Er bestimmt diese in der Voraussetzung, dafs sie nur vom vierten Grade seyn könne, durch Berechnung der Gleichungen für die Durchschnitte der Wellenfläche mit den drei Coordinat-Ebenen, und dadurch, dafs er diejenige Gleichung vom vierten Grade nimmt, welche der Bedingung genügt, dafs die von ihr ausgedrückte Fläche durch diese Durchschnitte gehe.

Fresnel räumt ein, dieser Gang gebe keine Gewifsheit, dafs diese Gleichung die Wellenfläche sey, weil nichts beweise, dafs die Gleichung dieser Fläche vom vierten Grade sey. Deshalb sagt er, habe er sich vergewissert, und zwar durch so lange und beschwerliche Rechnungen, dafs er glaubte, sie nicht in seiner Abhandlung niederschreiben zu dürfen, dafs, wenn man von der Gleichung des vierten Grades in x, y, z ausgehe, man auf die Combination der drei erwähnten Gleichungen zwischen x, y, z, m, n zurückkomme.

Wenn es die Gleichung, welche alle Tangential-Ebenen vorstellt, gewesen wäre, die er so verificirt hätte, so könnte man die Gleichung zwischen x, y, z als hinreichend a posteriori bewiesen ansehen; allein da es nur eine willkührliche Combination dieser Gleichung und ihrer beiden partiellen Differentialcoëfficienten, genommen der eine in Bezug auf m und der andere in Bezug auf n, gewesen ist, so scheint mir dieser Beweis der Richtigkeit der für die Wellenfläche erhaltenen Gleichung durchaus unvollständig. Indefs ist diese Gleichung richtig und sogar ziemlich leicht direct zu erhalten. Dahin gelangte ich, indem ich die gemeinschaftliche Gleichung für die Tangential-Ebenen der Wellenfläche unter die für die Rechnung bequemste Form brachte, die beiden partiellen Differentialcoëfficienten dieser Gleichung in Bezug auf m und n nahm, und dieselben durch p und q ersetzte, um solchergestalt den partiellen Differentialcoëfficienten von z in Bezug auf alleinige Variation von x und den in Bezug auf alleinige Variation von y dem allgemeinen Gebrauche gemäfs zu bezeichnen. Indem ich verschiedene Combinationen dieser drei Gleichungen versuchte, habe ich welche gefunden, durch die die Elimination, welche, wie Fresnel meinte, so lange Rechnungen erfordere, dafs sie unmöglich auszuführen seyen, ziemlich leicht wird. Die zu diesem Zweck erforder-

lichen Rechnungen zeigen überdiefs eine Symmetrie, mittelst deren man ihnen leicht folgen kann; zu letzt führen sie genau zu derselben Gleichung des vierten Grades in x, y, z, welche Fresnel für die krumme Fläche der Lichtwellen in Mitteln von drei ungleichen Haupt-Elasticitäten gegeben hat, so dafs die Richtigkeit dieser Gleichung keinem Zweifel mehr unterworfen ist.

Diefs ist der Gegenstand des zweiten Paragraphen dieser Abhandlung; im ersten habe ich die den Tangential-Ebenen gemeinschaftliche Gleichung durch ein Verfahren berechnet, welches mir einfacher oder wenigstens übersichtlicher als das von Fresnel zu seyn scheint; und in dem dritten habe ich ein Theorem zur Auffindung der Gleichung für die Wellenfläche bewiesen, welches dieser grofse Physiker gebrauchte, ohne es indefs direct zu erweisen. Ich hatte mir vorgenommen, in einem vierten Paragraph den auf alle Arten von Mitteln verallgemeinerten Beweis der Huyghens'schen Construction wieder aufzunehmen, ihn zu vereinfachen und, der Wellentheorie gemäfs, die Betrachtung der Ebenen, nach welchen das Licht als polarisirt gedacht werden kann, aus einander zu setzen; doch blieb mir nicht Zeit genug übrig, diesen Paragraph abzufassen, und deshalb findet man ihn hier nicht.

I. Untersuchung über die allen Tangentialebenen der Wellenfläche gemeinschaftliche Gleichung.

Es sey 1) a die Geschwindigkeit entsprechend einer Verschiebung nach der Axe OA der x (Taf. II Fig. 20), die Elasticitätskraft nach dieser Axe wird seyn $\mu a^2 \sigma$ für eine Verschiebung $=\sigma$, tragen wir a von O nach a' und von O nach a'' auf die beiden andern Axen auf; 2) b die Geschwindigkeit entsprechend einer Verschiebung nach der Axe OB der y, die Kraft nach dieser Axe wird seyn $\mu b^2 \sigma$ für eine Verschiebung $=\sigma$, tragen wir b von O nach b' und von O nach b'' auf die

beiden andern Axen auf; 3) c die Geschwindigkeit entsprechend einer Verschiebung nach der Axe OC der z, die Kraft nach dieser Axe wird seyn $\mu c^2 \sigma$, für eine Verschiebung σ tragen wir c von O nach c und von O nach c' auf die beiden andern Axen auf.

Nach dem von Fresnel entdeckten Gesetz für die Fortpflanzung des Lichts gelangt eine in der Ebene BOC befindliche ebene Welle in der Zeiteinheit nach b, wenn ihre Oscillationen parallel OB sind, nach c, wenn dieselben parallel OC sind, und falls die Oscillationen eine intermediäre Richtung haben, theilt sich die ebene Welle in zwei andere, von denen in der Zeiteinheit die eine in b und die andere in c anlangt. Eben so sind a' und c' die Punkte, wo in der Zeiteinheit die in der Ebene AOC liegenden ebenen Wellen anlangen, sie mögen sich nun in zwei theilen oder nicht; endlich sind a'' und b'' die Punkte, welche die in der Ebene AOB befindlichen ebenen Wellen in derselben Zeit erreichen.

Die sechs Punkte b, c, a', c', a'', b'' liegen also sämmtlich auf der krummen Fläche der vom Punkt O ausgegangenen Welle, und diese Fläche berührt alle Lagen, welche irgend eine vom Punkt O ausgegangene ebene Welle nach Ablauf der Zeiteinheit einnimmt.

Betrachten wir eine solche Welle in einer auf OS senkrechten Ebene EOF; die Geschwindigkeit nach OS wird erzeugt durch die Componente der Kraft, welche durch eine in der Ebene EOF nach der, z. B. in dieser Ebene liegenden Linie OE, gemachten Verschiebung σ hervorgebracht worden ist. Nennen wir α, β, γ die Winkel, welche OE mit den drei Axen bildet, so kann diese Verschiebung durch drei andere ersetzt werden, nämlich durch $\sigma \cos \alpha$ nach OA, $\sigma \cos \alpha$ nach OB,

$\sigma \cos\gamma$ nach OC; daraus entspringen in denselben Richtungen drei Kräfte gleich $\mu a^2 \sigma \cos\alpha$, $\mu b^2 \sigma \cos\beta$, $\mu c^2 \sigma \cos\gamma$, und deren Resultante ist:

$$R = \mu\sigma\sqrt{a^4 \cos^2\alpha + b^4 \cos^2\beta + c^4 \cos^2\gamma}$$

und die Cosinus der drei Winkel ξ, η, ζ, welche die Richtung RO dieser Resultante mit den drei Axen macht, sind:

$$\cos\xi = \frac{\mu\sigma a^2 \cos\alpha}{R} = \frac{a^2 \cos\alpha}{r^2}$$

$$\cos\eta = \frac{\mu\sigma b^2 \cos\beta}{R} = \frac{b^2 \cos\beta}{r^2}$$

$$\cos\zeta = \frac{\mu\sigma c^2 \cos\gamma}{R} = \frac{c^2 \cos\gamma}{r^2},$$

wenn $\sqrt{a^4 \cos^2\alpha + b^4 \cos^2\beta + c^4 \cos^2\gamma} = r^2$ gesetzt wird. Daraus folgt, dafs wenn man ε den Winkel nennt, welchen die Richtung dieser Resultante mit der Geraden OE macht, man hat:

$$\cos\varepsilon = \cos\alpha \cos\xi + \cos\beta \cos\eta + \cos\gamma \cos\zeta$$

oder:

$$\cos\varepsilon = \frac{\mu\sigma(a^2 \cos^2\alpha + b^2 \cos^2\beta + c^2 \cos^2\gamma)}{R}.$$

Die Resultante wird nun in zwei andere Kräfte zerlegt, in eine nach EO gleich $R\cos\varepsilon$ oder $\mu\sigma(a^2 \cos^2\alpha + b^2 \cos^2\beta + c^2 \cos^2\gamma)$, und die andere senkrecht auf EO und gleich $R\sin\varepsilon$. Wenn die Resultante in der Ebene ROE liegt, so wird die auf OE senkrechte Componente $R\sin\varepsilon$ auch

in dieser Ebene liegen, und folglich nach OS senkrecht gegen die ebene Welle gerichtet seyn; sie wird also nichts zur Fortpflanzung der Welle beitragen, zu einer Fortpflanzung, deren Geschwindigkeit blofs durch die Kraft $R\cos\varepsilon = \mu\sigma(a^2\cos^2\alpha + b^2\cos^2\beta + c^2\cos^2\gamma)$ bewirkt wird, und ist:

$$\sqrt{a^2\cos^2\alpha + b^2\cos^2\beta + c^2\cos^2\gamma},$$

weil die Kräfte $\mu\sigma a^2$, $\mu\sigma b^2$, $\mu\sigma c^2$ die Geschwindigkeiten a, b, c erzeugen.

Nimmt man in diesem Falle

$$OS = \sqrt{a^2\cos^2\alpha + b^2\cos^2\beta + c^2\cos^2\gamma}$$

und errichtet in S die Ebene SMT senkrecht auf OS und folglich parallel mit EOF, so hat man die Lage der ebenen Welle EOF nach Ablauf der Zeiteinheit. Die Ebene SMT wird also die Tangential-Ebene der gesuchten krummen Fläche seyn.

Ist M der Berührungpunkt und sind die Coordinaten dieses Punkts x, y, z, nennt man p und q die Differentialcoëfficienten von z in Bezug auf x und y, ferner W den Perpendikel OS, gefällt vom Anfangspunkt O auf die Tangentialebene, einen Perpendikel, welcher von Fresnel in seiner Abhandlung durch den Buchstaben v bezeichnet wird, zum Werthe hat:

$$\frac{z - px - qy}{\sqrt{1 + p^2 + q^2}}$$

und mit den drei Axen die Winkel bildet, welche wir ξ, η, ζ nennen werden und deren Cosinus sind:

$$\frac{-p}{\sqrt{1+p^2+q^2}},\ \frac{-q}{\sqrt{1+p^2+q^2}},\ \frac{1}{\sqrt{1+p^2+q^2}},$$

so hat man:

$$W^2 = \frac{(z-px-qy)^2}{1+p^2+q^2} = a^2 \cos^2\alpha + b^2 \cos^2\beta + c^2 \cos^2\gamma.$$

Nun mufs bewiesen werden, dafs man einer durch die gegebene Richtung OS gehenden Ebene EOS immer zwei Richtungen, und nicht mehr als zwei Richtungen geben kann, die so beschaffen sind, dafs die durch die Verschiebung OE erzeugte Resultante in der Ebene EOS liegt.

Dazu müssen die drei Geraden OS, OE, OR deren Winkel mit den drei Axen respective zu Cosinus haben:

$$-\frac{p}{\sqrt{1+p^2+q^2}}, \quad -\frac{q}{\sqrt{1+p^2+q^2}}, \quad \frac{1}{\sqrt{1+p^2+q^2}},$$

$$\cos\alpha, \quad \cos\beta, \quad \cos\gamma,$$

$$\frac{a^2\cos\alpha}{r^2}, \quad \frac{b^2\cos\beta}{r^2}, \quad \frac{c^2\cos\gamma}{r^2},$$

sämmtlich senkrecht seyn auf einer und derselben Geraden. — Bezeichnen wir nun mit λ, μ, ν die Winkel, welche diese Gerade mit den drei Axen bildet, so haben wir nach Lagrange's Theorem:

$$\cos\lambda : \cos\mu : \cos\nu = (b^2-c^2)\cos\beta\cos\gamma : (c^2-a^2)\cos\alpha\cos\gamma : (a^2-b^2)\cos\alpha\cos\beta,$$

und da die Gerade, deren Winkel ξ, η, ζ sind, zugleich senkrecht ist auf dieser Geraden und auf der, deren Winkel α, β, γ sind, so hat man durch dasselbe Theorem:

$$\begin{aligned}\cos\xi : \cos\eta : \cos\zeta :: & \left[(c^2-a^2)\cos^2\gamma - (a^2-b^2)\cos^2\beta\right]\cos\alpha \\ : & \left[(a^2-b^2)\cos^2\alpha - (b^2-c^2)\cos^2\gamma\right]\cos\beta \\ : & \left[(b^2-c^2)\cos^2\beta - (c^2-a^2)\cos^2\alpha\right]\cos\gamma.\end{aligned}$$

Allein die beiden Gleichungen:

$$W^2 = a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \cos^2 \beta + c^2 \cos^2 \gamma$$
$$1 = \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma$$

geben:

$$W^2 - a^2 = (c^2 - a^2) \cos^2 \gamma - (a^2 - b^2) \cos^2 \beta$$
$$W^2 - b^2 = (a^2 - b^2) \cos^2 \alpha - (b^2 - c^2) \cos^2 \gamma$$
$$W^2 - c^2 = (b^2 - c^2) \cos^2 \beta - (c^2 - a^2) \cos^2 \alpha,$$

woraus folgt:

$$\cos \xi : \cos \eta : \cos \zeta :: (W^2 - a^2) \cos \alpha : (W^2 - b^2) \cos \beta : (W^2 - c^2) \cos \gamma,$$

und da man die beiden Glieder eines jeden Verhältnisses durch dieselbe Gröſse dividiren kann, ohne seinen Werth zu ändern:

$$\cos \alpha : \cos \beta : \cos \gamma :: \frac{\cos \xi}{W^2 - a^2} : \frac{\cos \eta}{W^2 - b^2} : \frac{\cos \zeta}{W^2 - c^2},$$

allein:

$$\cos \alpha \cos \xi + \cos \beta \cos \eta + \cos \gamma \cos \zeta = 0,$$

folglich:

$$\frac{\cos^2 \xi}{W^2 - a^2} + \frac{\cos^2 \eta}{W^2 - b^2} + \frac{\cos^2 \zeta}{W^2 - c^2} = 0,$$

das heiſst:

$$(W^2 - b^2)(W^2 - c^2) \cos^2 \xi + (W^2 - a^2)(W^2 - c^2) \cos^2 \eta + (W^2 - a^2)(W^2 - b^2) \cos^2 \zeta = 0$$

oder:

$$W^4-[(b^2+c^2)\cos^2\xi+(a^2+c^2)\cos^2\eta+(a^2+b^2)\cos^2\zeta]W^2+b^2c^2\cos^2\xi+a^2c^2\cos^2\eta+a^2b^2\cos^2\zeta=0.$$

Diese Gleichung giebt zwei Werthe von W^2, welchen die der Cosinus der Winkel α, β, γ zwischen der Oscillationsrichtung und den drei Axen entsprechen. Setzt man statt $\cos\xi$, $\cos\eta$, $\cos\zeta$ ihre Werthe in p und q, und macht zur Abkürzung;

$$\sqrt{1+p^2+q^2}\cdot\sqrt{\frac{\cos^2\xi}{(W^2-a^2)^2}+\frac{\cos^2\eta}{(W^2-b^2)^2}+\frac{\cos^2\zeta}{(W^2-c^2)^2}}=D,$$

so werden die Werthe der drei gesuchten Cosinus:

$$\cos\alpha=\frac{\cos\xi\sqrt{1+p^2+q^2}}{D(W^2-a^2)}=-\frac{p}{D(W^2-a^2)}$$

$$\cos\beta=\frac{\cos\eta\sqrt{1+p^2+q^2}}{D(W^2-b^2)}=-\frac{q}{D(W^2-b^2)}$$

$$\cos\gamma=\frac{\cos\zeta\sqrt{1+p^2+q^2}}{D(W^2-c^2)}=\frac{1}{D(W^2-c^2)}.$$

Dieselben Substitutionen verändern die Gleichung für W in folgende:

$$(1+p^2+q^2)W^4-[(b^2+c^2)p^2+(a+c^2)q^2+a^2+b^2]W^2+b^2c^2p^2+a^2c^2q^2+a^2b^2=0,$$

allein:

$$W=\frac{z-px-qy}{\sqrt{1+p^2+q^2}},$$

mit

mithin:

$$(z-px-qy)^4-[a^2+b^2+(b^2+c^2)p^2+(a^2+c^2)q^2](z-px-qy)^2$$
$$+(1+p^2+q^2)(a^2b^2+b^2c^2p^2+a^2c^2q^2=0.$$

Um diese Gleichung leichter zu lösen, mache ich:

$$c^2p^2+a^2q^2+a^2=A$$
$$b^2p^2+c^2q^2+b^2=B,$$
$$(c^2+b^2)p^2+(a^2+c^2)q^2+a^2+b^2=A+B$$
$$(p^2+q^2+1)(b^2c^2p^2+a^2c^2q+a^2b^2)=\frac{B-(c^2-b^2)q^2}{b^2}$$
$$[Ab^2+a^2(c^2-b^2)q^2]=AB+\frac{(c^2-b^2)q^2}{b^2}[Ba^2-Ab^2-a^2(c^2-b^2)q^2]$$
$$=AB+\frac{(c^2-b^2)q^2}{b^2}[b^2(a^2-c^2)p^2+a^2(c^2-b^2)q^2-a^2(c^2-b^2)q^2]$$
$$=AB+(c^2-b^2)(a^2-c^2)p^2q^2,$$

also: $(z-px-qy)^4-(A+B)(z-px-qy)^2=-AB-(c^2-b^2)(a^2-c^2)p^2q^2.$

Diefs giebt (A):

$$(z-px-qy)^2=\tfrac{1}{2}[A+B\pm\sqrt{(A-B)^2-4(c^2-b^2)(a^2-c^2)p^2q^2}]$$
$$=\tfrac{1}{2}\{(c^2+b^2)p^2+(a^2+c^2)q^2+a^2+b^2$$
$$\pm\sqrt{[(c^2-b^2)p^2+(a^2-c^2)q^2+(a^2-b^2)]^2-4(c^2-b^2)(a^2-c^2)p^2q^2}\}.$$

Diefs ist die gemeinschaftliche Gleichung für alle Tangentialebenen.

II. Aufsuchung der Gleichung für die Wellenfläche.

Es sey:

$$x=x'\sqrt{c^2-b^2}\,;\; y=y'\sqrt{a^2-c^2}\,;\; z=z'\sqrt{a^2-b^2}$$

und p' und q' die Differentialcoëfficienten von z' in Bezug auf x' und y' so wird man haben:

$$p\,dx'\sqrt{c^2-b^2}+q\,dy'\sqrt{a^2-c^2}=p\,dx+q\,dy=dz=dz'\sqrt{a^2-b^2}$$
$$=p'dx'\sqrt{a^2-b^2}+q'dy'\sqrt{a^2-b^2}$$

also:

$$p=\frac{p'\sqrt{a^2-b^2}}{\sqrt{c^2-b^2}}\,;\; q=\frac{q'\sqrt{a^2-b^2}}{\sqrt{a^2-c^2}}$$

also:

1) $z-px-qy=(z'-p'x'-q'y')\sqrt{a^2-b^2}$

2) $(c^2+b^2)p^2+(a^2+c^2)q^2+a^2+b^2=(a^2-b^2\left\{\frac{c^2+b^2}{c^2-b^2}p'^2+\frac{a^2+c^2}{a^2-c^2}q'^2+\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\right\}$

3) $(c^2-b^2)p^2+(a^2-c^2)q^2+a^2-b^2=(a^2-b^2)(p'^2+q'^2+1)$

4) $(c^2-b^2)(a^2-c^2)p^2q^2=(a^2-b^2)p'^2q'^2$.

Diese Werthe in der Gleichung [A] substituirt, und dabei den gemeinschaftlichen Factor a^2-b^2 fortgelassen, geben folgende Gleichung [B]:

$$(z'-px'-qy')^2=\tfrac{1}{2}\left\{\frac{c^2+b^2}{c^2-b^2}p'^2+\frac{a^2+c^2}{a^2-c^2}q'^2+\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\pm\sqrt{(p'^2+q'^2+1)^2-4p'^2q'^2}\right\}$$

$$=\tfrac{1}{2}\left\{gp'^2+hq'^2+k\pm\sqrt{(p'^2+q'^2+1)-4p'^2q'^2}\right\},$$

wenn man zur Abkürzung setzt:

$$\frac{c^2+b^2}{c^2-b^2}=g\;;\quad \frac{a^2+c^2}{a^2-c^2}=h\;;\quad \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}=k.$$

Zwischen diesen drei Constanten findet eine Beziehung statt, welche man folgendermaſsen findet:

$$\frac{gh+1}{g+h}=\frac{(a^2+c^2)(c^2+b^2)+(a^2-c^2)(c^2-b^2)}{(a^2+c^2)(c^2-b^2)+(a^2+b^2)(a^2-c^2)}$$

$$=\frac{c^4+c^2(a^2+b^2)+a^2b^2-c^4+c^2(a^2+b^2)-a^2b^2}{c^4+c^2(a^2-b^2)-a^2b^2-c^4+c^2(a^2-b^2)+a^2b^2}$$

$$=\frac{2c^2(a^2+b^2)}{2c^2(a^2-b^2)}=k.$$

Dieselben Substitutionen müſste man in den beiden Gleichungen machen, welche man erhalten würde, wenn man abwechselnd bloſs p und q variirte. Da indeſs p und q nur durch constante Coëfficienten von p' und q' verschieden sind, so erhält man dieselben Gleichungen leichter, wenn man bloſs p' und q' in der Gleichung [B] variiren läſst. Macht man dieselbe Rechnung, läſst die Accente der Kürze halber fort, mit Vorbehalt hernach

$$x,\ y,\ z \text{ durch } \frac{x}{\sqrt{c^2-b^2}},\ \frac{y}{\sqrt{a^2-c^2}},\ \frac{z}{\sqrt{a^2-b^2}}$$

zu ersetzen, so hat man, wenn man der Kürze wegen $\sqrt{(1+p^2+q^2)^2-4p^2q^2}$ gleich $\sqrt{u}$ setzt:

$$x=-\frac{1}{2(z-px-qy)}\left\{gp\pm\frac{2(p^2+q^2+1)p-4pq^2}{2\sqrt{u}}\right\}$$

oder:

$$x=-\frac{p}{2(z-px-qy)}\left\{g\pm\frac{1+p^2-q^2}{\sqrt{u}}\right\}$$

und:

$$y=-\frac{1}{2(z-px-qy)}\left\{hq\pm\frac{2(p^2+q^2+1)q-4p^2q}{2\sqrt{u}}\right\}$$

oder:

$$y=-\frac{q}{2(z-px-qy)}\left\{h\pm\frac{1+q^2-p^2}{\sqrt{u}}\right\}$$

aus diesen Werthen zieht man:

$$px+qy=-\frac{1}{2(z-px-qy)}\left\{gp^2\pm\frac{(p^2+q^2+1)p^2-2p^2q^2}{\sqrt{u}}+hq^2\pm\frac{(p^2+q^2+1)q^2-2p^2q^2}{\sqrt{u}}\right\}$$

das heifst:

$$px-qy=-\frac{1}{2(z-px-qy)}\left\{gp^2+hq^2\pm\frac{(p^2+q^2+1)(p^2+q^2)-4p^2q^2}{\sqrt{u}}\right\}$$

allein:

$$z-px-qy=\frac{1}{2(z-px-qy)}\left\{gp^2+hq^2+k\pm\frac{(1+p^2+q^2)^2-4p^2q^2}{\sqrt{u}}\right\}$$

Addirt man diese Gleichung zu der vorhergehenden, so kommt:

$$z=\frac{1}{2(z-px-qy)}\left\{k\pm\frac{1+p^2+q^2}{\sqrt{u}}\right\}$$

Um p und q zu eliminiren, leitet man aus den für x, y, z gefundenen Werthen folgende ab:

$$\frac{x}{p}=-\frac{1}{2(z-px-qy)}\left\{g\pm\frac{1+p^2-q^2}{\sqrt{u}}\right\}$$

$$\frac{y}{q}=-\frac{1}{2(z-px-qy)}\left\{h\pm\frac{1+q^2-p^2}{\sqrt{u}}\right\}$$

$$z=\frac{1}{2(z-px-qy)}\left\{k\pm\frac{1+p^2+q^2}{\sqrt{u}}\right\},$$ und daraus:

$$\frac{xy}{pq}=\frac{1}{4(z-px-qy)^2}\left\{gh\pm\frac{g+gq^2-gp^2+h+hp^2-hq^2}{\sqrt{u}}+\frac{1-p^4-q^4+2p^2q^2}{\sqrt{u}}\right\}$$

$$\frac{xz}{p}=-\frac{1}{4(z-px-qy)^2}\left\{gk\pm\frac{g+gp^2+gq^2+k+kp^2-kq^2}{\sqrt{u}}+\frac{1+2p^2+p^4-q^4}{\sqrt{u}}\right\},$$

$$\frac{yz}{q}=-\frac{1}{4(z-px-qy)^2}\left\{hk\pm\frac{h+hp^2+hq^2+k+kq^2-kp^2}{\sqrt{u}}+\frac{1+2q^2+q^4-p^4}{\sqrt{u}}\right\}$$

Durch Addiren dieser drei Gleichungen hat man:

$$\frac{xy}{pq}+\frac{xz}{p}+\frac{yz}{q}=-\frac{1}{4(z-px-qy)^2}\left\{k(g+h)-gh\pm\frac{2gp^2+2hq^2+2k}{\sqrt{u}}\right.$$
$$\left.+\frac{1+2p^2+2q^2+p^4+q^4-2p^2q^2}{(1+p^2+q^2)^2-4p^2q^2}\right\}$$
$$=-\frac{1}{4(z-px-qy)^2}\left\{k(g+h)-gh+1\pm\frac{2(gp^2+hq^2+k)}{\sqrt{u}}\right\}$$
$$=-\frac{1}{2(z-px-qy)^2}\left\{1\pm\frac{gp^2+hq^2+k}{\sqrt{u}}\right\}$$

weil $k(g+h)-gh=1$.

Reducirt man auf gleichen Nenner und erinnert sich, dafs

$$2(z-px-qy)^2=gp^2+hq^2+k\pm\sqrt{u},$$

so findet man:

$$\frac{xy}{pq}+\frac{xz}{p}+\frac{yz}{q}=\mp\frac{1}{\sqrt{(1+p^2+q^2)^2-4p^2q^2}}$$

Nun ist erstens:

$$qx+py=\frac{-pq}{2(z-px-qy)}\left\{g+h\pm\frac{2}{\sqrt{u}}\right\}$$
$$=-\frac{pq}{2(z-px-qy)}\left\{g+h-2\left(\frac{xy}{pq}+\frac{xz}{p}+\frac{yz}{q}\right)\right\}$$

$$=-\frac{(g+h)pq}{2(z-px-qy)}+\frac{xy+qxz+pyz}{z-px-qy},$$

folglich:

$$\frac{(g+h)pq}{2(z-px-qy)}=\frac{xy+qxz+pyz}{z+px-qy}-qx-py$$
$$=\frac{xy+(px+qy)(qx+py)}{z-px-qy}$$

was man so schreiben kann:

$$\tfrac{1}{2}(g+h)pq=(x^2+y^2)pq+xy(1+p^2+q^2),$$

woraus:

$$\frac{\tfrac{1}{2}(g+h)-x^2-y^2}{xy}=\frac{1+p^2+q^2}{pq}.$$

Zweitens:

$$x+pz=\frac{1}{2(z-px-qy)}\left\{(k-g)p\pm\frac{2pq^2}{\sqrt{u}}\right\}$$
$$=\frac{1}{2(z-px-qy)}[(k-g)p-2q(xy+qxz+pyz)]$$

und

$$\frac{(k-g)p}{2(z-px-qy)}=\frac{qy(x+pz)+q^2xz}{z-px-qy}x+pz$$
$$=\frac{(z-px)(x+pz)+q^2xz}{z-px-qy},$$

man hat also:

$$\tfrac{1}{2}(k-g)p=xz(1-p^2+q^2)+p(z^2-x^2)$$

oder:

$$\frac{\tfrac{1}{2}(k-g)+x^2-z^2}{xz}=\frac{1+q^2-p^2}{pq}.$$

Drittens:

$$y+qz=\frac{1}{2(z-px-qy)}\left\{(k-h)g\pm\frac{2p^2q}{\sqrt{u}}\right\}$$

$$=\frac{1}{2(z-px-qy)}[(k-h)q-2p(xy+qxz+pyz)],$$

und

$$\frac{(k-h)q}{2(z-px-qy)}=\frac{px(y+qz)+p^2yz}{z-px-qy}+y+qz$$

$$=\frac{(z-qy)(y+qz)p^2yz}{z-px-qy}$$

man hat also:

$$\tfrac{1}{2}(k-h)q=yz(1-q^2+p^2)+q(z^2-y^2)$$

oder:

$$\frac{\tfrac{1}{2}(k-h)+y^2-z^2}{yz}=\frac{1+p^2-q^2}{q}.$$

Jetzt ist es leicht p und q zu eliminiren. Macht man zur Abkürzung:

$$\frac{\tfrac{1}{2}(k-h)+y^2-z^2}{yz}=\frac{1+p^2-q^2}{q}=T$$

$$\frac{\tfrac{1}{2}(k-g)+x^2-z^2}{xz}=\frac{1+q^2-p^2}{p}=U$$

$$\frac{\frac{1}{2}(g+h)-x^2-y^2}{xy}=\frac{1+q^2+p^2}{pq}=V,$$

so hat man: $Tq+Up=2\;;\;Vp-T=2q\;;\;Vq-U=2p,$

woraus:

$$Vp-2q=T\;;\;Vq-2p=U\;;\;(V^2-4)p=TV+2U\;;\;(V^2-4)q=UV+2T,$$

mithin:

$$(V^2-4)(Tq+Up)=2TUV+2T^2+2U^2,$$

und weil $Tq+Up=2$, so ist:

$$T^2+U^2-V^2+TUV+4=0.$$

Da nun k kleiner ist als h und g, so mufs man schreiben:

$$T=-\frac{z^2-y^2+\frac{1}{2}(h-k)}{yz}\;;\;U=-\frac{z^2-x^2+\frac{1}{2}(g-k)}{xz}\;;\;V=-\frac{x^2+y^2-\frac{1}{2}(g+h)}{xy}$$

hat also:

$$\frac{[z^2-y^2+\frac{1}{2}(h-k)]^2}{y^2z^2}+\frac{[z^2-x^2+\frac{1}{2}(g-k)]^2}{x^2z^2}-\frac{[x^2+y^2-\frac{1}{2}(g+h)]^2}{x^2y^2}$$
$$-\frac{[z^2-y^2+\frac{1}{2}(h-g)][z^2-x^2+\frac{1}{2}(g-k)]]x^2+y^2-\frac{1}{2}(g+h)]}{x^2y^2z^2}+4=0$$

oder:

$$x^2[z^2-y^2+\tfrac{1}{2}(h-k)]^2+y^2[z^2-x^2+\tfrac{1}{2}(g-k)]^2-z^2[x^2+y^2-\tfrac{1}{2}(g+h)]^2$$
$$-[z^2-y^2+\tfrac{1}{2}(h-k)][z^2-x^2+\tfrac{1}{2}(g-k)][x^2+y^2-\tfrac{1}{2}(g+h)]+4x^2y^2z^2=0,$$

was man so schreiben kann:

$$x^2(z^2-y^2)^2+y^2(z^2-x^2)^2-z^2(x^2+y^2)^2-(z^2-y^2)(z^2-x^2)(x^2+y^2)+4x^2y^2z^2$$
$$+(h-k)x^2(z^2-y^2)+(g-k)y^2(z^2-x^2)+(g+k)z^2(x^2+y^2)+\tfrac{1}{4}(h-k)^2x^2$$
$$+\tfrac{1}{4}(g-k)^2y^2-\tfrac{1}{4}(g+h)^2z^2-\tfrac{1}{2}(h-k)(z^2-x^2)(x^2+y^2)-\tfrac{1}{2}(g-k)(z^2-y^2)(x^2+y^2)$$
$$+\tfrac{1}{2}(g+h)(z^2-x^2)(z^2-y^2)-\tfrac{1}{4}(h-k)(g-k)(x^2+y^2)+\tfrac{1}{4}(h-k)(g+h)(z^2-x^2)$$
$$+\tfrac{1}{4}(g-k)(g+h)(z^2-y^2)+\tfrac{1}{8}(h-k)(g-k)(g+h)=0.$$

Die Glieder vom sechsten Grade heben einander auf, denn sie geben:

$$x^2z^4-2x^2y^2z^2+x^2y^4-2x^2y^2z^2+x^4y^2-x^4z^2-2x^2y^2z^2-y^4z^2-x^2z^4$$
$$-y^2z^4+x^4z^2+2x^2y^2z^2+y^4z^2-x^4y^2-x^2y^4+4x^2y^2z^2=0,$$

es bleiben also:

$$\tfrac{1}{2}(-k)(2x^2z^2-2x^2y^2-x^2z^2-y^2z^2+x^4+x^2y^2)+\tfrac{1}{2}(g-k)(2y^2z^2-2x^2y^2-x^2z^2-y^2z^2+x^2y+y^4)$$
$$+\tfrac{1}{2}(g+h)(2x^2z^2+2y^2z^2+z^4-x^2z^2-y^2z^2+x^2y^2)+\tfrac{1}{4}(h-k)[h-k-g+k-g-h]x^2$$
$$+\tfrac{1}{4}(g-k)(g-k-h+k-g-h]y^2-\tfrac{1}{4}(g+h)[g+h-h+k-g+k]z^2+\tfrac{1}{8}(h-k)(g-k)(g+h)=0$$

oder:

$$\tfrac{1}{2}(h-k)(x^2z^2-x^2y^2-y^2z^2+x^4)+\tfrac{1}{2}(g-k)(y^2z^2-x^2y^2-x^2z^2+y^4)$$
$$+\tfrac{1}{2}(g+h)(x^2z^2+y^2z^2+x^2y^2+z^4)-\tfrac{1}{2}(h-k)gx^2-\tfrac{1}{2}(g-k)hy^2-\tfrac{1}{2}(g+h)kz^2$$
$$+\tfrac{1}{8}(h-k(g-k)(g+h)=0,$$

das heifst:

$$\tfrac{1}{2}(h-k)x^4+\tfrac{1}{2}(g-k)y^4+\tfrac{1}{2}(g+h)z^4+\tfrac{1}{2}(g+h+g-k-h+k)y^2z^2$$
$$+\tfrac{1}{2}(g+h-g+k+h-k)x^2z^2+\tfrac{1}{2}(g+h-g+k)x^2y^2-\tfrac{1}{2}(h-k)gx^2$$
$$-\tfrac{1}{2}(g-k)hy^2-\tfrac{1}{2}(g+h)kz^2+\tfrac{1}{8}(h-k)(g-k)(g+h)=0,$$

was sich reducirt auf:

$$\tfrac{1}{2}(h-k)x^4+\tfrac{1}{2}(g-k)y^4+\tfrac{1}{2}(g+h)z^4+gy^2z^2+hx^2z^2+kx^2y^2-\tfrac{1}{2}(h-k)gx^2$$
$$-\tfrac{1}{2}(g-k)hy^2-\tfrac{1}{2}(g+h)kz^2+\tfrac{1}{8}(h-k)(g-k)(g+h)=0.$$

Weil aber:

$$g=\frac{c^2+b^2}{c^2-b^2}\,,\quad h=\frac{a^2+c^2}{a^2-c^2}\,,\quad k=\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\,,$$

so ist:

$$\tfrac{1}{2}(h-k)=\frac{a^4-a^2b^2+a^2c^2-b^2c^2-a^4+a^2c^2-a^2b^2+b^2c^2}{2(a^2-c^2)(a^2-b^2)}=\frac{a^2(c^2-b^2)}{(a^2-c^2)(a^2-b^2)}$$

$$\tfrac{1}{2}(g-k)=\frac{a^2c^2+a^2b^2-b^2c^2-b^4-a^2c^2-b^2c^2+a^2b^2+b^4}{2(c^2-b^2)(a^2-b^2)}=\frac{a^2(a^2-c^2)}{(c^2-b^2)(a^2-b^2)}$$

$$\tfrac{1}{2}(g+h)=\frac{a^2c^2+a^2b^2-c^4-b^2c^2+a^2c^2+c^4-a^2b^2-b^2c^2}{2(c^2-b^2)(a^2-c^2)}=\frac{c^2(a^2-b^2)}{(c^2-b^2)(a^2-c^2)}$$

Substituirt man diese Werthe in der obigen Gleichung, ersetzt dabei x^2 durch $\frac{x^2}{c^2-b^2}$, y^2 durch $\frac{y^2}{a^2-c^2}$, z^2 durch $\frac{z^2}{a^2-b^2}$, und multiplicirt durch $(c^2-b^2)(a^2-c^2)(a^2-b^2)$ so kommt:

$$a^2x^4+b^2y^4+c^2z^4+(c^2+b^2)y^2z^2+(a^2+c^2)x^2z^2+(a^2+b^2)x^2y^2$$
$$-a^2(c^2+b^2)x^2-b^2(a^2+c^2)y^2-c^2(a^2+b^2)z^2+a^2b^2c^2=0,$$

das heiſst:

$$(x^2+y^2+z^2)(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)-a^2(c^2+b^2)x^2-b^2(a^2+c^2)y^2-c^2(a^2+b^2)z^2+a^2b^2c^2=0,$$

was genau die von Fresnel gegebene Gleichung ist.

III. Beweis eines von Fresnel gegebenen Satzes, dessen sich derselbe bedient, um die Geschwindigkeit des Lichts in Richtung der Fahrstriche der Wellenfläche zu bestimmen.

Eins der merkwürdigsten Resultate in der Abhandlung Fresnel's ist eine Art geometrischer Construction, durch welche er die Bestimmung der Wellenfläche unabhängig macht von der Betrachtung der Tangentialebenen, indem er die Länge der zwei zu den beiden Stücken der Fläche gehörigen Fahrstriche, welche in gleichem Sinne nach gleicher Geraden gerichtet sind, bloſs von der Lage dieser Geraden abhängen läſst. Es ist dieſs in der That die directeste Art, die Wellenfläche zu bestimmen und eine klare Idee von deren Form zu geben, und da die Längen dieser Fahrstriche, wie es Fresnel beweist, wirklich die Geschwindigkeiten des Lichts in Richtung dessen, was man Strahl nennt, vorstellt, so sind es diese Längen, auf welche sich der Beweis der Huyghens'schen Construction, angewandt auf alle zu Anfange dieser Abhandlung erwähnten Mittel, bezieht.

Ich halte es nicht für unnütz, diese Construction in Gestalt eines Theorems zu geben, bei dem man nicht die verschiedenen Elasticitäten des Mittels betrachtet, sondern bloſs die Geschwindigkeit der Strahlen in Richtung verschiedener Geraden, welche durch den als Ursprungsort des Lichts angenommenen Punkt gezogen sind. Um dieſs Theorem in die Emissionstheorie zu überzetzen reicht es hin den Ausdruck: Längen proportional den Lichtgeschwindigkeiten nach diesen Geraden, zu ersetzen durch den: Längen umgekehrt proportional den Lichtgeschwindigkeiten nach denselben Gera-

den; allein alsdann mufs man damit anfangen, die Definition von den drei Richtungen, welche ich bisher mit dem Namen *Richtungen der drei Haupt-Elasticitäten* bezeichnet habe, und welche Fresnel gewöhnlich *Axen der Elasticitätsfläche* nennt, unabhängig zu machen von der Betrachtung der Elasticitäten. Zu dem Ende werde ich an einige Thatsachen erinnern, welche man als die Ergebnisse der Versuche, besonders der von Fresnel über den Topas, ansehen kann. Wie bekannt besitzt der Kalkspath eine einzige Axe, und diese, rings um welche alle Lichterscheinungen nach allen Richtungen gleich sind, zeigt folgende zwei Eigenschaften: 1) dafs der Strahl, welcher in ihrer Richtung geht, immer die nämliche Geschwindigkeit hat, wie auch seine Polarisationsebene liege; 2) dafs das Licht keine Aenderung in seiner Richtung erfährt, wenn dasselbe durch eine auf dieser Axe senkrechte Fläche und in einer auf dieser Fläche senkrechten Richtung, also in paralleler Richtung mit der Axe, zu dem Krystall ein- oder austritt. Man weifs ferner, dafs jede auf dieser Axe senkrechte Gerade nur die letzte dieser beiden Eigenschaften darbietet, dafs vielmehr der Strahl, welcher eine solche Gerade durchläuft, wirklich aus zwei nach bestimmten Richtungen rechtwinklig gegen einander polarisirten Strahlen besteht, deren Geschwindigkeiten verschieden sind, weil der Strahl, wenn er eine solche Gerade durchlaufen hat und dann durch eine gegen dieselbe geneigte Fläche austritt, in zwei andere Strahlen zerfällt. In den Krystallen, wo die Gesetze der Doppelbrechung verwickelter sind, und welche man gewöhnlich mit dem Namen *Krystalle mit zwei optischen Axen* bezeichnet, sind diese beiden Eigenschaften niemals in einer und derselben Axe vereinigt, sondern sie zeigen sich einzeln bei den beiden sehr von einander verschiedenen Arten von Axen.

Die erstere Eigenschaft, die, dafs jeder einer Axe der ersteren Art parallel laufende Strahl nur

eine einzige Geschwindigkeit annimmt, findet sich blofs in zwei Richtungen, welche einen veränderlichen Winkel mit einander bilden. Diese beiden Richtungen nennt man *optische Axen des Krystalls* und diesen Namen werde ich auch beibehalten. Die einzige Geschwindigkeit des Lichts in jeder der optischen Axen ist gleich für beide. Die Betrachtung dieser Gröfse ist sehr wichtig; ich werde sie *mittlere Geschwindigkeit* nennen und mit c bezeichnen. Die zweite Eigenschaft fehlt diesen Axen; denn das Licht, welches senkrecht durch eine auf diesen Axen senkrechte Fläche, also parallel diesen Axen, zu dem Krystall hinein- oder hinaustritt, theilt sich beständig in zwei gegen einander rechtwinklig polarisirte Strahlen *). Man kann aus der Abhandlung von Fresnel ersehen, welche Ursache die Theilung eines Strahles hat, der einfach zu seyn scheint, weil die beiden Strahlen, aus denen er in Wirklichkeit zusammengesetzt ist, eine gleiche Geschwindigkeit haben, und nur darin von einander abweichen, dafs sie nach zwei verschiedenen Ebenen polarisirt sind; allein jene zweite Eigenschaft, welche der Kalkspath sowohl in seiner Axe als in jeder auf dieser Axe senkrechten Geraden zeigt, findet sich bei den Krystallen mit zwei optischen Axen in drei unter sich senkrechten Richtungen, welche Fresnel Axen der Elasticitätsfläche nennt, und welche ich, um möglichst alle nur in der Undulationstheorie Sinn habende Benennungen zu vermeiden, Krystallisationsaxen nennen werde. Durch Flächen, die auf diesen Axen senkrecht stehen, und in Richtungen, die diesen Axen parallel sind, tritt das Licht zu dem Krystall hinein und hinaus, ohne irgend eine Aenderung in seiner Richtung zu erleiden; allein es hat nach jeder dieser Axen zwei verschiedene Geschwin-

*) Richtiger in eine unendliche Anzahl von Strahlen, wie neuerlich die HH. Hamilton und Lloyd gezeigt haben. Siehe diese Annal. Bd. XXVIII S. 91 und 104. *P.*

digkeiten, denn es theilt sich in zwei unter sich rechtwinklig polarisirte und verschiedene Richtungen einschlagende Strahlen, sobald es, nachdem es eine dieser Axen durchlaufen hat, durch eine schief gegen dieselbe liegende Fläche hinaustritt.

Längs einer der drei Axen sind die beiden Geschwindigkeiten, deren das dieselbe durchlaufende Licht fähig ist, am gröſsten und am kleinsten unter allen Geschwindigkeiten, welche das Licht in dem Krystall annehmen kann. Diese Axe werde ich *Haupt-Krystallisationsaxe* nennen, und mit a die *gröſste* und mit b die *kleinste* Geschwindigkeit längs dieser Axe bezeichnen. Die Richtung dieser Axe ist senkrecht auf der Ebene der beiden optischen Axen.

Die beiden andern Krystallisationsaxen liegen in der letzteren Ebene, und halbiren die vier Winkel, welche von den beiden Richtungen der optischen Axen gebildet werden.

Die beiden Geschwindigkeiten, mit welchen das Licht diese beiden Krystallisationsaxen zu durchlaufen vermag, sind für eine derselben: die *gröſste Geschwindigkeit* a und die *mittlere Geschwindigkeit* c, und für die andere: die *kleinste Geschwindigkeit* b und die *mittlere Geschwindigkeit* c. Diese Präliminarien gesetzt, läſst sich das Theorem, dessen ich zu Anfange dieses Abschnitts erwähnte, folgendermaſsen angeben:

Trägt man auf jede der drei Krystallisationsaxen, und zwar vom Punkte O, von dem das Licht ausgeht, nach beiden Seiten hin zwei Längen, proportional der der drei Geschwindigkeiten a, b, c, deren das Licht längs dieser Axe nicht fähig ist, d. h. (wenn man diese Längen mit denselben Buchstaben bezeichnet wie die Geschwindigkeiten, denen sie proportional sind) zwei Längen OC, OC' gleich c auf die mittlere Axe, längs welcher das Licht die beiden Geschwindigkeiten a und b haben kann,

zwei Längen OB, OB' gleich b auf die Axe, längs der die beiden Geschwindigkeiten a und c stattfinden, und zwei Längen OA, OA' gleich a auf die Axe, längs welcher das Licht die beiden Geschwindigkeiten b und c annimmt; so kann man über die so bestimmten drei Geraden $AA'=2a$, $BB'=2b$, $CC'=2c$, welche sich sämmtlich in ihrer Mitte im Punkte O schneiden, ein Ellipsoïd construiren, von dem sie die drei Axen sind. Um dann die beiden Geschwindigkeiten zu haben, deren das Licht längs irgend einer durch den Punkt O gehenden Geraden fähig ist, muſs man durch diesen Punkt, senkrecht gegen die Gerade, eine Ebene legen; der Durchschnitt dieser Ebene mit dem Ellipsoïd ist eine Ellipse, und die beiden Axen dieser repräsentiren die beiden Geschwindigkeiten des Lichts längs dem Strahl, d. h. stehen zu diesen Geschwindigkeiten in demselben Verhältniſs wie die Längen der Axen a, b, c des Ellipsoïds zu den Geschwindigkeiten, welche zu je zwei längs jeder dieser Axen stattfinden, und welche wir mit demselben Buchstaben bezeichnet haben.

Man sieht, daſs, wenn dieſs Theorem als bewiesen angenommen wird, man, um die Wellenfläche zu construiren, nur auf die Richtung eines jeden Strahls, von O ab nach beiden Seiten hin, die Längen der beiden Axen des Schnittes, welcher in dem Ellipsoïd durch die durch den Punkt O, senkrecht gegen die Richtung dieses Strahls, gelegte Ebene gemacht wird, aufzutragen braucht. Es scheint nicht als habe Fresnel je daran gedacht, dieses Theorem, auf welchem die erwähnte Construction beruht, vollständig zu erweisen. Er sagt in seiner Abhandlung (Annal. Bd. XXIII S. 519), daſs er, nachdem er die Gleichung für die Wellenfläche durch Bestimmung der Durchschnitte dieser Fläche mit den Coordinat-Ebenen aufgefunden, bemerkt habe, daſs die aus dieser Construction hervorgehende Fläche dieselben Eigenschaften besitze, und dieſs führte ihn dahin, durch eine sehr einfache

Rech

Rechnung, die er auf der folgenden Seite giebt, genau dieselbe Gleichung daraus abzuleiten, welche ihm die Betrachtung der Durchschnitte geliefert hatte; und da er sich überzeugte, wie man vorhin gesehen, dafs diese Gleichung einer der Combinationen der drei Gleichungen zwischen x, y, z, p, q, welche die Gleichung für die Wellenfläche enthielten, Genüge leistete, so schlofs er daraus, dafs die von dieser Construction gegebenen Werthe für die Geschwindigkeiten richtig seyen.

Abgesehen davon, dafs dieser Gang ganz indirect ist, kann er nur schlufsrichtig seyn, wenn man die Richtigkeit der Gleichung für die Wellenfläche voraussetzt, und wie wir gesehen, dürfte diese nicht als vollständig erwiesen gehalten werden. Gegenwärtig, da sie durch die Rechnungen in den beiden ersten Abschnitten dieser Abhandlung erwiesen ist, hat es keine Schwierigkeit, daraus das Theorem und die aus demselben folgende Construction direct zu erweisen.

Nennen wir zunächst W die Geschwindigkeit längs dem Fahrstrich, gezogen vom Punkte O zu dem Punkt der Wellenfläche, dessen Coordinaten x, y, z sind; diese Geschwindigkeit wird durch die Länge dieses Fahrstrichs vorgestellt, und bezeichnet man durch λ, μ, ν die Winkel der Richtung desselben mit den Krystallisationsaxen, so hat man:

$$x = W \cos\lambda, \quad y = W \cos\mu, \quad z = W \cos\nu.$$

Substituirt man diese Werthe in der Gleichung für die Wellenfläche zwischen x, y, z, so findet man:

$$(a^2\cos^2\lambda + b^2\cos^2\mu + c^2\cos^2\nu)\,W^4 - [(b^2+c^2)a^2\cos^2\lambda + (a^2+c^2)b^2\cos^2\mu + (a^2+b^2)c^2\cos^2\nu]\,W^2 + a^2b^2c^2 = 0,$$

was man, wie auch Fresnel bemerkt, als Polargleichung der Wellenfläche betrachten kann.

Nennen wir t, u, v die Coordinaten irgend eines Punktes in dem in der Ellipsoïdfläche gemachten Schnitt, dessen Gleichung ist:

$$\frac{t^2}{a^2}+\frac{u^2}{b^2}+\frac{v^2}{c^2}=1,$$

woraus:

$$c^2=\frac{c^2t^2}{a^2}+\frac{c^2u^2}{b^2}+v^2.$$

Vermöge der Ebene, welche auf der Geraden W, die mit den drei Axen die Winkel λ, μ, ν bildet, senkrecht ist, und zur Gleichung hat:

$$t\cos\lambda+u\cos\mu+v\cos\nu=0$$

besitzt man zwischen t, u, v die eben genannten beiden Gleichungen, und bezeichnet man nun den Halbmesser des elliptischen Schnitts, d. h. den Abstand des Mittelpunkts O des Ellipsoïds von dem Punkt, dessen Coordinaten x, y, z sind, mit r, so hat man auch:

$$r^2=t^2+u^2+v^2,$$

was giebt:

$$r^2-c^2=\frac{a^2-c^2}{a^2}t^2+\frac{b^2-c^2}{b^2}u^2.$$

Soll der Halbmesser r einer der halben Axen jenes Schnitts seyn, muſs sein Werth ein *Maximum* oder ein *Minimum* werden, dieſs giebt:

$$b^2(a^2-c^2)t\,dt=-a^2(b^2-c^2)u\,du$$

und:

$$t\,dt+u\,du+v\,dv=0;$$

allein:

$$dv = -\frac{\cos\lambda}{\cos\nu}dt - \frac{\cos\mu}{\cos\nu}du,$$

mithin:

$$(t\cos\nu - v\cos\lambda)dt = -(u\cos\nu - v\cos\mu)du;$$

man hat also:

$$\frac{\cos\nu - \frac{v}{t}\cos\lambda}{b^2(a^2-c^2)} = \frac{\cos\nu - \frac{v}{u}\cos\mu}{a^2(b^2-c^2)}.$$

Multiplicirt man diese beiden Brüche oben und unten, den ersten mit t^2 und den zweiten mit u^2, addirt darauf ihre beiden Zähler und ihre beiden Nenner, so hat man einen neuen Bruch gleich den beiden vorhergehenden, welcher ist:

$$\frac{t^2\cos\nu + u^2\cos\nu - v(t\cos\lambda + u\cos\mu)}{b^2(a^2-c^2)t^2 + a^2(b^2-c^2)u^2} = \frac{r^2\cos\nu}{a^2b^2(r^2-c^2)},$$

woraus folgt:

$$\cos\nu - \frac{v}{t}\cos\lambda - \frac{(a^2-c^2)r^2\cos\nu}{a^2(r^2-c^2)}$$

und:

$$\cos\nu - \frac{v}{u}\cos\mu = \frac{(b^2-c^2)r^2\cos\nu}{b^2(r^2-c^2)};$$

daraus:

$$\frac{v}{t}=\frac{\cos\lambda}{\cos\nu}-\frac{(a^2-c^2)r^2\cos\nu}{a^2(r^2-c^2)\cos\lambda}=\frac{c^2(r^2-a^2)\cos\nu}{a^2(r^2-c^2)\cos\lambda}=\frac{\frac{c^2\cos\nu}{r^2-c^2}}{\frac{a^2\cos\lambda}{r^2-a^2}}$$

$$\frac{v}{u}=\frac{\cos\nu}{\cos\mu}-\frac{(b^2-c^2)r^2\cos\nu}{b^2(r^2-c^2)\cos\mu}=\frac{c^2(r^2-b^2)\cos\nu}{b^2(r^2-c^2)\cos\mu}=\frac{\frac{c^2\cos\nu}{r^2-c^2}}{\frac{b^2\cos\mu}{r^2-b^2}}$$

$$\frac{u}{t}=\frac{b^2(r^2-a^2)\cos\mu}{a^2(r^2-b^2)\cos\lambda}=\frac{\frac{b^2\cos\mu}{r^2-b^2}}{\frac{a^2\cos\lambda}{r^2-a^2}}$$

und folglich:

$$t:u:v::\frac{a^2\cos\lambda}{r^2-a^2}:\frac{b^2\cos\mu}{r^2-b^2}:\frac{c^2\cos\nu}{r^2-c^2}.$$

Diese drei Gröfsen verhalten sich also zu einander wie die Cosinus der Winkel α, β, γ, welche die Halbaxe r mit den Axen des Ellipsoïds machen, und daraus folgt, dafs diese Halbaxe die Richtung der Kraft ist, welche erfolgt aus einer Verschiebung in der Richtung, deren Cosinus sind:

$$\frac{\cos\lambda}{r^2-a^2},\ \frac{\cos\mu}{r^2-b^2},\ \frac{\cos\gamma}{r^2-c^2}.$$

Erinnern wir uns nun, daſs die Halbaxe des elliptischen Schnitts, deren Länge wir mit r bezeichnet haben, senkrecht ist auf der Geraden, welche mit denselben Axen die Winkel λ, μ, ν bildet, und daſs uns dieſs die Gleichung

$$t\cos\lambda + u\cos\mu + v\cos\nu = 0$$

geliefert hat, so finden wir für die Gleichung, welche r bestimmt:

$$\frac{a^2\cos^2\lambda}{r^2-a^2} + \frac{b^2\cos^2\mu}{r^2-b^2} + \frac{c^2\cos^2\nu}{r^2-c^2} = 0$$

oder:

$$(r^2-b^2)(r^2-c^2)a^2\cos^2\lambda + (r^2-a^2)r^2-c^2)b^2\cos^2\mu + (r^2-a^2)(r^2-b^2)c^2\cos^2\nu = 0,$$

das heiſst:

$$(a^2\cos^2\lambda + b^2\cos^2\mu + c^2\cos^2\nu)r^4 - [(b^2+c^2)a^2\cos^2\lambda + (a^2+c^2)b^2\cos^2\mu + (a^2+b^2)c^2\cos^2\nu]r^2 + a^2b^2c^2 = 0,$$

weil $\cos^2\lambda + \cos^2\mu + \cos^2\nu = 1$.

Da diese Gleichung des vierten Grades in r identisch ist mit der vorhin gefundenen Gleichung desselben Grades in W, so folgt, daſs die vier Werthe von r, die zu zwei einander gleich und im Zeichen entgegengesetzt sind, denen von W für die nämlichen Werthe von λ, μ, ν, d. h. für denselben Strahl gleich sind. Dieſs ist aber gerade das Theorem, welches bewiesen werden sollte. Weil das Ellipsoïd, welches die beiden Geschwindigkeiten des Lichts längs einem Strahle mittelst der

beiden Axen des von einer auf diesem Strahl senkrechten Ebene gemachten Diametralschnitts liefert, zur Gleichung hat:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1,$$

so sind seine Durchschnitte mit den Coordinat-Ebenen Ellipsen, was man findet, wenn man in dieser Gleichung nach einander $x=0$, $y=0$, $z=0$ macht; diefs giebt für die Gleichungen dieser Ellipsen:

in der Ebene der yz . . . $c^2y^2+b^2z-b^2c^2=0$
- - - - xz . . . $c^2x^2+a^2z^2-a^2c^2=0$
- - - - xy . . . $b^2x^2+a^2y^2-a^2b^2=0$.

Macht man eben so in der Gleichung für die Wellenfläche
$$(x^2+y^2+z^2)(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)-(b^2+c^2)a^2x^2-(a^2+c^2)b^2y^2-(a^2+b^2)c^2z^2+a^2b^2c^2=0$$
successiv $x=0$, $y=0$, $z=0$, so findet man, dafs diese Fläche die Coordinat-Ebenen in einem Kreise und einer Ellipse schneidet, deren Gleichungen sind:

für die Ebene der yz . . $\begin{cases} y^2+z^2-a^2=0 \\ b^2y^2+c^2z^2-b^2c^2=0 \end{cases}$

für die Ebene der xz . . $\begin{cases} x^2+z^2-b^2=0 \\ a^2x^2+c^2z^2-a^2c^2=0 \end{cases}$

für die Ebene der xy . . $\begin{cases} x^2+y^2-c^2=0 \\ a^2x^2+b^2y^2-a^2b^2=0 \end{cases}$

woraus folgt für jede dieser Ebenen 1) dafs der elliptische Schnitt in der Wellenfläche und der in dem Ellipsoïd eine und dieselbe Ellipse sind, aber so umgewandt, dafs die grofse Axe des einen Schnitts auf der kleinen Axe des andern liegt, und umgekehrt; 2) dafs der Kreisschnitt die Hälfte derjenigen Axe des Ellipsoïds, welche senkrecht auf der Ebene dieses Kreisschnitts ist, zum Radius hat. Man sieht, dafs wenn man die drei Axen des Ellipsoïds successiv als Diameter nimmt und über sie drei Kugelflächen beschreibt, welche die Ellipsoïdfläche an ihren Scheiteln berühren, die drei Kreisschnitte der Wellenfläche mit den drei Coordinat-Ebenen sich unter denen der drei Kugelflächen befinden; dafs die Wellenfläche jede dieser Flächen in einem ihrer gröfsten Kreise berührt, und dafs es die Kugelfläche vom mittleren Durchmesser ist, auf welcher die Vielfachspunkte der Wellenfläche liegen, worin sich die beiden Stücke dieser Fläche vereinigen, so dafs das äufsere Stück der Fläche zwischen der gröfsten und der mittleren Kugelfläche liegt, und das innere Stück zwischen der mittleren und kleinsten Kugelfläche.

VII. *Die vom* 1 *Januar* 1827 *bis* 1. *Mai* 1833 *beobachteten ausgezeichnet tiefen und hohen Barometerstände zu Braunsberg in Ostpreufsen; vom Prof. L. Feldt.*

Ich habe seit dem Jahre 1827 neben meinen vier Mal des Tages regelmäfsig, mit nur wenigen Unterbrechungen angestellten Barometerbeobachtungen auch noch an denjenigen Tagen, an welchen sich das Barometer stark über die Mittelhöhe erhob oder unter dieselbe sank, die Beobachtungen gröfstentheils stündlich aufgezeichnet. Bei diesen letzteren Aufzeichnungen wollte ich den Gränzen des

jedesmaligen hohen oder tiefen Standes so nahe als möglich kommen, und den Gang des Barometers vorzüglich vor und nach dem Eintritt des Maximums oder Minimums etwas näher angeben.

Die hier folgenden Angaben enthalten die in dieser Hinsicht angestellten Beobachtungen, und zwar den Gang des Barometers zu denjenigen Zeiten, wo dasselbe sich stark über 342 Par. Lin. erhob oder unter 300 Par. Lin. sank.

Das bei diesen Beobachtungen gebrauchte Barometer ist ausgekocht und mit Mikroskopen versehen; auch habe ich dasselbe zwei Mal mit dem grofsen Pistor'schen Barometer auf der Königsberger Sternwarte verglichen. Bei der ersten Vergleichung am 2. Febr. fand ich, dafs mein Barometer, nach 15 gleichzeitigen Ablesungen beider Instrumente, damals 0,59 Par. Lin. im Mittel höher stand, als das der Sternwarte. Bei der zweiten Vergleichung im Jahre 1832 am 25. August und in den folgenden Tagen bis zum 7. September, in welcher Zeit Hr. Busch die Güte hatte den Stand von meinem Barometer zugleich mit denen der Sternwarte zu notiren, im Ganzen aus 45 gleichzeitigen Ablesungen ergab sich, dafs mein Barometer jetzt 1,09 Par. Lin. höher steht als das grofse Pistor'sche der Sternwarte. Die Differenz von 0,5 Par. Lin. zwischen der ersten und zweiten Vergleichung rührt davon her, dafs das Pistor'sche Barometer der Königsberger Sternwarte, nach der Bemerkung des Hrn. Geh. Raths Bessel, seit dem 8. Juli 1829 zwischen 0,4 und 0,5 Lin. niedriger steht als vorher *).

Ferner mufs ich bemerken, dafs ich die Erhebung meines Beobachtungspunktes über der Fläche der Ostsee aus den Barometer- und Thermometerbeobachtungen der Königsberger Sternwarte und den correspondirend beobachteten Instrument-Ständen zu Braunsberg des Jahres

*) Schumacher's Astronom. Nachrichten, No. 175, oder Poggendorff's Annalen, Bd. XXVI S. 451.

1828 abgeleitet habe. Mein Beobachtungspunkt liegt nach diesen Untersuchungen 70 Par. Fufs über dem mittleren Spiegel der Ostsee.

Den mittleren Barometerstand für Braunsberg finde ich aus dreijährigen Beobachtungen 336''',65, oder wenn ich denselben auf den Stand des grofsen Pistor'schen Barometers auf der Königsberger Sternwarte vor dem 8. Juli 1829 bringe =336''',06.

In der nachstehenden Uebersicht gebe ich nun die von mir seit dem Jahre 1827 beobachteten ausgezeichnet tiefen und hohen Barometerstände reducirt auf die Temperatur des schmelzenden Eises nach den Tafeln in den Königsberger Astronom. Beobachtungen, bemerke auch zugleich wie diesen Stand das grofse Pistor'sche Barometer der Königsberger Sternwarte vor dem 8. Juli 1829 würde gegeben haben, und wie viel Linien über oder unter der Mittelhöhe das Barometer jedesmal stand. Dem Ganzen ist noch die Temperatur der Luft und die Witterung hinzugefügt.

Uebersicht der vom Jahre 1827 bis 1833 beobachteten ausgezeichnet tiefen und hohen Barometerstände zu Braunsberg.

Im Jahre 1827.

In diesem Jahre wurden *drei* ausgezeichnet tiefe und *ein* hoher Barometerstand beobachtet.

I. Gang des Barometers in der Nähe des Minimums am 15. Januar.

Tag und Stunde 1827. Januar.		Barometerhöhe auf 0° R. reducirt.	Wie diesen Stand d. gr. Pistor'sche Bar. der Königsb. Sternw. vor d. 8. Juli 1829 würde gegeben haben.	Unter der Mittelhöhe	Temperatur der Luft.	Witterung.
13.	12h Mittags	332''',38	331''',79	4''',27	31°,6 Fahr.	NNW. windig, bedeckt
14.	12 -	326 ,91	326 ,32	9 ,74	33, 4	SW. sehr windig, Schneegestöber
	4 -	324 ,68	324 ,09	11 ,97	35 ,4	SW. Sturm, Regen
	7 -	322 ,73	322 ,14	13 ,92	38 ,8	SW. - -
	7 15' -	322 ,42	321 ,83	14 ,23	39 ,0	W. - -
	8 -	321 ,11	321 ,52	14 ,54	39 ,4	W. - -
	9 -	321 ,90	321 ,31	14 ,75	40 ,6	W. - -
	10 -	321 ,60	321 ,01	15 ,05	40 ,6	WNW. Sturm, starker Regen
	11 -	321 ,32	320 ,73	15 ,33	40 ,6	WNW. - - -

14.	12h Mittern.	320''',93	320''',34	15''',72	39°,4 Fahr.	WNW. Sturm, regnigt
15.	1 Morg.	320 ,37	319 ,78	16 ,28	39 ,4	WNW - -
	3 -	319 ,69	319 ,10	16 ,96	35 ,4	WNW. Sturm sehr heftig, bedeckt
	4 -	319 ,49	318 ,90	17 ,16	34 ,9	WNW. - - - -
	5 3' -	319 ,11	318 ,52	17 ,54	34 ,9	WNW. - - - -
	5 9' -	319 ,22	318 ,63	17 ,43	34 ,9	WNW. - - - -
	7 -	323 ,06	322 ,47	13 ,59	34 ,7	WNW. Sturm etwas nachlassend, es fällt etwas Schnee
	8 -	324 ,38	323 ,79	12 ,27	32 ,8	WNW. dito
	9 15' -	325 ,57	324 ,98	11 ,08	31 ,5	WNW. windig, zuweil. Schneegestöber
	11 -	326 ,19	325 ,60	10 ,46	32 ,2	WNW. - - -
	12 Mittags	326 ,75	326 ,16	9 ,90	32 ,0	NW. windig, gebroch. Himm. Sonnblicke
16.	12 -	331 ,89	331 ,30	4 ,76	31 ,0	NW. und N. schwach, bedeckt.

Der tiefste Stand wurde am 15. Januar um 5^h 3' Morg. bei 17''',54 unter der Mittelhöhe beobachtet. Die Aenderungen des Barometers nach dem Minimum sind gröfser als vor demselben. So z. B. steigt das Barometer nach dem Minimum

in 2 Stunden	3'',95
- 6 -	7 ,08
- 7 -	7 ,64;

während es in den sieben, dem Minimum unmittelbar vorhergehenden Stunden folgendermafsen fällt:

in 2 Stunden		0''',58
- 6	-	2 ,21
- 7	-	2 ,49.

Die Richtung des Windes schreitet nach dem Minimum ununterbrochen in der Ordnung WNW. NW. N. etc. fort. Die Temperatur fängt schon um Mitternacht an zu sinken.

II. Gang des Barometers in der Nähe des Maximums am 9. Febr.

Tag und Stunde. 1827. Februar.	Barometerhöhe auf 0° R. reducirt.	Wie diesen Stand d. gr. Pistor'sche Bar. der Königsb. Sternw. vor d. 8. Juli 1829 würde gegeben haben.	Ueber der Mittelhöhe	Temperatur der Luft.	Witterung.
3. 12h Mittags	339''',76	339''',17	3''',11	28°,6 Fahr.	OSO. schwach, heiter
4. 12 -	343 ,11	342 ,52	6 ,46	28 ,5	W. - -
5. 12 -	340 ,71	340 ,12	4 ,06	36 ,0	WNW. windig, bedeckt
6. 12 -	333 ,29	332 ,70	—3 ,36	35 ,4	WNW. starker Wind, Regen
7. 12 -	340 ,29	339 ,70	+3 ,64	26 ,8	O. schwacher Wind, bedeckt
8. 12 -	344 ,44	343 ,85	7 ,79	18 ,7	O. scharfe Luft, heiter
10 Abends	345 ,37	344 ,78	8 ,72	15 ,6	SO. schwach, halb heiter

9.	7h 30' Mrg.	346''',00	345''',41	9''',35	14°,4 Fahr.	SSO. Cirr. Cum. am Morgenhimmel, sonst heiter
	12 Mittags	345 ,13	344 ,54	8 ,48	25 ,2	SW. schwach, nicht mehr ganz heiter
	11 Abends	344 ,10	343 ,51	7 ,45	26 ,8	W. still, trübe u. stark. Braus. in d. See
10.	8 Morg.	344 ,00	343 ,41	7 ,35	31 ,5	NW. schwach, bedeckt
	12 Mittags	343 ,31	342 ,72	6 ,66	33 ,6	NW. - -
	10 Abends	342 ,43	341 ,84	5 ,78	30 ,2	NW. - -

Zwischen dem 5. und 7. Febr. ändert sich das Barometer plötzlich und sehr stark; von hier ab steigt es allmälig und erreicht den 9. Febr. um 7h 30' Morg. bei 9''',35 über der Mittelhöhe sein Maximum. In den 9½, dem Maximum vorhergehenden Stunden steigt das Barometer 0''',63, in den 4½ darauf folgenden Stunden fällt es schon 0''',87; es änderte sich also stärker nach dem Maximum als vor demselben. Der Wind dreht sich nach dem Maximum im Sinne SW. W. NW. etc. Das thermometrische Minimum trifft mit dem barometrischen Maximum zusammen.

III. Gang des Barometers in der Nähe des Minimums am 1. November.

Tag und Stunde. 1827. October u. Novemb.	Barometerhöhe auf 0° R. reducirt.	Wie diesen Stand d. gr. Pistor'sche Bar. der Königsb. Sternw. vor d. 8. Juli 1829 würde gegeben haben.	Unter der Mittelhöhe	Temperatur der Luft.	Witterung.
31. October					
12h Mittags	330''',31	329''',72	6''',34	32°,7 Fahr.	SSW. Sturm, Schneegestöb., darauf Reg.
4 Nachm.	328 ,41	327 ,82	8 ,24	38 ,5	SW. Sturm, Regen
10 -	326 ,83	326 ,24	9 ,82	36 ,3	SW. - -
10h 30' -	326 ,25	325 ,66	10 ,40	36 ,3	SW. - -
1. November					
2h 30' Mrg.	325 ,48	324 ,89	11 ,17	36 ,3	SW. - -
5 -	325 ,51	324 ,92	11 ,14	36 ,9	SSW. der Sturm etwas nachlass., Regen
8 45' -	326 ,26	325 ,67	10 ,39	32 ,7	SSW. gebr. Himmel, stark. Wolkenzieh.
12 Mittags	326 ,63	326 ,04	10 ,02	39 ,2	S. windig, Sonnenblicke
10 Abends	327 ,56	326 ,97	9 ,09	36 ,0	SW. windig, bedeckt
2. 8 Morg.	329 ,01	328 ,42	7 ,64	31 ,8	SSO. windig, bedeckt, um 9 Uhr fing es an zu regnen.
12 Mittags	329 ,39	329 ,80	7 ,26	35 ,6	SSO. windig, dito.

Den 1. November um 2h 30′ Morg. stand das Barometer am tiefsten, und zwar 11‴,17 unter der Mittelhöhe. Hier ändert sich das Barometer stärker vor dem Minimum als nach demselben; denn in 4½ Stunden vor dem Minimum fällt es schon 1‴,35, während es in 9½ Stunden nach demselben nur 1‴,15 steigt. In der Nacht vom 1. auf den 2. November springt der Wind nach SSO. zurück.

IV. Der tiefe Stand des Barometers am 7. December.

Tag und Stunde. 1827. December.	Barometerhöhe auf 0° R. reducirt.	Wie diesen Stand d. gr. Pistor'sche Bar. der Königsb. Sternw. vor d. 8. Juli 1829 würde gegeben haben.	Unter der Mittelhöhe	Temperatur der Luft.	Witterung.
4. 12h Mittag	331‴,92	331‴,33	4‴,73	27‴,9 Fahr.	W. stark windig, bedeckt
9 Abends	325 ,65	325 ,06	11 ,00	39 ,2	W. Sturm, trübe und Thauwetter
10 -	325 ,68	325 ,09	10 ,97	39 ,2	WNW. Sturm, trübe, mitunter Regen
10 -	325 ,59	325 ,00	11 ,06	39 ,4	WNW. - - - -
5. 1 30′ Mrg.	325 ,64	325 ,05	11 ,01	39 ,9	NW. Sturm, Regen
2 30′ Mrg.	325 ,63	325 ,04	11 ,02	39 ,9	NW. - -
6 Morg.	327 ,25	326 ,66	9 ,40	39 ,2	WNW., der Sturm nachlass., bedeckt
8 -	327 ,74	327 ,15	8 ,91	34 ,7	WNW. - - - -

Tag und Stunde. 1827. December.	Barometerhöhe auf 0° R. reducirt.	Wie diesen Stand d. gr. Pistor'sche Bar. der Königsb. Sternw. vor d. 8. Juli 1829 würde gegeben haben.	Unter der Mittelhöhe	Temperatur der Luft.	Witterung.
5. 12h Mittags	329''',19	328''',60	7''',46	34°,7 Fahr.	WNW, der Sturm nachlass., bedeckt
10 Abends	330 ,72	330 ,13	5 ,93	38 ,7	still, trübe
6. 12 Mittags	328 ,93	328 ,34	7 ,72	35 ,4	S. ein starker Nebel
10 Abends	326 ,34	325 ,75	10 ,31	42 ,7	SW. schwach, bedeckt
7. 0 30' Mrg.	325 ,51	324 ,92	11 ,14	39 ,2	WNW. Sturm ausserordentl. heftig, fing plötzl. geg. 12h d. Nachts an, Regen
1 30' -	326 ,48	325 ,89	10 ,17	41 ,0	WNW. Sturm sehr heftig, es regnet mitunter
6 -	330 ,39	329 ,80	6 ,26	37 ,2	WNW. stürmisch, etwas Regen
9 -	331 ,03	330 ,44	5 ,62	34 ,2	NW. windig, bedeckt
12 Mittags	332 ,51	331 ,92	4 ,14	34 ,7	NW. - -

Vom 4. bis 7. December sank das Barometer zwei Mal bedeutend unter die Mittelhöhe. Das erste Mal den 4. Dec. um 11 Uhr Abends stand es bei einem starken Sturme aus WNW. 11''',06 unter dem Mittel, und es sank rascher vor diesem tiefen Stande, als es nach demselben stieg. Der Wind dreht sich zwar nach diesem Minimum nach NW., springt aber in den nächsten Stunden schon

wie-

wieder nach WNW. und S. zurück, das steigende Barometer beginnt abermals zu sinken, und erreicht am 7. Dec. um $0^h\,30'$ Morg. bei einem heftigen Sturme aus WNW. ein zweites Minimum bei $11''',14$ unter der Mittelhöhe. Nach diesem zweiten Minimum wird der Wind entschieden WNW. NW. etc., und das Barometer steigt jetzt rascher nach dem Minimum, als es vor diesem gefallen war.

Im Jahre 1828.

Dieses Jahr hatte drei ausgezeichnet hohe und nur einen tiefen Barometerstand. Bei dem tiefen Stande im October sank das Barometer nur $8''',78$ unter die Mittelhöhe. Der Gang des Barometers in der Nähe der drei hohen Stände war folgender.

I. Das Maximum am 18. Januar.

Tag und Stunde. 1828. Januar.		Barometerhöhe auf 0° R. reducirt.	Wie diesen Stand d. gr. Pistor'sche Bar. der Königsb. Sternw. vor d. 8. Juli 1829 würde gegeben haben.	Ueber dem Mittel.	Temperatur der Luft.	Witterung.
16.	12h Mittags	340''',22	339''',63	3''',57	+ 6°,1 Fahr.	NO. schwach, d. Himmel hat ein weifsliches Ansehen
	10 Abends	341 ,47	340 ,88	4 ,82	— 0 ,6	NO. still, die Sterne blafs
17.	8 30' Mrg.	344 ,15	343 ,56	7 ,50	+ 3 ,6	ONO. schwach belegt, es fällt etw. Schn.
	12 Mittags	344 ,93	344 ,34	8 ,28	+ 3 ,8	O. schwach, belegt, feiner Schnee
	6 30' Ab.	345 ,68	345 ,09	9 ,03	— 1 ,7	O. still, heiter
	10 -	346 ,62	346 ,03	9 ,97	— 6 ,9	SO. schwach, heiter
	11 -	346 ,74	346 ,15	11 ,09	— 7 ,8	SO. - -
18.	8 Morg.	347 ,33	346 ,74	10 ,68	— 9 ,1	SO. sehr scharfe Luft, beim Sonnenaufgange Nebensonnen
	10 15' -	347 ,19	346 ,60	10 ,54	— 3 ,5	SSO. schwach, heiter
	12 Mittags	347 ,10	346 ,51	10 ,45	+ 4 ,6	SSO. - -
	10 Abends	345 ,98	345 ,39	9 ,33	— 0 ,6	SO. gegen 6 Uhr Ab. erhob sich ein starker Wind, heiter
19.	9 Morg.	341 ,98	341 ,39	5 ,33	+ 8 ,4	S. windig, es fängt sich an zu trüben
	12 Mittags	340 ,78	340 ,19	4 ,13	+16 ,9	SW. windig, bedeckt.

Das Maximum wurde am 18. Jan. bei 10‴,68 über der Mittelhöhe beobachtet. In den 13½ dem Maximum vorhergehenden Stunden ändert sich das Barometer 1‴,65, in den 14 darauf folgenden Stunden nur 1‴,35. Vom 18. auf den 19. Jan. des Nachts sinkt das Barometer rasch. Am 18. Ab. geht der Wind nach SO., ist aber den folgenden Morgen S. und SW. Das barometrische Maximum trifft mit dem thermometrischen Minimum zusammen.

II. Gang des Barometers in der Nähe des Maximums am 29. October.

Tag und Stunde. 1828. October.	Barometerhöhe auf 0° R. reducirt	Wie diesen Stand d. gr. Pistor'sche Bar. der Königsb. Sternw. vor d. 8. Juli 1829 gegeben haben würde.	Ueber dem Mittel.	Temperatur der Luft.	Witterung.
25. 12h Mittags	341‴,55	340‴,96	4‴,90	50°,4 Fahr.	W. schwach, bedeckt
26. 12 -	344 ,41	343 ,83	7 ,76	44 ,4	W. - heiter
27. 12 -	344 ,62	344 ,03	7 ,97	44 ,4	O. sehr scharfe Luft; d. Wind war Morg. N., ging geg. 9 U. nach NO. u. war Mittags O., bedeckt
2 Nachm.	344 ,82	344 ,23	8 ,17	38 ,7	O. schwach, gl. Decke
7 -	345 ,12	334 ,53	8 ,47	31 ,3	O. - gl. Decke
8 -	345 ,25	344 ,66	8 ,60	30 ,2	O. - es wird heiter.
9 -	345 ,35	344 ,76	8 ,70	29 ,1	O. - heiter

Tag und Stunde 1828. October.		Barometerhöhe auf 0° R. reducirt.	Wie diesen Stand d. gr. Pistor'sche Bar. der Königsb. Sternw. vor d. 8. Juli 1829 gegeben haben würde.	Ueber dem Mittel.	Temperatur der Luft.	Witterung.
27.	10h Nachm.	345''',35	344''',76	8''',70	28°,6 Fahr.	O. still, der Himmel weißlich und der Mond hat einen Ring
	11 -	345 ,37	344 ,78	8 ,72	27 ,9	O. der Ring um den Mond verschwindet, heiter
28.	8 Morg.	345 ,03	344 ,44	8 ,38	32 ,0	O. still, Nebel, in der Nacht fror Eis eine halbe Par. Lin. dick
	12 Mittags	344 ,83	344 ,24	8 ,18	36 ,3	O. gleiche Decke
	8 Abends	344 ,69	344 ,10	8 ,04	33 ,1	O. still, trübe
	10 -	344 ,80	344 ,21	8 ,15	32 ,0	O. - -
29.	7 30' Mrg.	345 ,41	344 ,82	8 ,76	26 ,4	ONO. schwach, heiter
	12 Mittags	345 ,33	344 ,74	8 ,68	33 ,8	ONO. - -
	10 Abends	344 ,09	343 ,50	7 ,44	34 ,0	ONO. windig, trübe
30.	12 Mittags	341 ,78	341 ,19	5 ,13	38 ,3	O. schwach, Regen. In den folgenden Tagen geht der Wind durch S. nach SW. mit fallendem Barometer.

Der hohe Stand am 27. October ist nur 0''',04 verschieden von dem am 29. beobachteten. Beim ersten steigt das Barometer in den 11, dem Maximum vorhergehenden Stunden 0''',75, in den 18 darauf folgenden Stunden fällt es nur 0''',68. Den 29. Oct. geht der Wind nach ONO., und das Barometer erreicht um 7h 30' Morg. ein zweites Maximum bei 8''',76 über der Mittelhöhe. Nach diesem zweiten Maximum geht der Wind entschieden durch O. und S. nach SW. und das Barometer fällt stark.

III. Gang des Barometers in der Nähe des hohen Standes am 5. November.

Tag und Stunde. 1828. November.		Barometerhöhe auf 0° R. reducirt,	Wie diesen Stand d. gr. Pistor'sche Bar. der Königsb. Sternw. vor d. 8. Juli 1829. würde gegeben haben.	Ueber der Mittelhöhe	Temperatur der Luft.	Witterung.
3.	6h 15' Mrg.	340''',15	339''',56	3''',50	29°,3 Fahr.	O. schwach, trübe, es ist die Nacht viel Schnee gefallen
	12 Mittags	341 ,89	341 ,30	5 ,27	31 ,6	O. schwach, heiter
	10 Abends	343 ,79	343 ,20	7 ,14	26 ,4	O. - -
4.	2 30' Mrg.	344 ,20	343 ,61	7 ,55	25 ,2	Windstille, heiter
	7 30 -	344 ,62	344 ,03	7 ,97	17 ,4	OSO. schwach heiter
	8 -	345 ,01	344 ,42	8 ,36	17 ,6	O. - -
	10 -	345 ,20	344 ,61	8 ,55	22 ,5	O. - -
	12 Mittags	345 ,31	324 ,72	8 ,66	26 ,8	O. - -

Tag und Stunde. 1828. November.		Barometerhöhe auf 0° R. reducirt	Wie diesen Stand d. gr. Pistor'sche Bar. der Königsb. Sternw. vor d. 8. Juli 1829 würde gegeben haben.	Ueber der Mittelhöhe	Temperatur der Luft.	Witterung.
4.	1h Nachm.	345''',31	344''',72	8''',66	29°,3 Fahr.	O. schwach, heiter
	4 -	345 ,17	344 ,58	8 ,52	26 ,4	O. - -
	7 -	345 ,40	344 ,81	8 ,75	21 ,9	O. - -
	10 -	345 ,85	345 ,26	9 ,20	20 ,1	O. schwach, heiter, die Sterne aufserordentlich deutlich
	12 Mittern.	345 ,98	345 ,39	9 ,33	18 ,9	O. dito
5.	5 Morg.	345 ,95	345 ,36	9 ,30	16 ,7	SO. schwach, heiter
	7 30' -	346 ,42	345 ,83	9 ,77	14 ,4	SO. der Wind wird stark, heiter
	8 -	346 ,52	345 ,93	9 ,87	15 ,6	SO. - - - - -
	9 -	346 ,40	345 ,81	9 ,75	18 ,5	SO. schwach, heiter
	10 -	346 ,44	345 ,85	9 ,79	20 ,7	SO. - -
	11 -	346 ,49	345 ,90	9 ,84	21 ,4	SO. - -
	12 Mittags	346 ,44	345 ,85	9 ,79	27 ,0	SO. schwach, sehr ruhige Luft, heiter
	2 -	346 ,47	345 ,88	9 ,82	28 ,8	SO. - - - - -
	4 -	346 ,42	345 ,83	9 ,77	26 ,8	SO. - - - - -
	10 -	346 ,56	345 ,97	9 ,91	20 ,7	SO. - - - - -
6.	7 45' Mrg.	346 ,23	345 ,64	9 ,58	24 ,1	SSO. schwach, heiter

6.	9h Morg.	346''',20	345''',61	9''',55	26°,4 Fahr.	SSO. schwach windig
						SSO. schwach, gegen Mittag belegte sich der Himmel etwas
	12 Mittags	346 ,12	345 ,53	9 ,47	30 ,9	
	10 Abends	345 ,78	345 ,19	9 ,13	17 ,4	Windstille, heiter
7.	7 Morg.	345 ,11	344 ,52	8 ,46	16 ,2	SSO. es wird windig, heiter
	12 Mittags	344 ,60	344 ,01	7 ,95	28 ,6	SSO. windig, bedeckt
8.	12 -	339 ,88	339 ,29	3 ,23	33 ,1	SSO. wind., bed. In den folgend. Tag. geht d. Wind nach S. SW. etc.

Am 5. Novemb. um 10 Uhr Abends stand das Barometer 9''',91 über dem Mittel. Nach diesem Maximum geht der Wind ununterbrochen in der Ordnung SSO. S. SW. etc. fort; das Barometer sinkt stark.

Im Jahre 1829.

Dieses Jahr hatte einen ganz ausgezeichnet hohen Barometerstand im December. Am tiefsten stand das Barometer in diesem Jahre im April, und zwar 10''',85 unter der Mittelhöhe.

Der Gang des Barometers in der Nähe des hohen Standes im December war folgender:

Tag und Stunde. 1829. December.	Barometerhöhe auf 0° R. reducirt	Wie diesen Stand d. gr. Pistor'sche Bar. auf d. Königsb. Sternw. vor d. 8. Juli 1829 würde gegeben haben.	Ueber der Mittelhöhe	Temperatur der Luft.	Witterung.
1. 12h Mittags	343''',29	342''',70	6''',64	29°,7 Fahr.	NW. schwach, heiter
2. 12 -	344 ,39	343 ,80	8 ,74	19 ,6	NO. - -
3. 12 -	346 ,07	345 ,48	9 ,42	9 ,1	NO. - -
4. 12 -	345 ,79	345 ,20	9 ,14	8 ,8	SSO. scharfe Luft, heiter
5. 12 -	346 ,85	346 ,26	10 ,20	11 ,7	SSO. - - -
10 Abends	347 ,96	347 ,37	11 ,31	16 ,2	Windstille, bedeckt
6. 8 Morg.	348 ,59	348 ,00	11 ,94	18 ,5	SSO. schwach, bedeckt
10 -	349 ,02	348 ,43	12 ,37	16 ,9	SO. schwach, es wird heiter
11 -	349 ,08	348 ,49	12 ,43	17 ,1	SSO. schwach, heiter, über der See eine dicke Wolkenbank
11 15' -	349 ,22	348 ,63	12 ,57	16 ,7	SSO. schwach, heiter
12 Mittags	349 ,21	348 ,62	12 ,56	16 ,2	SSO. - -
1 Nachm.	349 ,19	348 ,60	12 ,54	16 ,2	SSO. - -
2 -	348 ,86	348 ,27	12 ,21	15 ,1	SSO. schwach, es fängt sich an zu trüben
3 -	348 ,88	348 ,29	12 ,23	14 ,9	S. ziemlich stark, gleiche Decke
4 -	348 ,89	348 ,30	12 ,24	14 ,8	S. schwach, es wird wieder heiter
5 -	348 ,89	348 ,30	12 ,24	—	S. schwach, der Himmel weiſslich

6.	10h Nachm.	349''',15	348''',56	12''',50	15°,9 Fahr.	S. es wird windig, belegt
7.	6 Morg.	348 ,83	348 ,24	12 ,18	—	S. schwach, belegt
	8 -	348 ,84	348 ,25	12 ,19	17 ,8	S. - -
	9 -	349 ,08	348 ,49	12 ,43	16 ,9	S. - -
	11 -	348 ,76	348 ,17	12 ,11	18 ,5	S. - -
	12 Mittags	348 ,74	348 ,15	12 ,09	19 ,6	S. - -
	2 Nachm.	348 ,44	347 ,85	11 ,79	18 ,5	SSO, schwach, es wird heiter
	7 -	348 ,20	347 ,61	11 ,55	18 ,1	SSO. schwach, heiter
	10 -	348 ,00	347 ,41	11 ,35	13 ,5	SSO. - -
8.	10 Morg.	346 ,94	346 ,35	10 ,29	11 ,7	SSO. - -
	12 Mittags	346 ,74	346 ,15	10 ,09	15 ,1	SO. windig, heiter
9.	12 -	344 ,68	344 ,09	8 ,03	17 ,8	SO. windig, weifslicher Himmel
10.	12 -	342 ,92	342 ,33	6 ,27	20 ,7	SSO. windig, heiter
11.	12 -	343 ,22	343 ,63	7 ,57	15 ,8	SSO. - -

Den 6. December um $11^h 15'$ Vormittags erreichte das Barometer bei schwachem SSO. Winde sein Maximum; es steht 12''',57 über der Mittelhöhe. Der Gang des Barometers vor dem Maximum ist weit schneller als nach demselben. Der Wind springt am 7. und in den folgenden Tagen wieder nach SSO. und SO. zurück.

Im Jahre 1830.

In diesem Jahre wurden im Ganzen vier hohe Barometerstände beobachtet, von welchen der hohe Stand im Januar der ausgezeichnetste war. Der tiefste Barometerstand in diesem Jahre betrug

326‴,27, d. h. 9‴,79 unter der Mittelhöhe. Der Gang des Barometers in der Nähe des hohen Standes am 23. Januar war folgender:

Tag und Stunde. 1830. Januar,		Barometerhöhe auf 0° R. reducirt.	Wie diesen Stand d. gr. Pistor'sch Bar. auf d. Königsb. Sternw. vor d. 8. Juli 1829 würde gegeben haben.	Ueber der Mittelhöhe	Temperatur der Luft.	Witterung.
20,	12h Mittags	338‴,34	337‴,75	1‴,69	23°,0 Fahr.	SO. windig, bedeckt
21.	12 -	339 ,73	339 ,14	3 ,08	20 ,7	SO. windig, es wird heiter
22.	8 Morg.	344 ,47	343 ,88	7 ,82	9 ,5	O. windig, heiter
	12 Mittags	343 ,74	343 ,15	7 ,09	11 ,7	O. - -
23.	8 Morg.	346 ,21	345 ,62	9 ,56	3 ,9	O. - -
	11 50' -	346 ,07	345 ,48	9 ,42	9 ,5	SO. - -
24.	8 Morg.	345 ,49	344 ,90	8 ,84	4 ,3	SO. stark, heiter
	12 Mittags	345 ,06	344 ,47	8 ,41	12 ,7	SO. fast stürmisch, heiter.
25.	12 -	344 ,04	343 ,45	7 ,39	6 ,1	S. windig, heiter
26.	12 -	343 ,05	342 ,46	6 ,40	16 ,2	SO. still, trübe
27.	12 -	340 ,76	340 ,17	4 ,11	12 ,9	SSO. schwach, trübe

Den 23. Januar um 8 Uhr Morg. steht das Barometer am höchsten, d. h. 9‴,56 über der Mittelhöhe. Es ändert sich im Ganzen sehr ungleichmäſsig; steigt indessen doch schneller vor dem

Maximum, als es nach demselben fällt. Zwischen dem 23. und 25. Januar weht der Wind aus SO. und S., und das Barometer fällt; den 26. Jan. und in den folgenden Tagen springt der Wind nach SO. SSO. und O. zurück, wobei das Barometer unter einigen Schwankungen wieder steigt, und geht entschieden am 8. Febr. durch S. SW. nach W., wo das Barometer unter die Mittelhöhe sinkt.

Im Jahre 1831.

In diesem Jahre kamen weder ausgezeichnet hohe, noch ausgezeichnet tiefe Barometerstände vor. Am höchsten stand das Barometer im April bei 7''',03 über der Mittelhöhe, am tiefsten hingegen im Februar, und zwar bei 9''',12 unter der Mittelhöhe.

Im Jahre 1832.

Dieses Jahr hatte zwei ausgezeichnet hohe Barometerstände, im Februar und November. Bei dem tiefsten Stande in diesem Jahre sank das Barometer nur 8''',07 unter die Mittelhöhe. — Noch mufs ich bemerken, dafs in diesem Jahre durch den ganzen Monat October keine Beobachtungen angestellt wurden.

Das Maximum am 19. Februar.

Tag und Stunde. 1832. Februar.		Barometerhöhe auf 0° R. reducirt.	Wie diesen Stand d. gr. Pistor'sche Bar. der Königsb. Sternw. vor d. 8. Jul. 1829 würde gegeben haben.	Ueber der Mittelhöhe	Temperatur der Luft.	Witterung.
18.	12h Mittags	342‴,29	341‴,70	5‴,64	37°,2 Fahr.	SSO. schwach, es zeigen sich lange weifse Wolkenstreifen, sonst heiter
19.	0h 30′ Nchm.	345 ,89	345 ,30	9 ,24	36 ,7	SSO. schwach, heiter
	2h -	346 ,11	345 ,52	9 ,46	36 ,0	SSO. - -
	4 15′ -	346 ,25	345 ,66	9 ,60	33 ,0	SSO. - -
	6 30 -	346 ,41	345 ,82	9 ,76	26 ,8	SO. - -
	10 45 -	346 ,82	346 ,23	10 ,17	21 ,8	Windstille, heiter
	12 Mittern.	346 ,86	346 ,27	10 ,21	20 ,2	- -
20.	2 Morg.	346 ,83	346 ,24	10 ,18	—	SO. schwach, heiter
	7 45′ -	346 ,80	346 ,21	10 ,15	18 ,1	SSO. recht scharfe Luft, heiter
	9 -	346 ,78	346 ,19	10 ,13	23 ,8	SSO. schwach, heiter
	10 -	346 ,82	346 ,23	10 ,17	29 ,7	SSO. - -
	10 45 -	346 ,80	346 ,21	10 ,15	32 ,7	SSO. - -
	0h 30′ Nchm.	346 ,74	346 ,15	10 ,09	35 ,8	SSO. - -
	1 15 -	346 ,66	346 ,07	10 ,01	37 ,0	SSO. - -
	2 -	346 ,60	346 ,01	9 ,95	37 ,0	SSO. - -
	3 -	346 ,38	345 ,79	9 ,73	36 ,8	SSO. - -

20.	4h Nachm.	346''',32	345''',73	9''',67	34°,5 Fahr.	SSO. schwach, heiter
	5 -	346 ,26	345 ,67	9 ,61	31 ,0	SSO. - -
	6 -	346 ,14	345 ,55	9 ,49	28 ,0	Windstille, heiter
	10 -	345 ,74	345 ,15	9 ,09	22 ,8	- -
21.	8 Morg.	344 ,36	343 ,77	7 ,71	22 ,3	S. am Horizont neblicht, sonst heiter
	12 Mittags	344 ,01	343 ,42	7 ,36	33 ,9	S. schwach, heiter
22.	8 Morg.	343 ,10	342 ,51	6 ,45	23 ,8	SW. schwach, starker Nebel
	12 Mittags	343 ,01	342 ,42	6 ,36	30 ,5	S. schwach, Nebel, doch dringt manchmal die Sonne durch.

Den 19. Febr. um Mitternacht steht das Barometer 10''',21 über der Mittelhöhe. In den 10 dem Maximum vorhergehenden Stunden steigt das Barometer 0''',75, in den 10 darauf folgenden Stunden fällt es nur 0''',04. Den 20. Abends trat auf einige Zeit Windstille ein, worauf sich der Wind bei fallendem Barometer nach S. und SW. dreht. Den 22. springt der Wind auf einige Zeit nach S. zurück, geht aber in den folgenden Tagen bei anfangs fallendem und dann stark steigendem Barometer durch S. SW. W. NW. nach O.

Der hohe Stand im November war nur 0''',81 niedriger als der vorstehende.

Im Jahre 1833.

Die bis zum 1. Mai d. J. beobachteten ausgezeichnet hohen und tiefen Barometerstände waren folgende.

I. Gang des Barometers in der Nähe des hohen Standes im Januar.

Tag und Stunde 1832 und 1833. Decemb. u. Januar.	Barometerhöhe auf 0° R. reducirt.	Wie diesen Stand d. gr. Pistor'sche Bar. der Königsb. Sternw. vor d. 8. Juli 1829 würde gegeben haben.	Ueber der Mittelhöhe	Temperatur der Luft.	Witterung.
1832 December					
26. 12h Mittags	339''',27	338''',68	2''',62	31°,0 Fahr.	S. stark, gebr. Himmel, Sonnenblicke
27. 12 -	340 ,59	340 ,00	3 ,94	32 ,5	SW. schwach, Nebel
28. 12 -	341 ,12	340 ,53	4 ,47	29 ,9	SW. schwach, belegt
28. 12 -	341 ,89	341 ,30	5 ,24	25 ,2	SO. schwach, es wird heiter
30. 12 -	342 ,62	342 ,03	5 ,97	21 ,2	SO. schwach, trübe
31. 12 -	343 ,36	342 ,77	6 ,71	16 ,0	SO. schwach, gebrochener Himmel
1833 Januar					
1. 7 55' Mrg.	345 ,66	345 ,07	9 ,01	18 ,9	O. schwach, heiter
9 -	345 ,86	345 ,27	9 ,21	16 ,8	O. - -
10 -	345 ,89	345 ,30	9 ,24	17 ,4	O. - -
1 Nachm.	345 ,80	345 ,21	9 ,15	17 ,5	O. - -
5 -	346 ,13	345 ,54	9 ,48	8 ,0	O. - -
6 -	346 ,19	345 ,60	9 ,54	9 ,4	O. stark, heiter
7 -	346 ,28	345 ,69	9 ,63	7 ,7	O ziemlich stark, heiter

	8^h Nachm.	346''',27	345''',68	9''',62	8°,7 Fahr.	O. ziemlich stark, heiter
	9 -	346 ,28	345 ,69	9 ,63	9 ,7	O. - - -
	10 -	346 ,25	345 ,66	9 ,60	11 ,1	O. - - -
	11 -	346 ,22	345 ,63	9 ,57	12 ,9	Still, es fängt an trübe zu werden
2.	7 50' Mrg.	345 ,31	344 ,72	8 ,66	16 ,0	SO. ziemlich stark, bedeckt
	9 -	345 ,34	344 ,75	8 ,69	16 ,0	SO. ziemlich stark, es wirft mit Schnee
	10 -	345 ,28	344 ,69	8 ,63	15 ,8	SO· ziemlich stark, belegt
	11 -	345 ,12	344 ,53	8 ,47	16 ,9	OSO. - - -
	12 Mittags	344 ,87	344 ,28	8 ,22	16 ,8	OSO. schwach, gebroch. Himmel
	2 -	344 ,65	344 ,06	8 ,00	16 ,8	OSO. schwach, gleiche Decke
	3 -	344 ,43	343 ,84	7 ,78	16 ,2	SSO. schwach, bedeckt
	10 -	344 ,34	343 ,75	7 ,69	16 ,0	Still, bedeckt
3.	8 Morg.	344 ,60	244 ,01	7 ,95	10 ,9	SO. schwach, heiter
	9 -	344 ,81	344 ,22	8 ,16	11 ,0	SO. - -
	11 -	344 ,87	344 ,28	8 ,22	11 ,0	SSO. schwach, heiter
	12 Mittags	344 ,90	344 ,31	8 ,25	12 ,0	SSO. - -
	3 55' Nchm.	345 ,12	344 ,53	8 ,47	9 ,9	SSO. - -
4.	10^h Morg.	345 ,99	345 ,40	9 ,34	14 ,0	SO. schwach, bedeckt
	12 Mittags	345 ,67	345 ,08	9 ,02	15 ,7	S. schwach, rauher Nebel
	3^h30' Nchm.	345 ,34	344 ,75	8 ,69	18 ,5	SO. schwach, bedeckt
5.	8^h Morg.	344 ,73	344 ,14	8 ,08	24 ,2	SSW. schwach, trübe
	12 Mittags	344 ,58	343 ,99	7 ,93	27 ,5	SW. - -
	10 Abends	344 ,70	344 ,11	8 ,05	29 ,0	S. - -
6.	8 30' Mrg.	344 ,94	344 ,35	8 ,29	29 ,3	S. - -

Tag und Stunde. 1832 und 1833. Decemb. u. Januar.	Barometerhöhe auf 0° R. reducirt.	Wie diesen Stand d. gr. Pistor'sche Bar. der Königsb. Sternw. vor d. 8. Juli 1829 würde gegeben haben.	Ueber der Mittelhöhe	Temperatur der Luft.	Witterung.
6. 12h Mittags	345''',00	344''',41	8''',35	33°,3 Fahr.	SW. schwach, trübe
10 Abends	344 ,48	343 ,89	7 ,83	19 ,6	SO. schwach, heiter
7. 0 30' Mitt.	343 ,97	343 ,38	7 ,32	20 ,2	S. - -
8. 12 -	344 ,42	343 ,83	7 ,77	30 ,3	SW. schwach, gleiche Decke
9. 12 -	345 ,38	344 ,79	8 ,73	29 ,0	W. schwach, feuchter Nebel
10. 12 -	344 ,13	343 ,54	7 ,48	32 ,0	W. schwach, Nebel
11. 12 -	241 ,70	341 ,15	5 ,05	21 ,2	W. schwach, heiter

Der Wind war am 29. Dec. 1832 SO., geht den 1. Jan, nach O. und das Barometer erreicht dabei ein Maximum. Nach diesem Maximum hält der reine Ostwind nur noch kurze Zeit an. Das Barometer sinkt indessen bei dem häufigen Zurückspringen des Windes nach der Ostseite der Windrose nur sehr langsam, erst den 7. Jan. und in den folgenden Tagen wird der Wind entschieden S. SW. W. etc. Das thermometrische Minimum trifft mit dem barometrischen Maximum zusammen.

II. Gang des Barometers in der Nähe des tiefen Standes am 3. Februar.

Tag und Stunde. 1833. Februar.		Barometerhöhe auf 0° R. reducirt.	Wie diesen Stand d. gr. Pistor'sche Bar. der Königsb. Sternw. vor d. 8. Juli 1829 würde gegeben haben.	Unter der Mittelhöhe	Temperatur der Luft.	Witterung.
2.	12h Mittags	335''',48	334''',89	1''',17	25°,0 Fahr.	W. ziemlich stark, trübe
	10 Abends	333 ,43	332 ,84	3 ,22	21 ,2	W. stark, trübe
3.	8 Morg.	326 ,53	325 ,94	10 ,12	22 ,2	SW. Sturm, Schneegestöber
	9 -	325 ,97	325 ,38	10 ,68	23 ,0	SW. - -
	9 15' -	326 ,04	325 ,45	10 ,61	23 ,5	SW. - -
	9 30 -	325 ,93	325 ,34	10 ,72	24 ,2	SW. - -
	10 -	325 ,77	325 ,18	10 ,88	25 ,0	SW. - -
	10 30 -	325 ,56	324 ,97	11 ,09	26 ,5	S. etwas nachlassend, bedeckt
	11 -	325 ,52	324 ,93	11 ,13	27 ,8	S. stürmisch, bedeckt
	11 30 -	325 ,42	324 ,83	11 ,23	28 ,2	S. stark windig, bedeckt
	12 Mittags	325 ,31	324 ,72	11 ,34	31 ,0	S. - - -
	0h 30' Nchm.	325 ,33	324 ,74	11 ,32	32 ,0	S. stark windig, Thauwetter bedeckt
	1 -	325 ,45	324 ,86	11 ,20	33 ,0	SW. windig, Thauwetter, trübe
	2 -	325 ,40	324 ,81	11 ,25	34 ,2	SSW. windig, gebrochener Himmel, mitunter fällt Schnee

Tag und Stunde. 1833. Februar.		Barometerhöhe auf 0° R. reducirt.	Wie diesen Stand d. gr. Pistor'sche Bar. der Königsb. Sternw. vor d. 8. Juli 1829 würde gegeben haben.	Unter der Mittelhöhe	Temperatur der Luft.	Witterung.
3.	2h 30' Nchm.	325''',35	324''',76	11''',30	34°,2 Fahr.	S. windig, es wirft mit Schnee, bedeckt
	3 Nachm.	325 ,33	324 ,74	11 ,32	33 ,9	SW. - - - - - -
	3 30' -	325 ,32	324 ,73	11 ,33	33 ,8	S. schwach, gleiche Decke
	4 -	325 ,32	324 ,73	11 ,33	33 ,2	S. - - -
	4 30 -	325 ,51	324 ,92	11 ,14	33 ,2	S. - - -
	5 -	325 ,58	324 ,99	11 ,07	33 ,2	SW. ziemlich stark, gleiche Decke
	6 -	325 ,65	325 ,06	11 ,00	33 ,2	SW. schwach, gleiche Decke
	7 -	325 ,79	325 ,20	10 ,86	33 ,7	SW. - - -
	10 -	326 ,14	325 ,55	10 ,51	34 ,0	Windstille
4.	8 Morg.	327 ,88	327 ,29	8 ,77	34 ,0	SW, schwach, Thauwetter, trübe
	12 Mittags	329 ,11	328 ,52	7 ,54	34 ,0	WSW. - - -
	10 Abends	332 ,25	331 ,66	4 ,40	32 ,5	Still, trübe
5.	12 Mittags	336 ,30	335 ,70	0 ,36	31 ,6	W. schwach, trübe

Den 3. Febr. um 12 Uhr Mittags steht das Barometer bei einem starken Winde aus S. am tiefsten, und zwar 11''',34 unter der Mittelhöhe. Nach diesem tiefen Stande erhebt es sich anfangs etwas,

sinkt aber gleich wieder, indem der Wind von SW. nach S. zurückspringt, und fängt gegen 5 Uhr Nachmittags, wo nun die Richtung des Windes in der Ordnung SW. WSW. W. ununterbrochen fortschreitet, entschieden an zu steigen. Bei diesem tiefen Stande fällt übrigens das Barometer schneller vor dem Minimum, als es nach demselben steigt.

Die im Vorstehenden näher angegebenen Beobachtungen zeigen also, dafs das Barometer am hiesigen Orte bei S. SW. und WNW. Stürmen am tiefsten unter die Mittelhöhe sinkt, bei ONO. O. SO. und SSO. Winden aber am stärksten sich über dieselbe erhebt. Die hier an der Ostsee seit dem Jahre 1827 von mir beobachtete Variation der Barometerhöhe beträgt 30''',11.

Noch verdient bei diesen Beobachtungen eine Erscheinung besonders herausgehoben zu werden: die, dafs das Barometer nach einem ausgezeichnet tiefen Stande immer schneller steigt, als es vor demselben gesunken, und nach einem ausgezeichnet hohen Stande immer schneller sinkt, als es vor diesem gestiegen war, wenn nach dem tiefen Barometerstande der Wind nur im Sinne SW. W. NW. N., ohne irgend einmal zurückzuspringen, und nach dem hohen Barometerstande nur im Sinne SO. S. SW. W., ebenfalls ohne zurückzuspringen, fortschreitet; wird aber nach dem tiefen Stande die Ordnung SW. W. NW. etc, und nach dem hohen die Ordnung SO. S. SW. etc. unterbrochen, oder springt der Wind in den nächsten Stunden oder Tagen zu wiederholten Malen zurück, so findet das Entgegengesetzte von dem eben Gesagten statt, d. h. das Barometer steigt dann langsamer nach dem tiefen Stande, als es vor demselben gefallen, und fällt dann langsamer nach dem hohen Stande, als es vor diesem gestiegen war.

VIII. *Meteorologische Beobachtungen, angestellt in dem Hause der Academie der Wissenschaften in St. Petersburg, im Jahre* 1831, *von Hrn. Wischnewsky, berechnet und mitgetheilt von A. T. Kupffer.*

(Aus dem die Abhandlungen der Petersburger Academie der Wissenschaften begleitenden Bulletin scientifique.)

Das Thermometer ist das achtzigtheilige. Das Barometer ist in französische Zolle eingetheilt; alle Barometerhöhen sind auf 14° R. reducirt worden. Die Monate und Tage sind nach neuem Styl gezählt.

I. Mittel der thermometrischen Beobachtungen für jeden Monat des Jahres 1831.

Monat.	7 Uhr Morgens.	2 Uhr Nachmitt.	9 Uhr Abends.	Mittel.
Januar	—10°,34	— 9°,01	—10°,62	— 9°,99
Februar	— 5 ,00	— 3 ,02	— 4 ,09	— 4 ,04
März	— 8 ,73	— 2 ,63	— 6 ,76	— 6 ,04
April	+ 0 ,95	+ 5 ,47	+ 0 ,95	+ 2 ,46
Mai	+ 5 ,90	+ 9 ,39	+ 5 ,20	+ 6 ,83
Juni	+12 ,64	+16 ,84	+11 ,37	+13 ,62
Juli	+14 ,17	+18 ,30	+14 ,13	+15 ,53
August	+11 ,43	+14 ,79	+11 ,28	+12 ,50
September	+ 5 ,46	+ 8 ,68	+ 6 ,91	+ 7 ,01
October	+ 2 ,23	+ 4 ,72	+ 3 ,73	+ 3 ,56
November	— 1 ,07	— 0 ,31	— 0 ,04	— 0 ,47
December	— 5 ,61	— 5 ,41	— 5 ,07	— 5 ,36
Mitt. für's ganze Jahr	+ 1°,84	+ 4 ,82	+ 2°,25	+ 2°,97

II. Höchster und niedrigster Stand des Thermometers in jedem Monat, an den drei Stunden in denen beobachtet worden, und gröſster Unterschied zwischen zwei an demselben Tage angestellten Beobachtungen.

Monat.	Höchste von den um 2 Uhr Nachm. beobachteten Temperaturen.	Niedrigste von den um 7 Uhr Morg. beobachteten Temperaturen.	Unterschied.	Gröſster Unterschied an demselben Tage.
Januar	— 0°,4	—22°,2	21°,8	8°,7
Februar	+ 2 ,5	— 9 ,7	12 ,2	5 ,2
März	+ 5 ,2	—18 ,5	23 ,7	10 ,7
April	+11 ,6	— 7 ,4	19 ,0	8 ,9
Mai	+16 ,8	+ 0 ,2	16 ,6	7 ,4
Juni	+24 ,0	+ 8 ,2	15 ,8	9 ,6
Juli	+23 ,0	+ 9 ,0	14 ,0	8 ,0
August	+19 ,1	+ 8 ,0	11 ,1	7 ,1
September	+13 ,2	+ 1 ,0	12 ,2	8 ,6
October	+ 9 ,5	— 5 ,2	14 ,7	8 ,0
November	+ 5 ,2	— 6 ,8	12 ,0	4 ,7
December	+ 2 ,0	—14 ,7	16 ,7	11 ,0

III. Mittel der barometrischen Beobachtungen, um 7 Uhr Morgens, 2 Uhr Nachmittags und 9 Uhr Abends angestellt.

Monat.	Mittlere Barometerhöhe.	Monat.	Mittlere Barometerhöhe.
Januar	27,946	Juli	28,152
Februar	28,219	August	28,020
März	28,334	September	28,134
April	28,133	October	28,242
Mai	28,126	November	28,030
Juni	28,028	December	28,171

Mittlere Barometerhöhe für's ganze Jahr 1831 28,128

IV. Gröfste und kleinste in jedem Monate beobachtete Barometerhöhen und ihre Unterschiede.

Monat.	Max.	Min.	Diff.	Monat.	Max.	Min.	Diff.
Jan.	28,62	27,40	1,22	Juli	28,44	27,79	0,65
Febr.	28,57	27,76	0,81	Aug.	28,35	27,21	1,14
März	28,90	27,77	1,13	Sept.	28,52	27,29	1,23
April	28,77	27,45	1,32	Oct.	28,63	27,63	1,00
Mai	28,67	27,49	1,18	Nov.	28,53	27,39	1,14
Juni	28,43	27,67	0,76	Dec.	28,84	27,35	1,49

V. Windrichtungen in jedem Monat, drei Mal täglich beobachtet an den oben angegebenen Stunden.

Monat.	N.	NO.	O.	SO.	S.	SW.	W.	NW.	Winds.
Jan.	5	15	6	7	6	29	17	4	4
Febr.	1	20	9	11	18	21	2	0	2
März	1	36	5	8	7	18	1	0	17
Apr.	1	17	2	5	11	32	3	0	19
Mai	0	31	6	3	8	28	3	0	14
Juni	0	40	16	4	0	13	1	0	16
Juli	0	32	12	6	2	26	11	0	4
Aug.	4	39	9	6	2	17	4	0	12
Sept.	5	33	5	0	1	31	9	0	6
Oct.	5	24	4	3	17	35	2	0	3
Nov.	4	8	13	20	23	11	5	0	6
Dec.	3	15	13	11	24	14	7	0	6
	29	310	100	84	119	275	65	4	109

VI. Mittlere Höhe des Barometers bei jedem Winde.

Winde.	Barometerhöhe.	Zahl d. Beobachtungen.	Winde.	Barometerhöhe.	Zahl d. Beobachtungen.	Winde.	Barometerhöhe.	Zahl der Beobacht.
N.	28,194	29	SO.	28,122	84	W.	28,092	65
NO.	27,870	310	S.	28,070	119	NW.	28,017	4
O.	28,160	100	SW.	27,911	275	Windst.	28,197	109

An folgenden Tagen gab es starke Winde und Stürme. Januar, den 21. und 22. SW. den 29. NW. — Februar, den 18. SW. — Mai, den 13. SW., den 20. NO. — Juli, den 8. NO. — August, den 13. NO. — Septem-

ber, den 1. und 2. W., SW. und W. — October, den 17. NO., den 24. S. — December, den 6. S.

Im Laufe des 1831sten Jahres gab es in St. Petersburg 68 Regentage, 17 Schneetage, 8 Gewittertage, 40 Tage, an welchen der Himmel den ganzen Tag völlig unbedeckt war, 135 Tage, an welchen der Himmel den ganzen Tag gleichmäfsig bedeckt war, 153 Nebeltage, besonders Morgen- und Abendnebel. — Der letzte Frost fand den 25. April statt; der erste Frost trat den 13. October ein.

An folgenden Tagen wurden Nordlichter beobachtet: 8. und 11. März schwach, 12. März sehr lebhaft, 24. März, 19. April sehr lebhaft, 13. September.

Im Laufe des ganzen Jahres sind 11,8 engl. Zoll Wasser gefallen, als Schnee, Regen und Hagel. Die Menge des Regens verhielt sich zu der des Schnees wie 3 : 1.

IX. *Meteorologische Beobachtungen, angestellt in dem Hause der Academie der Wissenschaften, im Jahre 1832, von Hrn. Wischnewsky, berechnet von Hrn. Spasky, Zögling des pädagogischen Instituts in St Petersburg.*

Das Thermometer ist nach Réaumur eingetheilt, das Barometer in französische Zolle. Die Barometerhöhen sind alle auf 14° R. reducirt. Die Monate und Tage sind nach neuem Styl gezählt.

I. Mittel der thermometrischen Beobachtungen für jeden Monat.

Monat.	7 U. Morg.	2 U. Nchm.	9 U. Ab.	Mittel.
Januar	— 6°,44	— 5°,71	— 5°,71	— 5°,96
Februar	— 3 ,78	— 1 ,60	— 3 ,01	— 2 ,80
März	— 4 ,42	— 0 ,94	— 3 ,10	— 2 ,82
April	+ 0 ,22	+ 3 ,25	+ 0 ,63	+ 1 ,37
Mai	+ 5 ,49	+ 8 ,57	+ 5 ,56	+ 6 ,54
Juni	+10 ,58	+13 ,97	+ 9 ,60	+11 ,38
Juli	+10 ,62	+13 ,83	+10 ,33	+11 ,59
August	+10 ,52	+13 ,90	+10 ,76	+11 ,73
September	+ 5 ,91	+ 9 ,02	+ 7 ,02	+ 7 ,32
October	+ 3 ,21	+ 5 ,10	+ 4 ,15	+ 4 ,15
November	— 3 ,87	— 2 ,87	— 3 ,31	— 3 ,35
December	— 6 ,40	— 5 ,57	— 5 ,56	— 5 ,84
Mitt. für's ganze Jahr	+ 1°,80	+ 4°,25	+ 2 ,28	+ 2 ,78

II. Höchster und niedrigster Stand des Thermometers in jedem Monat, in den Stunden an denen beobachtet ward *) (7 U. Morgens, 2 U. Nachmittags und 9 U. Abends) und gröſster Unterschied, in jedem Monat, zweier an demselben Tage (und an den angeführten Stunden) beobachteten Temperaturen.

Monat.	Maximum	Minimum.	Differenz.	Gröſster Unterschied an demselb. Tage.
Januar	+ 1°,2	—17°,5	18°,7	8°,8
Februar	+ 1 ,1	10 ,4	11 ,5	7 ,1
März	5 ,2	13 ,2	18 ,4	8 ,7
April	9 ,7	— 4 ,8	14 ,5	7 ,5
Mai	20 ,2	+ 0 ,2	20 ,0	8 ,2
Juni	20 ,8	5 ,0	15 ,8	7 ,0
Juli	21 ,1	7 ,3	13 ,8	7 ,8
August	18 ,0	+ 7 ,6	10 ,4	7 ,0
September	18 ,0	— 1 ,5	14 ,5	6 ,6
October	10 ,3	1 ,5	11 ,8	5 ,0
November	5 ,1	17 ,5	22 ,6	5 ,4
December	+ 0 ,2	—13 ,0	13 ,2	7 ,4

*) Die *absoluten* Maxima und Minima wurden nicht beobachtet.

III. Mittel der um 7 Uhr Morgens, 2 Uhr Nachmittags und 9 Uhr Abends beobachteten Barometerstände für jeden Monat.

Monat.	Mittlerer Barometerstand.	Monat.	Mittlerer Barometerstand.
Januar	28z ,103	Juli	27z ,846
Februar	28 ,417	August	28 ,115
März	28 ,178	September	27 ,928
April	28 ,220	October	28 ,241
Mai	27 ,986	November	28 ,406
Juni	28 ,090	December	28 ,256

Mittlerer Barometerstand für's ganze Jahr 28z,149

IV. Höchster und niedrigster Stand des Barometers in jedem Monat.

Monat.	Maximum.	Minimum.	Differenz.	Mittel vom Max. u. Min.
Januar	28z ,73	26z ,74	1z ,99	27z ,735
Februar	28 ,81	27 ,90	0 ,91	28 ,355
März	28 ,74	27 ,29	1 ,45	28 ,015
April	28 ,53	27 ,62	0 ,91	28 ,025
Mai	28 ,47	27 ,51	0 ,96	27 ,990
Juni	28 ,43	27 ,71	0 ,72	28 ,070
Juli	28 ,23	27 ,32	0 ,91	27 ,775
August	28 ,44	27 ,52	0 ,92	27 ,980
September	28 ,33	27 ,44	0 ,89	27 ,885
October	28 ,60	27 ,63	0 ,97	28 ,115
November	28 ,24	27 ,52	1 ,72	28 ,380
December	28 ,90	27 ,54	1 ,36	28 ,220
Mittel	28z ,62	27z ,48	1z ,14	28z ,050

V. Windrichtungen für jeden Monat, drei Mal täglich beobachtet an den mehrmals angeführten Stunden.

Monat.	N.	NO.	O.	SO.	S.	SW.	W.	NW.	Windst.
Jan.	4	9	2	10	9	39	16	1	3
Febr.	5	4	0	1	3	44	28	0	2
März	0	10	3	20	21	27	6	0	6
Apr.	3	26	6	0	7	24	18	0	6
Mai	3	14	6	12	6	27	14	0	11
Juni	0	39	5	6	13	8	10	0	9
Juli	8	8	8	12	8	20	18	0	11
Aug.	0	21	13	7	5	16	18	0	13
Sept.	11	0	0	5	19	31	19	2	3
Oct.	5	0	0	6	27	36	13	1	5
Nov.	5	10	18	13	18	28	8	0	0
Dec.	0	7	1	12	34	27	1	0	11
Summ.	44	148	52	104	170	327	169	4	80

VI. Mittlere Barometerhöhe bei jedem Winde.

Windrichtung.	Mittl. Barometerhöhe.	Zahl der Beobacht.	Windrichtung.	Mittl. Barometerhöhe.	Zahl der Beobacht.
Nord	28ᶻ,065	44	Südwest	28ᶻ,110	327
Nordost	28 ,214	148	West	28 ,085	169
Ost	28 ,217	52	Nordwest	28 ,142	4
Südost	28 ,124	104	Winstille	28 ,196	80
Süd	28 ,138	170			

An folgenden Tagen war sehr starker Wind oder Sturm. Januar, den 28. S., den 31. W. — April, den 3. SW. — Juni, den 21,, 22. NO. — Juli, den 1. N., den 5. S., den 15. W. — August, den 16. W. — September, den 6. W., den 7. NW. — October, den 13. S., den 14. SW. — December, den 18. S.

Der letzte Frost fand statt den 30. April, der erste Frost trat ein den 27. September, das Thermometer erhob sich über Null zum ersten Mal den 21. Januar, zum letzten Mal den 9. December.

Im Laufe des Jahres gab es in St. Petersburg 100 Regentage, 61 Schneetage, 2 Gewittertage, 35 Tage, an welchen der ganze Himmel ununterbrochen vom Morgen bis Abend heiter war, 83 Tage, an welchen der ganze

Himmel ununterbrochen vom Morgen bis Abend bedeckt war, 248 Tage, an welchen der Himmel einen Theil des Tages bewölkt war, 95 Nebeltage (insbesondere Morgen- und Abendnebel).

In diesem Jahre ist nur ein Nordlicht beobachtet worden, den 13. November.

X. *Ueber die Dulong'sche Formel für den Druck des Wasserdampfes bei verschiedenen Temperaturen; von Hrn. Spasky.*

Man hat mehrere Formeln vorgeschlagen, welche die Elasticität des Wasserdampfes in einer Function der Temperatur ausdrücken. Allen diesen Formeln zieht Herr Dulong*) die folgende vor:

$$e = (1 + 0{,}7153 \cdot t)^5,$$

in welcher e die Elasticität des Wasserdampfes bei der Temperatur t bedeutet, ausgedrückt in Atmosphären, von $0^m{,}760$ Quecksilberdruck. Die Temperaturen sind von 100° an gezählt, und positiv genommen, wenn sie gröfser, negativ, wenn sie kleiner als 100° sind; dabei ist das Intervall von 100° als Einheit gesetzt.

Hr. Prof. Kupffer forderte mich auf, zu untersuchen, ob diese Formel den Beobachtungen so genau als möglich entspreche. Ich habe also vor allen Dingen die Beobachtungen der HH. Dulong und Arago mit den nach dieser Formel berechneten Werthen verglichen, und theile in der folgenden Tafel die Resultate dieser Vergleichung mit:

*) *Annal. de chimie et de phys. Tom. XLIII p.* 101. (Annalen, Bd. XVIII S. 470. — Siehe auch Egen's Aufsatz in dies. Annal. Bd. XXVII S. 23. *P.*)

No.	Tempera. tur t.	Elasticität in Atmosphären von $0^m,760$		Differenz.
		beobachtet.	berechnet.	
1	123,3	2,148	2,1607	—0,0207
2	132,7	2,870	2,8805	—0,0105
3	132,97	2,880	2,8890	—0,009
4	138,0	3,348	3,327	+0,021
5	149,6	4,584	4,562	0,022
6	151,88	4,860	4,8460	0,014
7	153,67	5,120	5,076	0,044
8	163, 2	6,510	6,456	0,054
9	168,45	7,391	7,334	0,057
10	169,48	7,613	7,516	0,097
11	172,11	8,114	8,002	0,112
12	180,7	9,893	9,760	0,133
13	183,7	10,600	10,443	0,157
14	186,95	11,480	11,223	0,257
15	188,4	11,660	11,588	0,072
16	193,7	13,190	12,996	0,194
17	198,50	14,530	14,387	0,143
18	201,87	15,650	15,434	0,216
19	203,78	16,210	16,055	0,155
20	206,13	17,130	16,844	0,286
21	206,60	17,230	17,008	0,222
22	207,28	17,300	17,245	0,055
23	208.67	18,050	17,734	0,316
24	209,11	18,160	17,894	0,266
25	210,48	18,550	18,392	0,158
26	215,18	20,440	20,184	0,256
27	217,36	21,310	21,062	0,248
28	218,35	21,600	21,466	0,134
29	220,60	22,660	22,418	0,242
30	224,00	23,994	23,925	0,069

Die in der zweiten Spalte enthaltenen Temperaturen sind die Mittel von den Beobachtungen am kleinen und am grofsen Thermometer.

Diese Tabelle zeigt uns, dafs die berechneten Werthe bedeutend von den beobachteten abweichen, besonders in den höheren Temperaturen. Wenn man aber die Werthe des Coëfficienten 0,7153 und Exponenten 5 ein wenig ändert, so erhält man vielleicht eine bessere

Uebereinstimmung. Um diese Aenderungen gleich so zu erhalten, dafs sie den genannten Werth der beobachteten Gröfsen geben, wollen wir die Methode der kleinsten Quadrate anwenden.

Es sey, der Kürze wegen, $0{,}7153 = \alpha$ und also $5 = \beta$. Die kleinen Aenderungen, die deren Gröfse hinzuzufügen sind, seyen $d\alpha$ und $d\beta$, die entsprechende Aenderung der Elasticität de. Wir haben nun

$$e + de = (1 + (\alpha + d\alpha)t)^{\beta + d\beta}.$$

Man findet ferner durch Differentiation:

$$de = \beta(1 + \alpha t)^{\beta - 1}\, t\, d\alpha + (1 + \alpha t)^{\beta} Log(1 + \alpha t)\, d\beta.$$

Substituirt man in dieser Gleichung für de die in der obigen Tabelle zusammengestellten Differenzen der Rechnung und Beobachtung, und setzt für α und β die von Hrn. Dulong vorgeschlagenen Werthe nämlich 0,7153 und 5, so erhält man 30 Gleichungen, deren Combination die genauesten Werthe von $d\alpha$ und $d\beta$ giebt. Man erhält so, vermöge der Methode der kleinsten Quadrate, folgende Endgleichungen:

$$187{,}5758827 = 53919{,}95538\, d\alpha + 10151{,}720925\, d\beta$$
$$35{,}30775665 = 10151{,}720925\, d\alpha + 1917{,}2537468\, d\beta$$

woraus:

$$d\alpha = 0{,}00372853$$
$$d\beta = -0{,}00132595.$$

Die Dulong'sche Formel bekommt also folgende Gestalt:

$$e = (1 + 0{,}719\, t)^{4{,}9987}.$$

Diese Formel giebt folgende Werthe:

No.	Elasticität in Atmosphären von $0^m,760$ berechnet.	beobachtet.	Differenz.
1	2,140	2,1689	−0,0289
2	2,870	2,8735	−0,0035
3	2,880	2,8962	−0,0162
4	3,348	3,3449	+0,0031
5	4,584	4,5933	−0,0093
6	4,860	4,8776	−0,0176
7	5,120	5,1104	+0,0096
8	6,510	6,5046	+0,0054
9	7,391	7,3934	−0,0024
10	7,613	7,5787	+0,0343
11	8,114	8,0686	+0,0454
12	9,893	9,8480	+0,0450
13	10,600	10,5383	+0,0617
14	11,480	11,3298	+0,1502
15	11,660	11,6977	−0,0377
16	13,190	13,1254	+0,0646
17	14,530	14,5348	−0,0048
18	15,615	15,5951	+0,0549
19	16,210	16,2229	−0,0129
20	17,130	17,0229	+0,1071
21	17,230	17,1867	+0,0433
22	17,300	17,4208	−0,1208
23	18,050	17,9228	+0,1272
24	18,160	18,0824	+0,0776
25	18,550	18,5869	−0,0369
26	20,440	20,4038	+0,0362
27	21,310	21,2931	+0,0169
28	21,600	21,7075	−0,1075
29	22,660	22,6726	−0,0126
30	23,994	23,1958	−0,2018

In dieser Tabelle sind die Differenzen bald positiv, bald negativ. Die Summe ihrer Quadrate ist 0,14858; die Summe der Quadrate der in der ersten Tabelle enthaltenen Differenzen dagegen ist 0,80718. Der mittlere Fehler des Werthes von $d\alpha$ ist $\mp 0,003746$, der mittlere Fehler des Werthes von $d\beta$ ist $\mp 0,001946$. Der mittlere Fehler jeder einzelnen Beobachtung ist 0,04745, welches in Quecksilber ungefähr 3 Centimeter macht, von

dem Volumen der in dem Manometer enthaltenen Luft, *bei dem höchsten Druck*, aber nur etwa den 700sten Theil (oder $\frac{1}{10}$ Millimeter) beträgt.

Erst als ich diese Rechnungen beendigt hatte, bemerkte ich, dafs Dulong seine Formel nicht auf die mit: »*Force elastique en atmosphères de* 0m,76« überschriebene Spalte seiner Tabelle bezieht, sondern auf die in der letzten Spalte enthaltenen Zahlen, nachdem sie durch 0,76 dividirt worden. Diese letzteren Zahlen werden in der That besser durch die Dulong'sche Formel dargestellt, als die anderen in unserer ersten Tabelle, Spalte III, enthaltenen. Die folgende Zusammenstellung der beobachteten und berechneten Werthe zeigt dieses deutlich.

No.	Elasticität der Dämpfe in Atmosphären von 0m,76 Quecksilberdruck bei 0°		Differenz.
	beobachtet.	berechnet.	
1	2,143	2,1607	—0,0177
2	2,864	2,8805	0,0165
3	2,8705	2,8890	0,0185
4	3,3394	3,3273	+0,0121
5	4,5735	4,5626	0,0109
6	4,8510	4,8456	0,0054
7	5,1065	5,0760	0,0305
8	6,4977	6,4562	0,0415
9	7,3755	7,3341	0,0414
10	7,5969	7,5156	0,0813
11	8,0934	8,0022	0,0912
12	9,8685	9,7596	0,1089
13	10,5726	10,4430	0,1296
14	11,4467	11,2230	0,2237
15	11,6320	11,5880	0,0410
16	12,1564	12,9960	0,1604
17	14,4986	14,3870	0,1116
18	15,6079	15,4340	0,1739
19	16,1714	16,0550	0,1164
20	17,0884	16,8440	0,2444
21	17,1850	17,0080	0,1770
22	17,2850	17,2450	0,0400

No.	Elasticität der Dämpfe in Atmosphären von $0^m,76$ Quecksilberdruck bei 0^0 beobachtet	berechnet	Differenz.
23	18,0056	17,7340	0,7716
24	18,1171	17,8940	0,2231
25	18,5040	18,3920	0,1120
26	20,3940	20,1840	0,2100
27	21,2536	21,0620	0,1916
28	21,5550	21,4660	0,0890
29	22,6086	22,4180	0,1906
30	23,9340	23,9250	0,0090

Hier ist die Summe der Quadrate der Differenzen indefs immer noch 0,5370, also beinahe vier Mal so grofs als die Summe der Quadrate der Differenzen zwischen Rechnung und Beobachtung, wenn man bei der Rechnung meine corrigirte Formel zum Grunde legt.

Berichtigungen zum Aufsatz des Hrn. Prof. Grafsmann in diesem Heft:

Seite 3 Zeile 9 von unten statt könnten lies konnten
— 3 Z. 2 v. u. st. Wpte l. Wpt.
— 4 Z. 5 v. u. st. Das allgemeine l. In allgemeinen
— 7 Z. 4 von oben st. eine l. einem
— 7 Z. 6 v. o. S_β l. F_β
— 8 Z. 8 v. u. st. auf l. auch
— 10 Z. 14 v. u. st. in oder l. in 3 oder
— 10 Z. 6 v. u. st. $S_{\beta\beta\gamma}$ l. $F_{\beta\beta\gamma}$
— 11 Z. 9 und 10 v. o. st. den kleinen l. den nächstkleinern
— 11 Z. 15 v. o. st. Octaëder l. Octanten
— 16 Z. 21 v. o. st. Mittelfläche l. Mittelflächen
— 16 Z. 1 und 2 v. u. st. Diagonale l. diagonale
— 24 Z. 8 v. o. st. jeder der 3 rechten l. jede der 3 ersten
— 24 Z. 9 v. u. st. 321 l. 32′1′
— 26 Z. 8 v. o. st. Proportionen l. Projectionen
— 26 Z. 6 v. u. st. eine l. einer
— 28 Z. 22 v. o. st. die l. drei
— 32 Z. 1 v. o. am Ende st. U l. u
— 32 Z. 3 v. o. am Ende st. u l. r
— 38 Z. 9 v. u. st. dergleichen l. den gleichen
— 38 Z. 1 v. u. st. R^2 l. $R.2$
— 39 Z. 10 v. o. st. seine l. seiner
— 39 Z. 9. v. u. st. Wpten l. Wpt.
— 40 Z. 8 v. o. st. $b'^2c'^1d'^1$ l. $b^2c'^1d'^1$
— 41 Z 9 v. o. sind die beiden Striche kein Minuszeichen, sondern Trennungszeichen, und werden besser mit einem Semicolon vertauscht,

An dem Skalenoëder zu $F_{\beta\gamma\gamma}$ auf der Kupfertafel neben $R.3$ stehend, und mit 22′1 bezeichnet, fehlt eine vordere Lateralkante.

Register

zu

den Annalen der Physik und Chemie

Band. I bis XXX.



I. Namenregister.

A.

B.

G.

H.

J.

K.

M.

Mayer

N.

U.

V.

W.

II. Sachregister.

fel-

B.

C.

E.

J u. I.

K.

Zer-

M.

N.

O.

P.

Pack-

Q.

S.

Se-

T.

Pi-

U.

V.

W.

III. Nachweis zu den Kupfertafeln.

(In den ersten Bänden kommt es einigemal vor, daſs die Figuren in den zugehörigen Abhandlungen unrichtig bezeichnet sind; in solchen Fällen ist in diesem Nachweis die Figur angegeben, wie sie auf der Tafel bezeichnet ist, und ist hiernach die Nummer im Text zu berichtigen.)

Band I.

Taf. I. Fig. 1 bis 4. S. 92 bis 96. Fig. 5. S. 104. Fig. 6. S. 112., Liebig und Gay-Lussac.

Taf. II. u. III. S. 425 bis 447., Commission der Pariser Akademie.

Band II.

Taf. I. Fig. 1. S. 80., Babinet. — Fig. 2. S. 85., Bournon. — Fig. 3. S. 91. Fig. 4. S. 93., Benoit. — Fig. 5. 6. S. 103., Brewster.

Taf. II. Die Karte zu S. 308., Bruncrona und Hällström. — Fig. 1. S. 329., Andrew Tyfe. — Fig. 2. S. 331., Gardèn. — Fig. 3. S. 333., Adie.

Taf. III. Fig. 1 bis 6. S. 369 bis 371. Fig. 7. 8. 9. S. 373. 375. 376. Fig. 10. 11. S. 382. 388., Fourier. — Fig. 12. 13. S. 436. 439., Parry. — Fig. 14. 15. S. 440., Fearon Fallows. — Fig. 16. S. 424., Kupffer.

Band III.

Taf. I. Fig. 1 bis 7. S. 228 bis 233., Hansteen. — Fig. 8. 9. S. 460., Faraday.

Taf. II. Fig. 10. S. 330. Fig. 11. S. 336., August.

Taf. III. S. 407., Hansteen.

Band IV.

Taf. I. Fig. 1. 2. 3. 4. S. 23 bis 27., Wöhler. — Fig. 5. 6. 7. S. 63 bis 73., Neumann. — Fig. 8. S. 113., O. Schulz.

Taf. II. S. 175 bis 192., G. Rose.

Taf. III. S. 213. bis 218., Strehlke.

Taf. IV. S. 213 bis 218. Fig. 22. S. 211. Fig. 23. S. 207., Strehlke.

Taf. V. Fig. 1. bis 5. S. 338 bis 348., Romershausen. — Die Karte zu S. 277., Hansteen.

Taf. VI. Fig. 1. 2. S. 377. 379., Hällström. — Fig. 3. 4. S. 421. Fig. 5. S. 440., Graſsmann. — Fig. 6. S. 473., Donavan.

Band V.

Taf. I. II. III. S. 1 bis 39., s. auch S. 261 bis 281., Keilhau.

Taf. IV. Fig. 1. 2. 3. S. 51. 52., Girard. — Fig. 4. 5. S. 91. 92., Kries. — Fig. 6 bis 10. S. 94 bis 103., Roget.

Taf. V. VI. S. 261 bis 281., Keilhau.

Taf. VII. S. 157 bis 177., Haidinger.

Taf. VIII. Fig. 1 bis 8. S. 181 bis 183., Haidinger. — Fig. 9 bis 15. S. 193 bis 196., Haidinger.

Taf. IX. S. 261 bis 281., S. 392 ff., Keilhau.

Band VI.

Band VII.

Band VIII.

Band IX.

Band X.

Band XI.

Band XII.

Band XIII.

Band XIV.

Band XV.

Band XVI.

Band XVII.

Band XVIII.

Band XIX.

Band XX.

Band XXI.

Band XXII.

Band XXIII.

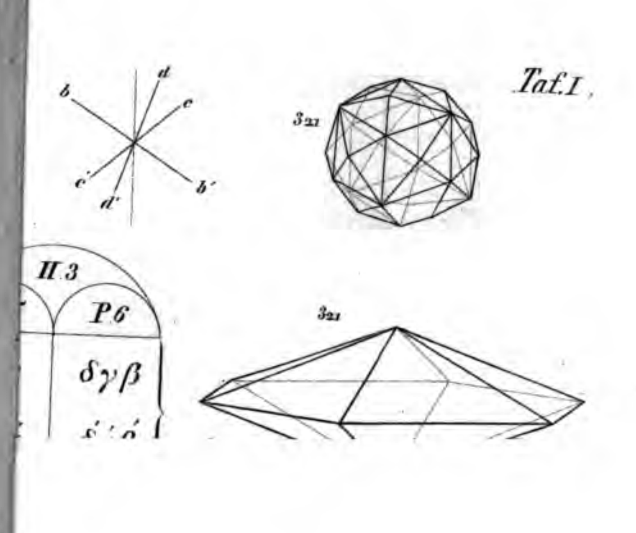
Band XXIV.

Band XXV.

Band XXVI.

Band XXVII.

Gedruckt bei A. W. Schade.



Taf. I.
3₂₁
II 3
P6
δγβ
3₂₁



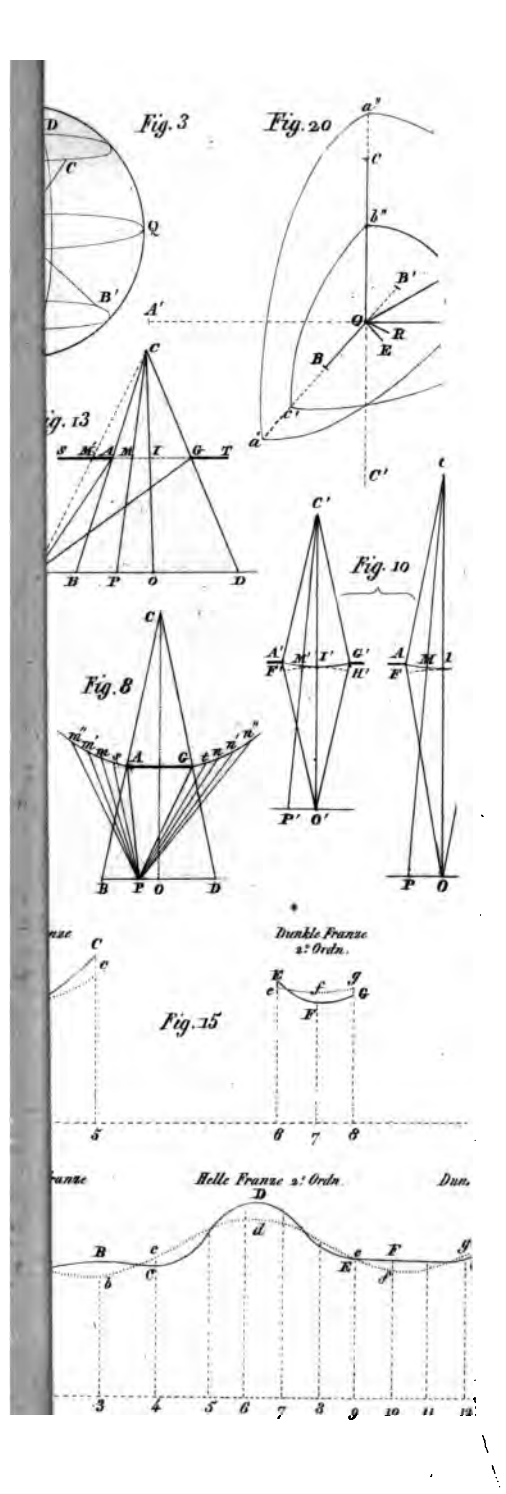
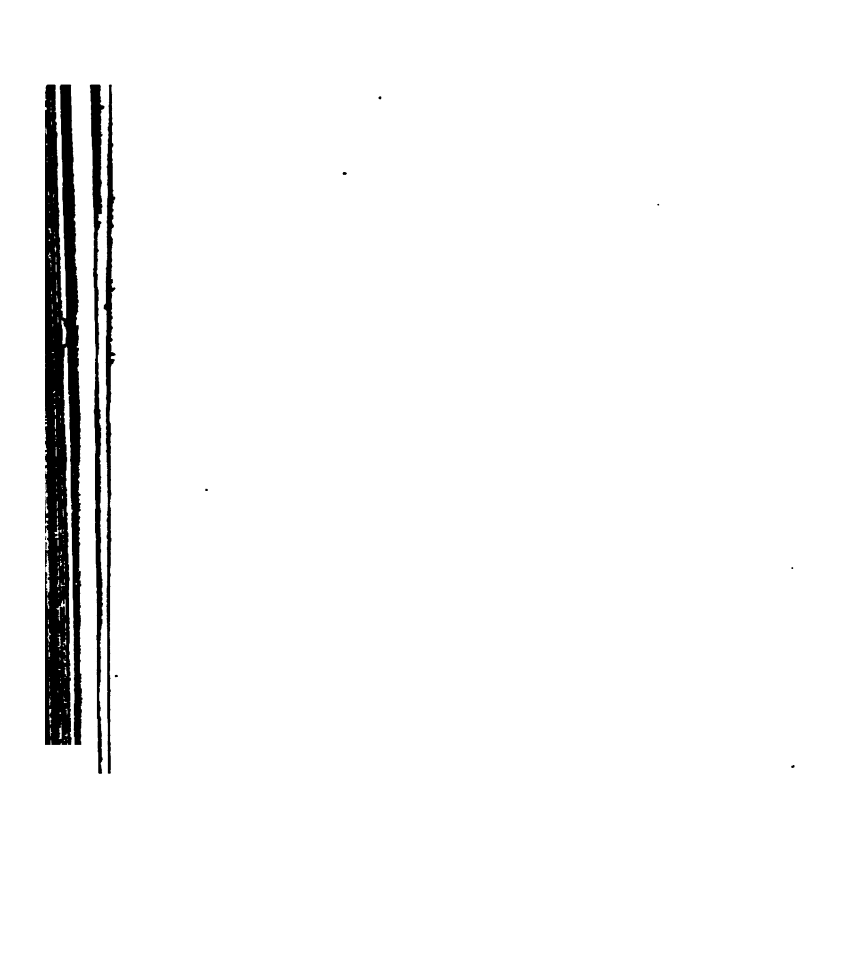


Fig. 3
Fig. 20
Fig. 13
Fig. 10
Fig. 8
Dunkle Franze
2: Ordn.
Fig. 15
Helle Franze 2: Ordn.





PHYSICS

